К зависимости величины поверхностного натяжения сферической капли от ее заряда

А. И. Григорьев[a,*], А. А. Ширяев[b,]**

[a]*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,*
г. Москва, 119526, Россия, [*]*e-mail:* grigorai@mail.ru
[b]*Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны,*
г. Ярославль, 150001, Россия, [**]*e-mail:* yavvupvo.mail.ru

Поступила в редакцию 21.02.2024
После доработки 26.03.2024
Принята к публикации 29.03.2024

Из общих теоретических положений асимптотическими методами выводится качественная аналитическая зависимость величины коэффициента поверхностного натяжения жидкости от плотности электрического заряда на ее поверхности. Показано, что величина коэффициента поверхностного натяжения жидкости уменьшается с увеличением плотности электрического заряда на поверхности жидкости.

Ключевые слова: коэффициент поверхностного натяжения, поверхностная плотность электрического заряда, аналитическая зависимость

УДК 532.61
https://doi.org/10.52577/eom.2024.60.5.13

ВВЕДЕНИЕ

В научной периодике неоднократно поднимался вопрос о зависимости величины коэффициента поверхностного натяжения электропроводной жидкости от поверхностной плотности электрического заряда на ее поверхности, но все попытки исследования этой проблемы не привели к удовлетворительному результату. Хотя, из общефизических соображений, очевидно, что увеличение поверхностной плотности электрического заряда на поверхности жидкости должно приводить к снижению величины коэффициента поверхностного натяжения жидкости. Это следует из того, что силы поверхностного натяжения и силы электростатического отталкивания одноименных электрических зарядов действуют в противоположных направлениях. Например, для сферической и цилиндрической поверхностей равнодействующая всех электростатических сил, действующих на произвольный заряд, на поверхности жидкости направлена наружу по отношению к жидкости, а силы поверхностного натяжения всегда направлены внутрь. При достаточно большой плотности заряда поверхность жидкости (и для капли, и для струи) испытывает электростатическую неустойчивость, сопровождающуюся сбросом заряда в виде серии мелких сильно заряженных капелек [1–3].

В связи со сказанным попытаемся на качественном модельном уровне рассмотреть обсуждаемый вопрос на частном примере заряженной сферической капли простой неполярной несжимаемой электропроводной жидкости.

ФОРМАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Согласно [4, с. 351], коэффициент поверхностного натяжения жидкости σ_0 при отсутствии поверхностного электрического заряда определяется как плотность свободной энергии w к ее поверхности:

$$\sigma_0 = w - T\,s \equiv w + T\,\frac{\partial \sigma_0}{\partial T}, \qquad (1)$$

где T – абсолютная температура; s – плотность поверхностной энтропии жидкости. Второе слагаемое в (1) отвечает за температурную зависимость коэффициента поверхностного натяжения жидкости и является малым [4, с. 351].

Пусть имеется сферическая капля несжимаемой идеальной электропроводной жидкости радиуса R с коэффициентом поверхностного натяжения σ_0. Поверхностная энергия жидкости определяется как избыточная потенциальная энергия единицы поверхности. Свободной поверхности жидкости соответствует тепловое движение, связанное с суперпозицией на ней капиллярных волн всевозможных направлений и длин, которые всегда присутствуют в жидкости уже в силу наличия теплового движения молекул [5]. Амплитуда ζ_n тепловых капиллярных волн на поверхности капли определяется соотношением $\zeta_n \quad \sqrt{\kappa T/\sigma}$ [2], где κ – постоянная Больцмана;

σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости; T – абсолютная температура; n – номер моды капиллярной волны. Строго говоря, такие волны следует считать бесконечно малыми, так как их амплитуда меньше размеров молекулы, и все рассмотрение выходит за рамки представлений о сплошной среде.

Коэффициент поверхностного натяжения σ_0 жидкости капли определяется соотношением (1), но, пренебрегая температурной зависимостью σ_0, его можно записать как: $\sigma_0 \approx \dfrac{U_\sigma}{4\pi R^2}$, где U_σ – свободная энергия сил поверхностного натяжения.

