

КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРОВОЛОКАХ

*Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий,
ул. Шохрух мирзо 47^А, Самарканд, 140104, Республика Узбекистан, eshkuvat@samdu.uz

**Самаркандский государственный университет им. А. Навои,
Университетский бульвар, 15, г. Самарканд, 140104, Республика Узбекистан

Введение

На протяжении последних трех десятилетий физика низкоразмерных полупроводниковых структур становится существенной частью повседневных научных исследований. Это связано главным образом с тем, что низкоразмерные структуры дают возможность исследователю раскрыть особенности многих новых физических явлений. Здесь следует особенно обратить внимание на возросший в последние годы интерес к изучению одномерных электронных структур (quantum wire) [1–3].

Метод комбинационного рассеяния света (КРС) интенсивно применялся для изучения двумерных электронных структур [4–6]. Исследования КРС впервые указали на существование одночастичных возбуждений при переходе между двумя двумерными подзонами в электронной системе, чего нельзя было достичь методом поглощения света из-за деполяризационных и экситонных эффектов.

В настоящей работе исследуется КРС в размерно-квантованной полупроводниковой проволоке. КРС рассматривается при температуре $T=0\text{K}$, когда верхняя валентная зона целиком заполнена, а зоны проводимости пусты. Поглотив квант возбуждающего света $\hbar\omega_l$, электрон из одной подзоны валентной зоны (V) переходит в одну из подзон зоны проводимости (C), а затем, испустив квант вторичного излучения $\hbar\omega_s$, в нижнюю подзону зоны проводимости или валентной зоны.

1. Постановка задачи

Сечение рассеяния света вычисляется с помощью соотношения [7]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\omega_s} = \frac{V^2\omega_s^2}{(2\pi)^3 c^4} \left(\frac{n_s}{n_l} \right) W, \quad (1)$$

где V – нормировочный объем, c – скорость света в вакууме, $n_{l(s)}$ – коэффициент преломления света, W – вероятность испускания кванта $\hbar\omega_s$ в единицу времени в интервале телесного угла $d\Omega$, нормированная на один фотон $\hbar\omega_l$ в объеме V и вычисленная для среды с равным единице коэффициентом преломления света:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f |M_1 + M_2|^2 \delta(E_f - E_i), \quad (2)$$

где

$$M_j = \sum_a \frac{\langle f | \hat{H}_{js} | a \rangle \langle a | \hat{H}_{jl} | i \rangle}{E_i - E_a} + \sum_b \frac{\langle f | \hat{H}_{jl} | a \rangle \langle a | \hat{H}_{js} | i \rangle}{E_i - E_b}. \quad (3)$$

Здесь $j=1,2$ соответствуют вкладам электронов и дырок; E_i и E_f – энергии начального ($|i\rangle$) и конечного ($|f\rangle$) состояний системы, а E_a и E_b соответствуют энергиям промежуточных состояний системы. $\hat{H}_{l(s)}$ – гамильтониан взаимодействия первичного (вторичного) света с системой, который определим в виде

$$\hat{H}_{l(s)} = \frac{e}{m} \left(\frac{2\pi\hbar}{V\omega_{l(s)}} \right)^{1/2} \vec{e}_{l(s)} \hat{P} \quad (4)$$

где e – заряд свободного электрона, m – масса квазичастицы, взаимодействующей с фотоном; $\vec{e}_{l(s)}$ – вектор поляризации первичного (вторичного) излучения; \hat{P} – оператор импульса.

На рис. 1 показаны фейнмановские диаграммы, описывающие рассматриваемый процесс. Диаграммы a и c описывают процесс излучения электронами фотоны с частотой ω_s и непосредственно выражаются двумя правыми членами равенства (3). Диаграммы b и d соответствуют вкладам дырок в валентной зоне. На рис. 2 показаны зонные диаграммы процесса, эквивалентные диаграммам рис. 1, a и b соответственно.

