С.А. Баранов[*,**]

ТРЕХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ АМОРФНОГО МИКРОПРОВОДА

[*]*Институт прикладной физики АНМ,*
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD–20028, Республика Молдова
[**]*Приднестровский госуниверситет им. Т.Г.Шевченко,*
ул. 25 Октября, 128 , г. Тирасполь, baranov@phys.asm.md

Введение

Любой быстрозакаленный объект (например, лента, порошки, пленки или аморфный микропровод), полученный непосредственно из жидкой фазы, находится в напряженном состоянии. Напряжения в микропроводе могут быть:

1. Закалочно-остаточные, которые возникают из-за неоднородности остывания объекта;
2. Напряжения за счет разных коэффициентов термического расширения (КТР) металла, стекла и переходного слоя.

Напряжения первого вида, несомненно, играют определенную роль в микропроводе, особенно если с жилы удалить стеклянную изоляцию. Однако, согласно эксперименту и теоретическим оценкам [1–6], в обычном литом микропроводе они более чем на порядок меньше напряжений второго рода, которые возникают благодаря обычной стеклянной изоляции. Интерес к изучениям напряжений второго рода связан с рядом физических эффектов, например с эффектом естественного ферромагнитного резонанса [1, 2]. Поэтому мы рассмотрим только напряжения за счет разности КТР.

В процессе литья микропровода по методу Улитовского в спае стекла с металлом возникают напряжения, увеличивающиеся по мере остывания композита. Будем для краткости называть их упругими напряжениями. Обычно исследование этих напряжений в микропроводе ограничивалось изучением состояния стеклянной изоляции, так как чем выше эти напряжения, тем обычно хрупче может стать и стеклянная изоляция. Данным исследованиям посвящено много работ (см. обзоры в [3–6]).

Ниже рассмотрим напряжения, возникающие в металлической жиле, и обсудим модель микропровода, состоящую из трех слоев.

Трехслойная модель имеет глубокие обоснования. Существование промежуточного слоя (ПС) между стеклом и металлом обсуждается в [3–6]. Упругие напряжения в стекле из-за различия КТР, которые условно обозначим α_i , могут уменьшаться при введении данного слоя с определенными физическими свойствами.

Представим ниже микропровод в виде соосных цилиндрических поверхностей с радиусами R_i $(i = 1,2,3)$ соответственно для жилы, стекла и ПС, скрепленных между собой после охлаждения от T^* $\left(T^* \approx 500 \div 700^\circ C\right)$, когда все пластические релаксации завершены. Рассмотрим в цилиндрических координатах поле смещений упругих деформаций как функции U_r и U_z (по оси *r* и *z*). Из симметрии задачи и в линейном приближении данные поля смещений вводятся для жилы металла:

$$U_r = a_1 \cdot r, \tag{1}$$

$$U_z = b_1 \cdot z, \tag{2}$$

для слоев стекла (*к*=2) и ПС (провод-стекло) (*к*=3):

$$U_r = a_k r + \frac{c_k}{r}, \tag{3}$$

$$U_z = b_k z. \tag{4}$$

Член $\frac{c_1}{r}$ для жилы металла исключается по следующим соображениям. При $r \to 0$ он приводит к бесконечным упругим смещениям. В данном приближении относительные деформации жилы не зависят от r.

Закон Гука принимает следующий вид для провода:

$$\sigma_{r(\varphi)} = \lambda_1 \left(a_1 + v_1 b_1 \right) , \tag{5}$$

$$\sigma_z = 2\lambda_1 v_1 (a_1 + v_1 b_1) + E_1 b_1 . \tag{6}$$

Для оболочек (κ=2, 3):

$$\sigma_r = \lambda_k (a_k + v_k b_k) - \lambda_k \frac{c_k}{r^2} (1 - 2v_k) , \tag{7}$$

$$\sigma_\varphi = \lambda_k (a_k + v_k b_k) + \lambda_k \frac{c_k}{r^2} (1 - 2v_k) , \tag{8}$$

$$\varphi_z = 2\lambda_k v_k (a_k + v_k b_k) + E_k b_k , \tag{9}$$

где

$$\lambda_i = \frac{E_i}{(1 + v_i)(1 - 2v_i)} , \tag{10}$$

E_i – модули Юнга; v_i – коэффициенты Пуассона. Граничные условия для напряжения пишутся из условий равновесия сил, действующих на три подсистемы (жила, ПС, стекло).