Если на сферическую каплю поместить электрический заряд Q, то свободная энергия ее поверхности изменится: добавится свободная энергия электрического заряда $U_q \equiv Q^2/2R$. Напрашивается вопрос: изменится ли при этом величина коэффициента поверхностного натяжения?

Согласно данному выше определению величины коэффициента поверхностного натяжения, можно записать:

$$\sigma(Q) \approx \frac{\left(U_\sigma + U_q\right)}{4\pi R^2}, \tag{2}$$

где σ(Q) – коэффициент поверхностного натяжения, зависящий от заряда капли; U_q – свободная энергия электрического заряда капли. Учтем, однако, искаженность поверхности капли капиллярным волновым движением теплового происхождения.

Как отмечалось выше, для всех жидкостей в нормальных условиях амплитуды теплового капиллярного волнового движения ζ_n не превышают десятых долей ангстрема, следовательно, возникающее тепловое капиллярное волновое движение можно рассматривать в приближении волн бесконечно малой амплитуды. Отсюда следует ограничение на минимальный радиус капель, для которых справедливо нижеследующее изложение: $R >> \zeta_n$, то есть $R > 10$ нм.

Дальнейшие математические выкладки для вычисления свободной энергии капиллярных волн и электрического заряда проведем по аналогии с [6].

ВЫЧИСЛЕНИЕ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ СИЛЫ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ КАПЛИ, СВЯЗАННОЙ С КАПИЛЛЯРНЫМ ВОЛНОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ НА ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ

Примем для простоты, что форма капли имеет осевую симметрию. В этом случае вместо разложений по сферическим функциям, как это было сделано в [1], можно проводить разложения по полиномам Лежандра, что упрощает рассмотрение. Согласно сказанному, представим уравнение поверхности капли в виде:

$$r = \zeta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n P_n(\cos\theta), \tag{3}$$

где r – расстояние от начала координат до точки поверхности; $\zeta_n \quad \zeta_0 \; \forall \; n$, $P_n(\cos\theta)$ – полиномы Лежандра; θ – угол между осью симметрии и радиус-вектором точки на поверхности капли в сферической системе координат с началом в центре сферы; ζ_0 – постоянный коэффициент: $\zeta_0 \approx R$. Потребуем из общефизических соображений, чтобы отношения ζ_n/ζ_0 были весьма малы ($|\zeta_n/\zeta_0| << 1$) и убывали (в силу их теплового происхождения) с увеличением номера моды n (полагая, что на каждую моду приходится одинаковая энергия) так, что $|\zeta_n/\zeta_{n-1}| < 1$.

Для сокращения нижеследующих достаточно громоздких выкладок введем обозначение $\mu \equiv \cos\theta$. Выражение для объема капли можно записать как:

$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^{r}\int_0^{\pi} r^2 \sin\theta \,\partial\varphi \partial r \partial\theta =$$

$$= -\frac{2}{3}\pi \int_0^{\pi} r^3 \sin\theta = \frac{2}{3}\mu \int_1^{-1} r^3 d\mu;$$

$$dV = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi dr; \; d\mu = -\sin\theta d\theta,$$

$r = r(\mu)$ определяется, согласно (1). В итоге, согласно (3), получим:

$$V \approx \frac{2\pi}{3}\int_{-1}^{1} \zeta_0^3 \times$$

$$\times \left[1 + 3\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta_n}{\zeta_0} P_n(\mu) + 3\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta_n \zeta_m}{\zeta_0^2} P_n P_m \right] d\mu.$$

Учтем, что, согласно свойствам полиномов Лежандра [7]:

$$\int_{-1}^{1} P_n(\mu) d\mu = 0; \; \forall n > 0;$$

$$\int_{-1}^{1} P_n(\mu) P_m d\mu = \begin{cases} 0; \text{при } n = m \\ \dfrac{2}{2n+1}; \text{при } n \neq m. \end{cases}$$