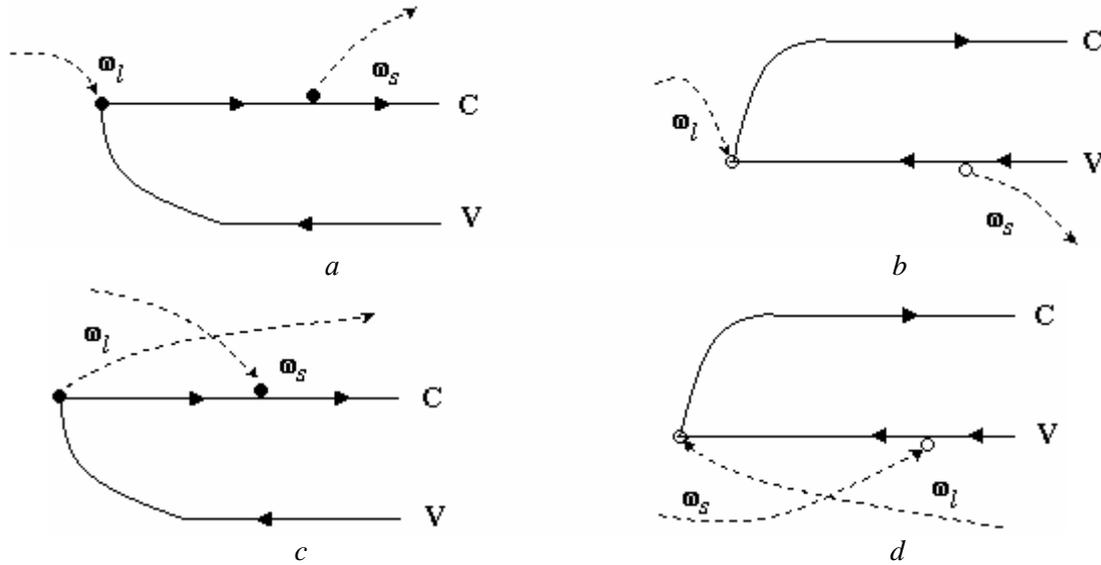


Рис.1. Диаграммы, дающие вклад в КРС, связанные с переходами между размерно-квантованными уровнями в полупроводниковой проволоке. В конечном состоянии имеются электрон на уровне (N_1, M_1) с импульсом $\hbar k_{1x}$ и дырка на уровне (N_2, M_2) с импульсом $\hbar k_{2x}$, а также вторичный фотон с частотой ω_s . Диаграммы a и b соответствуют вкладам электронов и дырок соответственно. Диаграммы c и d соответствуют интерференционным процессам

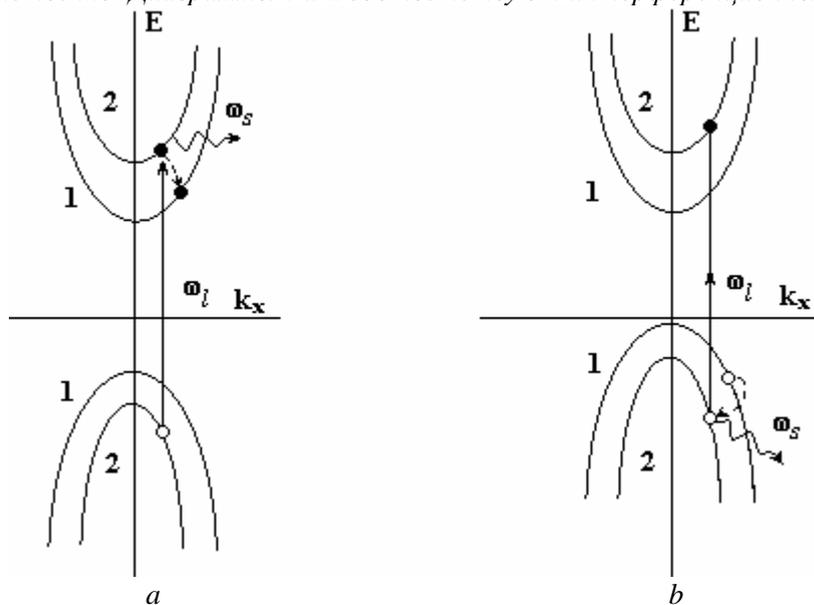


Рис. 2. Зонные диаграммы, дающие вклад в КРС. Они эквивалентны диаграммам a и b на рис. 1 соответственно