$$\left(\sigma_r \right)_{r=R_1=0} , \tag{11}$$

$$\left| \sigma_r \right|_{r=R_i-0} = \left| \sigma_r \right|_{r=R_{i+0}} , \tag{12}$$

R_i является границей между системами жила – ПС и ПС – стекло.

$$f_i \left| \sigma_z \right|_{r=R_{i-0}} = f_k \left| \sigma_z \right|_{r=R_{i+0}} , \tag{13}$$

где f_i, f_k – площади поперечного сечения систем жилы, ПС и стекла. Условия записаны для пар жила – ПС и ПС – стекло. Если к микропроводу приложено внешнее напряжение, то в последнем условии вместо нуля необходимо добавить σ (внешнее напряжение).

Условия для относительных смещений имеют вид

$$\left(b_i \right)_{r=R_{i-0}} - \left(b_k \right)_{r=R+0} = \varepsilon_{ik} , \tag{14}$$

$$\left(a_i \right)_{r=R_{i-0}} - \left(a_k \right)_{r-R_{i+0}} = \varepsilon_{ik} . \tag{15}$$

Параметр ε_{ik} определяет разницу в термических деформациях материалов:

$$\varepsilon_{ik} = \int_{T_{КОМН}}^{T^*} \left(\alpha_i - \alpha_k \right) dt. \tag{16}$$

Для оценки часто пользуются линейной зависимостью ε_{ik} от температуры.

$$\varepsilon_{ik} \approx \left(\alpha_i - \alpha_k \right) \left(T^* - T_{ком} \right) . \tag{17}$$

Решение задачи в общем виде возможно лишь численно. Нас в дальнейшем устроит следующее приближенное аналитическое решение для осевого удлинения жилы:

$$b_1 = b_1^0 + b_1' , \tag{18}$$

$$b_1^0 = \varepsilon_{12} \frac{kx}{kx + 1} , \tag{19}$$

$$b_1' \cong \varepsilon_{13} k_1 x_1 , \tag{20}$$

где

$$k = \frac{E_2}{E_1}; \quad x = \frac{f_2}{f_1}; \quad k_1 = \frac{E_3}{E_1}; \quad x_1 = \frac{f_3}{f_1}.$$

Для получения решения мы положили все $v_i = 1/3$. Так как свойства ПС малоизвестны, но есть основания считать, что $x_1 << 1;$ $\varepsilon_{13} < \varepsilon_{12}$. При этом $b_1' < b_1^0$, что подтверждает принятое приближение для получения решения. Экспериментально показано, что b_1' составляет не более 20% от b_1^0, поэтому с достаточной точностью

$$b_1 \approx \varepsilon_{12} \frac{kx}{kx+1}. \tag{21}$$

Выпишем результат для напряжений в жиле, который будем далее исследовать:

$$\sigma_r = \sigma_\varphi \equiv P \ , \tag{22}$$

$$P = \varepsilon E_1 \frac{kx}{(k/3+1)x + 4/3},$$

$$\sigma_z = P \frac{(k+1)x + 2}{kx+1}. \tag{23}$$

Оценим напряжения, которые возникают в жиле обычно для параметров,

$$\varepsilon = \varepsilon_{12} \sim (5 \div 6) \cdot 10^{-3},$$

$$k \sim 0{,}3 \div 0{,}5 \ ,$$

$$E_1 \sim (1{,}5 \div 1{,}9) \cdot 10^{11} \ \text{Н/м}^2 . \tag{24}$$

Если $x >> 1,$ то напряжения, возникающие в жиле, имеют порядок:

$$\sigma_z \ \sim 3\sigma_{r(\varphi)} \ \sim \varepsilon\, E_1 \sim 10^9\,\text{Н/м}^2 \ . \tag{25}$$

Если $x \sim 1$

$$\sigma_z \ \sim 2\sigma_{r(\varphi)} \le 10^8 \ \text{Н/м}^2. \tag{26}$$

Данные напряжения превалируют над другими видами напряжений, возникающих в процессе литья аморфного микропровода, что подтверждается и экспериментальными исследованиями, и теоретическими расчетами [1–5].