В итоге с точностью до слагаемых второго порядка малости по отношению к ζ_n/ζ_0 получаем:

$$V \approx \frac{4}{3}\pi\zeta_0^3 \left[1 + 3\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}\left(\frac{\zeta_n}{\zeta_0}\right)^2\right].$$

В то же время, вводя радиус равновесной сферической капли a, ее объем можно записать в известной элементарной форме: $V = 4\pi a^3/3$. Приравнивая два выражения для объема капли, радиус равновесной сферической капли a выразим через амплитуды капиллярных волн ζ_n в виде:

$$a \approx \zeta_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)^{-1} \left(\frac{\zeta_n}{\zeta_0} \right)^2 \right]. \qquad (4)$$

Теперь найдем площадь поверхности капли, возмущенной капиллярным волновым движением, и свободную энергию сил поверхностного натяжения, которая равна произведению коэффициента поверхностного натяжения на приращение площади поверхности капли, возмущенной капиллярным волновым движением, по сравнению с площадью сферы. Площадь поверхности капли вычислим по известной формуле (см., например, [8, с. 54]):

$$S = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{r^2 \sin\theta}{\cos\vartheta} d\theta d\varphi;$$

где θ и φ – сферические координаты; ϑ – угол между нормалью к поверхности и радиус-вектором; угол φ – азимутальный.

Когда уравнение поверхности имеет вид $F(r, \theta, \varphi) = 0$, то вектор нормали к поверхности можно найти по формуле $n \equiv \nabla F / |\nabla F|$.

В рассматриваемом случае

$$F(r, \mu) = r - \zeta_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n F_n(\mu);$$

следовательно:

$$\nabla F = n_r - \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\zeta_n}{r} \right) \frac{\partial P_n}{\partial \mu} \sin\theta \right] n_\theta.$$

Тогда

$$\cos\vartheta = \frac{n_r \times \nabla F}{|\nabla F|} \equiv \sqrt{1 - \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta_n}{r} \frac{\partial P_n}{\partial \mu} \sin\theta \right)^2},$$

где n_r – единичный вектор радиальной переменной. В итоге:

$$(\cos\vartheta)^{-1} \approx \left[1 + \frac{1}{2} \sum_{n,m}^{\infty} \frac{a_n a_m}{r^2} \frac{dP_n}{d\mu} \frac{dP_m}{d\mu} \left(1 - \mu^2 \right) \right].$$

Подставив это соотношение в выражение для площади поверхности, получим:

$$S = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} r^2 d\mu d\varphi +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} \sum_{n,m}^{\infty} \left(1 - \mu^2 \right) \frac{dP_n}{d\mu} \frac{dP_m}{d\mu} \zeta_n \zeta_m d\mu d\varphi.$$

Интегрирование по азимутальному углу φ (с точностью до членов первого порядка малости) легко проводится прямым интегрированием:

$$I_1 \approx \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{1} r^2 d\mu d\varphi =$$

$$= 2\pi \int_{-1}^{1} \left[\zeta_0^2 + 2\zeta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n P_n(\mu) + \sum_{n,m=1}^{\infty} \zeta_n \zeta_m P_n(\mu) P_m(\mu) \right] d\mu =$$

$$= 2\pi \left[2\zeta_0^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta_0^2}{(2n+1)} \right].$$

Для вычисления интеграла по полярному углу θ воспользуемся формулой:

$$\int_{-1}^{1} (1-\mu)^2 \frac{dP_n}{d\mu} \frac{dP_m}{d\mu} d\mu = n(n+1) \int_{-1}^{1} P_n(\mu) P_n d\mu.$$

Тогда интеграл по θ, если расчеты производить с сохранением малых величин второго порядка, вычисляется в виде:

$$I_2 \approx \frac{2\pi}{2} \sum_{n,m=1}^{\infty} n(n+1) \zeta_n \zeta_m \times$$

$$\times \int_{-1}^{1} P_n P_m d\mu = 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(2n+1)} \zeta_n^2.$$