В нашей модели полупроводниковая проволока направлена вдоль оси ox . Потенциальную энергию для электрона предположим в виде

$$V(y) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < y < d, \\ \infty & \text{при } y \leq 0 \text{ и } y \geq d, \end{cases} \quad V(z) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < z < l, \\ \infty & \text{при } z \leq 0 \text{ и } z \geq l, \end{cases} \quad (5)$$

где $d(l)$ – ширина потенциальной ямы вдоль оси $oy(oz)$.

Тогда, решая уравнения Шредингера с (5) и с помощью граничных условий для волновых функций электрона и дырки, соответственно получаем выражения

$$\left. \begin{aligned} \Psi_c(\vec{r}) &= \sqrt{\frac{4}{V}} e^{ik_{1x}x} \sin\left(\frac{N_1\pi}{d}y\right) \sin\left(\frac{M_1\pi}{l}z\right) U_c(\vec{r}) \\ \Psi_v(\vec{r}) &= \sqrt{\frac{4}{V}} e^{ik_{2x}x} \sin\left(\frac{N_2\pi}{d}y\right) \sin\left(\frac{M_2\pi}{l}z\right) U_v(\vec{r}) \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Здесь U_c и U_v – блоховские модулирующие множители, $V = L_x \cdot d \cdot l$; d – ширина проволоки вдоль оси oy , а l – вдоль оси oz ; k_{1x} и k_{2x} – проекция волнового вектора электрона и дырки на ось ox соответственно; N_1, M_1 – номера размерно-квантованных уровней в зоне проводимости, а N_2, M_2 – в валентной зоне.

В приближении эффективной массы и параболического закона дисперсии энергии электронов и дырок соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} E_c(k_{1x}, N_1, M_1) &= \frac{\hbar^2 k_{1x}^2}{2m_1} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_1 d^2} N_1^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_1 l^2} M_1^2, \quad N_1, M_1 = 1, 2, \dots \\ E_v(k_{2x}, N_2, M_2) &= -\frac{\hbar^2 k_{2x}^2}{2m_2} - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_2 d^2} N_2^2 - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_2 l^2} M_2^2, \quad N_2, M_2 = 1, 2, \dots \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где E_g – ширина запрещенной зоны объемного полупроводника, $m_{1(2)}$ – эффективная масса электрона (дырки).

В основном состоянии $|i\rangle$ мы имеем фотон возбуждающего излучения с частотой ω_i и пустую зону проводимости, полностью заполненную электронами валентную зону. Энергия основного состояния

$$E_i = \hbar\omega_i. \quad (8)$$

В конечном состоянии мы имеем электрон с волновым вектором k_{1x} на уровне N_1, M_1 зоны проводимости, дырку с волновым вектором k_{2x} на уровне N_2, M_2 в валентной зоне и фотон вторичного излучения с частотой ω_s .

Таким образом, энергия конечного состояния определяется выражением:

$$E_f = E_g + \hbar\omega_s + \frac{\hbar^2 k_{1x}^2}{2m_1} + \frac{\hbar^2 k_{2x}^2}{2m_2} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_1 d^2} N_1^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_2 d^2} N_2^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_1 l^2} M_1^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_2 l^2} M_2^2. \quad (9)$$

Согласно диаграммам на рис. 1 энергии электронов в промежуточных состояниях E_a и E_b соответственно равны:

$$E_a = E_g + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2\mu} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2d^2} \left(\frac{N_1^2}{m_1} + \frac{N_2^2}{m_2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2l^2} \left(\frac{M_1^2}{m_1} + \frac{M_2^2}{m_2} \right); \quad (10)$$

$$E_b = E_g + \hbar\omega_i + \hbar\omega_s + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2\mu} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2d^2} \left(\frac{N_1^2}{m_1} + \frac{N_2^2}{m_2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2l^2} \left(\frac{M_1^2}{m_1} + \frac{M_2^2}{m_2} \right), \quad (11)$$

где

$$\mu = \left[\left(\frac{1}{m_1} \right) + \left(\frac{1}{m_2} \right) \right]^{-1}, \quad (12)$$

μ – приведенная эффективная масса электронно-дырочной пары (ЭДП).