Коэффициент термического расширения.

Одним из важных параметров, для которого проявляются свойства микропровода как композита, является коэффициент термического расширения. Для рассматриваемой выше модели

$$\alpha'_{эфф} = \alpha_1 + \alpha_2 \ , \tag{27}$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_{ж} + kx\alpha_{ст}}{1+kx} \ , \tag{28}$$

где

$$\alpha_{ж} \sim 10^{-5} K^{-1}, \ \alpha_{ст} \sim 0{,}5 \cdot 10^{-5} K^{-1} .$$

Из экспериментов известно, что коэффициент термического расширения с достаточно высокой точностью описывается формулами (27) и (28). Добавка α_2 мала, и ею можно пренебречь и из сравнения с экспериментом считать:

$$\alpha_2 < \alpha_1 \ . \tag{29}$$

Произведем типичные оценки. Обычно, если $k \approx 0{,}5$, то получим

$$\alpha'_{эфф} < \alpha_{ж}, \ \alpha_{эфф} \approx 0{,}7 \cdot 10^{-5} K^{-1},$$

то есть коэффициент термического расширения микропровода становится в 1,4 раза меньше, чем коэффициент термического расширения жилы микропровода со снятой стеклянной оболочкой.

Указанный выше эффект подтверждается экспериментально [3–5].

Эффективный модуль Юнга

Представим эффективный модуль Юнга в виде

$$E_{эфф} = E^0 + E', \tag{30}$$

где

$$E^0 = E_1 \frac{kx+1}{x+1}, \tag{31}$$

$$E' \sim k_1 x_1. \tag{32}$$

Известно, что модуль Юнга тонкого микропровода гораздо больше модуля Юнга таких же аморфных материалов. Предполагается, что в увеличении модуля Юнга существенную роль играет поверхностный окисный слой, которым покрыта жила металла.

Известно, что окислы металлов имеют модуль Юнга больший, чем модуль Юнга металлов (будем считать на порядок). Поэтому, если для микропровода с диаметром жилы 1 мкм считать, что E^0 и E' одного порядка, то можно оценить параметр $x_1 \sim 0{,}1$.

Вместе с модулем Юнга при уменьшении диаметра жилы микропровода увеличивается и предел прочности для сверхтонкого микропровода. Природа данного явления, на наш взгляд, одинаковая. Этот эффект ранее был назван размерным эффектом увеличения прочности микропровода. Отметим, что у тонких микропроводов с размерным эффектом более высокое значение удельного электрического сопротивления.

Отметим также, что модуль Юнга в аморфных материалах зависит от магнитострикции магнитной и доменной структуры. Этот эффект, так называемый дельта Е эффект, несколько понижает модуль Юнга.

Тензочувствительность

Важной величиной, позволяющей простым электрическим способом измерять давление или напряжение, является тензочувствительность микропровода. Определим коэффициент тензочувствительности проводника к деформации, выражаемый через изменение электрического сопротивления. Электрическое сопротивление металлов хорошо подчиняется следующей формуле:

$$R = \rho \frac{L}{S}, \tag{33}$$

где L – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения, ρ – удельное электрическое сопротивление материала.

Изменение электрического сопротивления:

$$\frac{dR}{R} = \left(\frac{dR}{R}\right)_T + \left(\frac{dR}{R}\right)_\varepsilon. \tag{34}$$

При постоянной температуре первый член отсутствует:

$$\frac{dR}{R} = \left(\frac{dL}{L}\right) - \left(\frac{dS}{S}\right) + \left(\frac{d\rho}{\rho}\right). \tag{35}$$