В итоге для площади поверхности капли, возмущенной капиллярным волновым движением, получим:

$$S = 4\pi \left[\zeta_0^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)^{-1} \zeta_n^2 \right] -$$

$$-4\pi \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)^{-1} \zeta_n^2 + 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)(2n+1)^{-1} \zeta_n^2.$$

Учитывая (2) и (3), выражение, стоящее в квадратных скобках, можно представить как a^2. Тогда, объединяя два последних слагаемых в одно, получим:

$$S \approx 4\pi a^2 + 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)(n+2)(2n+1)^{-1} \zeta_n^2.$$

Если σ – коэффициент поверхностного натяжения, то потенциальная энергия капиллярных сил, отсчитываемая от потенциальной энергии капиллярных сил равновесной сферы, имеет вид:

$$W_\sigma = 2\pi\sigma \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)(n+2)(2n+1)^{-1} a_n^2.$$

Проанализируем это выражение. Оно дает нам W_σ в виде однородной квадратичной функции от ζ_n. Если мы представим электростатическую потенциальную энергию сфероида в таком же виде, то сможем принять ζ_n за обобщенные координаты. Необходимое приближение можно получить, если вычислить поверхностную плотность заряда в первом порядке малости по ζ_n, а затем использовать это выражение для нахождения электростатической потенциальной энергии во втором порядке малости по ζ_n.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ ПОВЕРХНОСТНО ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ

Примем:

$$r=\zeta_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_nP_n(\mu)\approx a+\sum_{n=1}^{\infty}\zeta_nP_n(\mu);$$

так как a отличается от ζ_0 только во втором порядке малости.

Электростатический потенциал у свободной поверхности проводящей деформированной, согласно (1), капли может быть представлен в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$\Phi=\sum_{n=1}^{\infty}B_n\times r^{-n-1}P_n(\mu),$$

где постоянные коэффициенты B_n таковы, что для $n\geq 1$

$$B_n<<B_0$$

так как $\zeta_n << \zeta_0$. Из теории мультиполей ясно, что $B_0 = Q$, то есть определяет полный заряд капли. Учитывая, что $P_0(\mu) = 1$, выражение для потенциала можно записать в виде:

$$\Phi=\frac{Q}{r}+\sum_{n=1}^{\infty}B_nr^{-n-1}P_n(\mu).$$

Поверхность проводника является эквипотенциальной. Обозначив ее потенциал Φ_S, запишем:

$$\Phi_s=Q\left(a+\sum_{n}^{\infty}\zeta_nP_n(\mu)\right)^{-1}+$$

$$+\sum_{n}^{\infty}B_nP_n(\mu)\left(a+\sum_{m}^{\infty}\zeta_mP_m(\mu)\right)^{-1-n}.$$

Подставляя (3) и пренебрегая произведениями малых величин B_n и ζ_n, найдем:

$$\Phi_n=\frac{Q}{a}-\frac{Q}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\zeta_n}{a}P_n(\mu)+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{B_m}{\zeta^{m+1}}P_m(\mu).$$

Приравнивая коэффициенты при полиномах одного порядка, получим:

$$\Phi_0=\frac{Q}{a};\;\; Q\zeta_na^{n+1}=B_na^2.$$

Тогда выражение потенциала электрического поля деформированной капли можно записать в виде:

$$\Phi(r,\theta)=\frac{Q}{r}+Q\sum_{n=1}^{\infty}\zeta_n\frac{a^{n-1}}{r^{n+1}}P_n(\mu).$$

Чтобы найти значение плотности заряда $\chi = \chi(\theta)$ в любой точке свободной поверхности капли, воспользуемся формулой:

$$4\pi\chi(r,\theta)=-n\times\nabla\Phi\approx-\frac{\partial\Phi}{\partial r}\cos\vartheta.$$