В (10) и (11) предполагаем выполнение закона сохранения импульса, то есть $k_{1x} = -k_{2x} = k_x$. Волновой вектор ЭДП в процессах поглощения и испускания фотона (волновым вектором фотона пренебрежем) остается неизменным.

Из (8)–(11), используя законы сохранения энергии и импульса для знаменателей формулы (3), получим:

$$E_i - E_a = \hbar\omega_s + \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_1d^2}(N_1^2 - N_1'^2) + \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_1l^2}(M_1^2 - M_1'^2), \quad (13)$$

$$E_i - E_b = -\hbar\omega_l + \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_1d^2}(N_1^2 - N_1'^2) + \frac{\pi^2\hbar^2}{2m_1l^2}(M_1^2 - M_1'^2). \quad (14)$$

Нетрудно убедиться, что с использованием (13) и (14) в случае полупроводников с достаточно широкими запрещенными зонами (например, GaAs), что вклад диаграммы c на рис. 1 по сравнению с вкладом диаграммы a пренебрежимо мал, и поэтому его не учитываем в дальнейших расчетах.

Аналогичные выражения могут быть написаны для энергии дырок в промежуточном состоянии, и в дальнейших расчетах пренебрегаем вкладом диаграммы d , сравнивая с вкладом диаграммы b .

Таким образом, при вычислении μ_j в (3) для определения дифференциального сечения КРС ограничимся только учетом первого члена.

2. Дифференциальное сечение рассеяния света

Из (4) и (6) получим:

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{H}_{js} | a \rangle = & \frac{e\hbar}{m_j} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\omega_s}} \left\{ e_{sx} k_x \delta_{N_j, N_j'} \delta_{M_j, M_j'} + \right. \\ & + (-1)^{j+1} 2i \frac{e_{sy}}{d} \delta_{M_j, M_j'} \frac{N_j N_j'}{N_j^2 - N_j'^2} (1 - \delta_{N_j, N_j'}) [(-1)^{N_j N_j'} - 1] + \\ & \left. + (-1)^{j+1} 2i \frac{e_{sz}}{l} \delta_{N_j, N_j'} \frac{M_j M_j'}{M_j^2 - M_j'^2} (1 - \delta_{M_j, M_j'}) [(-1)^{M_j + M_j'} - 1] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\langle a | \hat{H}_{jl} | i \rangle = \frac{e}{m_0} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega_l}} \vec{e}_l \vec{P}_{CV} \begin{cases} \delta_{N_1, N_2} \text{ при } \delta_{M_1, M_2} \\ \delta_{N_1, N_2'} \text{ при } \delta_{M_1, M_2'} \end{cases}, \quad (16)$$

где m_0 – масса свободного электрона, \vec{P}_{CV} – междузонный матричный элемент импульса, вычисленный на блоховских множителях при $\vec{k} = 0$ (то есть в точках $\vec{k} = 0$).

Подставляя (15) и (16) в (3), получаем:

$$\begin{aligned} M_1 + M_2 = & \frac{2\pi e^2 \hbar^2}{m_0 V} \frac{(\vec{e}_l \vec{P}_{CV})}{\sqrt{\omega_l \omega_s}} \left\{ e_{sx} \frac{k_x}{\mu \hbar \omega_s} \delta_{N_1, N_2} \delta_{M_1, M_2} + \right. \\ & + \frac{2ie_{sy}}{d} \frac{N_1 N_2}{N_1^2 - N_2^2} \delta_{M_1, M_2} (1 - \delta_{N_1, N_2}) [(-1)^{N_1 + N_2} - 1] \cdot \left[\frac{m_1^{-1}}{\mu \omega_s + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_1 d^2} (N_1^2 - N_2^2)} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{m_2^{-1}}{\hbar \omega_s - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_2 d^2} (N_1^2 - N_2^2)} \right] + \frac{2ie_{sz}}{l} \frac{M_1 M_2}{M_1^2 - M_2^2} \delta_{N_1, N_2} (1 - \delta_{M_1, M_2}) [(-1)^{M_1 + M_2} - 1] \right\} \times \end{aligned}$$