Поскольку поперечное сечение образца изменяется вследствие расширения (или сжатия) материала в одном направлении в соответствии с коэффициентом Пуассона ν, то

$$\frac{dS}{S} = -2\nu\left(\frac{dL}{L}\right). \tag{36}$$

Отсюда

$$н = \frac{dR/R}{dL/L} = (1+2\nu) + \frac{d\rho/\rho}{dL/L}, \tag{37}$$

где $н$ – коэффициент тензочувствительности материала. Обычно для металлов $\nu = 1/3$, поэтому $н = (1+2\nu) \approx 1{,}7$. С учетом второго члена он возрастает, но ограничен величиной 2. Однако в композите величина $\tilde{\nu}$ может отличаться от 1/3. Как известно, коэффициент Пуассона определяется через величины: k^* – модуль сжатия и μ – модуль сдвига $(k^*,\ \mu > 0)$:

$$\nu = \frac{1}{2}\frac{3k^* - 2\mu}{3k^* + \mu}. \tag{38}$$

Поскольку k^* и μ всегда положительные, то ν может изменяться для различных веществ только в пределах

$$-1 \le \nu \le 1/2 \tag{39}$$

(данные пределы получены при $k^* = 0$ и при $\mu = 0$).

Фактически коэффициент Пуассона меняется только в пределах

$$0 \le \nu \le 1/2\,. \tag{40}$$

Однако все сказанное относится к твердому телу, которое представляет собой замкнутую термодинамическую систему. Для замкнутой системы, то есть для микропровода, состоящего из жилы и оболочки (ПС), равенство (40) выполняется.

Используя систему уравнений (7) – (15), проведем расчет коэффициента Пуассона для провода в модели провод и оболочка (оболочка предполагается как электрический изолятор). После соответствующих вычислений, если положить $\nu = 1/3$, получим

$$\nu_{эфф} = \frac{x\left(\frac{4}{3}k + 1\right) + \frac{4}{3}}{x(k+3)+4}\ , \tag{41}$$

где x – отношение площадей поперечного сечения внешней оболочки к металлической жиле, k – отношение модулей Юнга внешней оболочки к жиле.

Исследуем полученную формулу (41): если $x \to 0$, то $\nu_{эфф} \to 1/3$, то есть предельный переход для случая отсутствия изоляции выполняется.

Наиболее интересный случай, когда

$$kx >> 1\,,$$

тогда $\nu_{эфф} \to 4/3$, что соответствует

$$н \to 3{,}67\,. \tag{42}$$

Это предельное значение для тензочувствительности провода, покрытого оболочкой. Для обычного аморфного микропровода, если в качестве оболочки считать стекло (то есть не учитывать ПС ($k \le 0{,}3$)), но $x >> 1$, выполняется следующий предельный случай:

$$\nu_{эфф} = \frac{\frac{4}{3}k + 1}{k+3} \sim \frac{1{,}4}{3{,}3} \sim 0{,}4\ , \tag{43}$$

что не приводит к существенному изменению коэффициента тензочувствительности.

Действительно, экспериментально известно, что тензочувствительность микропровода практически не изменяется при стравливании стеклянной изоляции.

Результаты и их обсуждение

Для непосредственной проверки теории была создана следующая модельная система. Методом вакуумного втягивания из расплава свинца в капилляр стекла марки «Пирекс» был получен свинцовый микропровод в стеклянной оболочке. В случае микропровода из свинца в стеклянной оболочке из стекла марки «Пирекс» k ~5, что является удачным примером для проверки формулы (41). Наиболее удачный для измерений провод имел $x \approx 2$. Из табличных данных для свинца без стеклянной оболочки $\nu \sim 0{,}7$. Измерение $н$ в случае присутствия стеклянной жилы приводит к теоретическому расчету эффективного коэффициента Пуассона:

$$\nu_{эфф} \sim 0{,}9\,.$$

Для микропровода с аморфной жилой:

$$н \sim 2 \div 2{,}9$$

и практически не зависит от наличия стеклянной изоляции. Для аморфных материалов в виде ленты из тех же сплавов $н$ обычно не превышает 2. Для объяснения этих результатов мы примем модель жилы и оболочки. Оболочкой назовем поверхностный слой (ПС), для которого будем считать $k_1 x_1 \sim 1$. Отметим, что в предельном случае, когда $k_1 x_1 >> 1$ и $\nu \to 4/3$, $н \sim 3{,}67$. Таким образом, данная теория может объяснить явление повышенного значения $н$ тензочувствительности для микропровода. Экспериментально проводилось также химическое стравливание ПС, однако это приводило обычно к разрушению жилы. На образцах, где удалось измерить $н$, оно уменьшалось до 2.