Так как $\cos\vartheta$ отличается от единицы на малую величину, пропорциональную ζ_n^2, примем $\cos\vartheta = 1$, тогда

$$4\pi\chi(r,\theta)\approx-\left.\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right|_{r=a+\sum\zeta_nP_n}=$$

$$=\left[\frac{Q}{r^2}+\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)Qa^{n-1}r^{-n-2}\zeta_nP_n(\mu)\right]_{r=a+\sum\zeta_nP_n}=$$

$$=\frac{Q}{a^2\left[1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\zeta_n}{a}P_n\right]^2}-\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)Q\frac{\zeta_na^{(n-1)}P_n}{a^{n+2}\left[1+\sum\limits_{m=1}^{\infty}\frac{\zeta_m}{a}P_m\right]^{n+2}}=$$

$$=\frac{Q}{a^2}\left[1-\sum_{n=1}^{\infty}2\frac{\zeta_n}{a}P_n\right]+\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)Q\frac{\zeta_n}{a^3}P_n\left[1-(n+2)\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\zeta_m}{a}P_m\right].$$

Или, пренебрегая членами более высокого порядка малости, чем первый, получим:

$$4\pi\sigma(r,\theta)=\frac{Q}{a^2}+Q\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)\frac{\zeta_n}{a^3}P_n(\mu).$$

Теперь можно вычислить приближенно потенциал самой капли с сохранением слагаемых второго порядка малости, используя выражение для поверхностной плотности заряда, написанное в первом порядке малости следующим образом:

$$\Phi_S=\int_S\frac{\sigma d\Omega}{r}\approx 2\pi\int_{-1}^{1}\frac{Q}{4\pi a^2}\times$$

$$\times\left[1+\sum_n(n-1)\frac{\zeta_n}{a}P_n\right]\times\left[1-\sum_n\frac{\zeta_n}{a}P_n\right]ad\mu=$$

$$=\frac{Q}{a}-\frac{Q}{a}\sum_n(n-1)\frac{\zeta_n^2}{a^2}(2n+1)^{-1}.$$

Электростатическая потенциальная энергия капли определяется известной формулой [9]:

$$W_Q=Q\Phi/2.$$

Если за нулевой уровень отсчета энергии принять электростатическую энергию равновесной сферы, то можно получить соотношение:

$$W_Q=-\sum_n(n-1)(2n+1)^{-1}\frac{Q^2}{2a^3}\zeta_n^2.$$

Это выражение является квадратичной функцией амплитуд осцилляций ζ_n. Знак «минус» показывает, что электростатические силы противодействуют силам поверхностного натяжения.

Если отсчитывать потенциальную энергию капли от ее значения для невозмущенной сферической поверхности, то выражения для потенциальной энергии сил поверхностного натяжения и электростатической потенциальной энергии осциллирующей заряженной капли запишутся в виде:

$$U_\sigma = 2\pi\sigma_0 \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)(n+2)(2n+1)^{-1}\zeta_n^2;$$

$$U_q = -\sum_n (n-1)\frac{Q^2}{2R^3}\zeta_n^2(2n+1)^{-1}.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЖИДКОЙ КАПЛИ

В итоге аналитическое выражение для величины коэффициента поверхностного натяжения заряженной капли $\sigma(Q)$ можно записать в виде:

$$\sigma(Q) = \frac{\sigma_0}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[(n+2) - W\right]\frac{n-1}{2n+1}\frac{\zeta_n^2}{R^2},$$

где $W \equiv \dfrac{Q^2}{4\pi\sigma_0 R^3}$ безразмерный параметр, характеризующий устойчивость капли по отношению к собственному заряду [1]. Заряженная капля становится неустойчивой по отношению к собственному заряду при $W \geq 4$ [1, 6].

Видно, что поверхностное натяжение с увеличением заряда на капле уменьшается пропорционально квадрату заряда капли, а также зависит от номера моды капиллярных волн на ней n, что представляется, на первый взгляд, странным. Однако, если учесть, что свободная энергия сил поверхностного натяжения и электрического заряда зависит от n и с изменением n изменяются оба вида свободной энергии капли, то все становится на свои места, притом что первой претерпевает неустойчивость основная мода, и следует заменить n на 2.