Можно предположить, что термическая обработка может повлиять на характеристики переходного слоя.

Отжиг до 350^0 С практически не меняет тензочувствительность. Отжиг при 350^0 С в течение 0,5 часа изменяет тензочувствительность провода на основе FeBSiCMn от 3 до 2,5. Дальнейший отжиг данного сплава приводит к охрупчиванию. Отметим, что при термообработке при температуре более 300^0С происходит и изменение удельного сопротивления микропровода.

Микропровод с аморфной структурой жилы может иметь повышенную тензочувствительность, поэтому были исследованы микропровода на основе $\mathrm{Fe\text{-}Mn\text{-}C\text{-}Si}$, обладающие указанными свойствами.

Наиболее стабильными из исследованных составов оказались сплавы, содержащие повышенные количества B и Si, и эти сплавы имеют значения коэффициента тензочувствительности 2,7–2,6 соответственно, при значениях температурного коэффициента сопротивления (ТКС) $(8{,}5 \div 12{,}6) \cdot 10^{-5} K^{-1}$. Из данных сплавов наилучшим является сплав на основе железа со следующими добавками: 1 вес. % C, 5 вес. % Si и 4 вес. % Mn, который обладает также наилучшей из исследованных сплавов механической прочностью (разрывное усилие 3500–4000 МПа).

У данных аморфных микропроводов достаточно высокое электрическое сопротивление $(200\ \text{мкОм} \cdot \text{см})$. Указанные свойства позволяют использовать микропровод с аморфной структурой жилы для изготовления тензометрических датчиков.

Таблица 1. Зависимость удельного сопротивления от содержания марганца (У % вес) для сплава на основе железа

У, % вес	1	2	3
ρ, мкОм $\cdot$ см $(t \approx 20^\circ \text{C})$	180	190	200
Погрешность (%)	20	20	15

Таблица 2. Зависимость ТКС от содержания марганца (У % вес) для сплава на основе железа

У, % вес	1	2	3
$\alpha \cdot 10^{-5}$ $(1/\text{град})$ $(20^\circ \text{C} \div 250^\circ \text{C})$	10	8	5
Погрешность (%)	15	10	10

Выводы

1. Рассчитаны напряжения в трехслойной модели литого аморфного микропровода.
2. Найдены коэффициент термического расширения, эффективный модуль Юнга и тензочувствительность для предложенной модели.
3. Полученные теоретические результаты подтверждены экспериментом. Для более точного сопоставления теории с экспериментом необходимо проведение ряда экспериментальных измерений, которые также обсуждаются в работе.

Финансирование работы осуществлялось в рамках государственной программы Республики Молдова “Электрофизикохимические поверхностные процессы микро- и нанометрического масштаба”.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Baranov S. A.* Radioabsorption properties of amorphous microwires // Moldavian Journal of the Physical. Sciences. 2009. V. 8. № 3-4. P. 335–339.
2. *Baranov S. A.* Magnetic properties of micro- and nanowire in the superhigh – frequency range // Surface Eng. Appl. Electrochem. 2009. V. 45. № 6. P. 441–445.
3. *Baranov S. A., Stoianov S. S.* Experimental measurement of a tensing in a microwire // Surface Eng. Appl. Electrochem. 2008. V. 44. № 2. P. 98–105.
4. *Baranov S. A.* Residual stress in amorphous microwire // Surface Eng. Appl. Electrochem. 2006. V. 42. № 6. P. 44–46.

5. *Baranov S. A.* Residual stress investigation in cast glass-covered amorphous magnetic microwire by ferromagnetic resonance method // Moldavian Journal of the Physical Sciences. 2002. V.1 No 4. P. 73–76.
6. *Baranov S. A.* Estimation of distribution of residual stresses in core amorphous microwires // Metal Science and Heat Treatment 2001 .V. 43. No 3-4. P. 167–168.

Поступила 03.12.10

Summary

The theory of the three-layer model for an amorphous microwire is investigated. The received theoretical results are confirmed by experiment. For more exact comparison of the theory to experiment carrying out of some experimental measurements which also are discussed in work is necessary.