Если ожидать, что при реализации электростатической неустойчивости заряженной сферической капли на всей ее поверхности коэффициент поверхностного натяжения обратится в ноль и капля «взорвется» или «развалится» на отдельные капельки, то наши ожидания не сбудутся. Согласно данным экспериментов [2, 10, 11] и теории [12], при реализации электростатической неустойчивости заряженной сферической капли она сначала вытягивается в фигуру, близкую к вытянутому сфероиду. При этом заряд на ее поверхности перераспределится: на боковых его частях поверхностная плотность уменьшится, а на вершинах увеличится. Затем из ее вершин (где окажется самая большая плотность заряда) выбросятся струйки сильно заряженных дочерних капелек с размерами на два порядка меньшими, чем у родительской. Такая последовательность событий соответствует принципу наименьшей скорости рассеяния энергии в неравновесных процессах.

Необходимо отметить, что на основе проведенного качественного модельного рассмотрения можно говорить лишь о тенденциях изменения величины коэффициента поверхностного натяжения с изменением величины заряда на капле, а не о точном расчете величины такого изменения. В проведенных выше рассуждениях не учтено возможное изменение структуры жидкости, например, степени сольватации заряда при изменении его величины [13]; не сделано различия между полярными и неполярными жидкостями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, ожидаемые априорные тенденции на разобранном простейшем примере сферической капли неполярной несжимаемой электропроводной жидкости подтвердились: величина коэффициента поверхностного натяжения жидкости уменьшается с увеличением плотности поверхностного заряда на ней.

Отметим, что приведенные рассуждения имеют модельный, качественный характер.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа, выполнена в ИПМех РАН в рамках Государственного задания, № госрегистрации 124012500442-3.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rayleigh, F.R.S., On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity, *Phil. Mag*., 1882, vol. 14, p. 184.
2. Hunter, H.C. and Ray, A.K., On progeny droplets emitted during Coulombic fission of charged microdrops, *Phys. Chem. Chem. Phys*., 2009, vol. 11, no. 29. p. 6156.
3. Cloupeau, M. and Prunet, Foch, B., Electrohydrodynamic spraying functioning modes: a critical review, *J. Aerosol Sci.*, 1994, vol. 25, no. 6, p. 1021.
4. Френкель, Я.И., *Кинетическая теория жидкостей*. Л.: Наука, 1975. 592 с.
5. Френкель, Я.И., К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме, *ЖЭТФ*, 1936, т. 6, № 4, с. 348.
6. Hendrics, C.D. and Schneider, J.M., Stability of a conducting droplet under the influence of surface tension and electrostatic forces, *Amer. J. Phys*., 1963, vol. 31, no. 6, p. 450.

7. Варшалович, Д.А., Москалев, А.Н., Херсонский, В.К., *Квантовая теория углового момента*. Л.: Наука, 1975. 436 с.

8. Краснов, М.Л., Киселев, А.И., Макаренко, Г.И., *Векторный анализ*. М.: Наука, 1978. 158 с.

9. Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М., *Теория поля*. М.: Наука, 1973. 504 с.

10. Duft, D., Achtzehn, T., Muller, R., Huber, B.A., et al., Rayleigh jets from levitated microdroplets, *Nature*, 2003, vol. 421, no. 6919, p. 128.

11. Fong Chee Sheng, Black, N.D., Kiefer, P.A., Shaw, R.A., An experiment on the Rayleigh instability of charged liquid drops, *Amer. J. Phys.,* 2007, vol. 75, no. 6, p. 499.

12. Григорьев, А.И., О механизме неустойчивости заряженной проводящей капли, *ЖТФ,* 1986, т. 56, № 7, с. 1272.

13. Измайлов, Н.А., *Электрохимия растворов*. М.: Химия, 1976. 488 с.

Summary

Qualitative analytical dependence of the value of the coefficient of the surface tension of a liquid on the density of the electric charge on its surface was derived from general theoretical positions by asymptotic methods. It is shown that the value of the surface tension coefficient of a liquid decreases with an increase in the density of the electric charge on the surface of the liquid.

Keywords: surface tension coefficient, surface density of electric charge, analytical dependence