$$\times \left[\frac{m_1^{-1}}{\hbar\omega_s + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_1 l^2} (M_1^2 - M_2^2)} + \frac{m_2^{-1}}{\hbar\omega_s - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_2 l^2} (M_1^2 - M_2^2)} \right]. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (2), затем (2) в (1), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma}{d\Omega d\omega_s} = & \sigma \left\{ |e_{sx}|^2 \sum_{N_1 M_1} \sqrt{\Gamma(N_1, M_1)} + |e_{sy}|^2 4 \left(\frac{\mu}{m_0} \right)^2 \left(\frac{\hbar\omega_s}{E_0} \right)^2 \times \right. \\ & \times \sum_{N_1 N_2 M_1} \frac{(1 - \delta_{N_1, N_2})}{\sqrt{\Gamma(N_1, N_2, M_1)}} \cdot \frac{N_1^2 N_2^2}{(N_1^2 - N_2^2)^2} [(-1)^{N_1 + N_2} - 1] \cdot \left[\frac{\beta_1}{\frac{\hbar\omega_s}{E_0} + \pi^2 \beta_1 (N_1^2 - N_2^2)} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{\beta_2}{\frac{\hbar\omega_s}{E_0} + \pi^2 \beta_2 (N_1^2 - N_2^2)} \right]^2 + |e_{sz}|^2 4 \left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(\frac{\mu}{m_0} \right) \left(\frac{\hbar\omega_s}{E_0} \right)^2 \times \right. \\ & \times \sum_{N_1 M_1 M_2} \frac{(1 - \delta_{M_1, M_2})}{\sqrt{\Gamma(N_1, M_1, M_2)}} \cdot \frac{M_1^2 M_2^2}{(M_1^2 - M_2^2)^2} [(-1)^{M_1 + M_2} - 1] \cdot \left[\frac{\beta_1}{\frac{\hbar\omega_s}{E_0} + \pi^2 \beta_1 \left(\frac{d}{l} \right)^2 (M_1^2 - M_2^2)} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{\beta_2}{\frac{\hbar\omega_s}{E_0} - \pi^2 \beta_2 \left(\frac{d}{l} \right)^2 (M_1^2 - M_2^2)} \right]^2 \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\text{где } E_0 = \left(\frac{\hbar^2}{2m_0 d^2} \right), \quad \beta_{1(2)} = \left(\frac{m_0}{m_{1(2)}} \right), \quad \sigma_0 = \frac{s}{\pi} \frac{|\vec{e}_l \vec{P}_{cv}|^2}{\omega_l \mu \hbar \omega_s}, \quad (19)$$

$$\Gamma(N_1, M_1) = \frac{\left[\hbar\omega_l - \hbar\omega_s - E_g - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu d^2} N_1^2 - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu l^2} M_1^2 \right]}{E_0}, \quad (20)$$

$$\Gamma(N_1, N_2, M_1) = \frac{\left[\hbar\omega_l - \hbar\omega_s - E_g - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu l^2} M_1^2 - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2d^2} \left(\frac{N_1^2}{m_1} + \frac{N_2^2}{m_2} \right) \right]}{E_0}, \quad (21)$$

$$\Gamma(N_1, M_1, M_2) = \frac{\left[\hbar\omega_l - \hbar\omega_s - E_g - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu d^2} N_1^2 - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2l^2} \left(\frac{M_1^2}{m_1} + \frac{M_2^2}{m_2} \right) \right]}{E_0}. \quad (22)$$

3. Обсуждение результатов

При суммировании по номерам размерно-квантованных уровней (N_1, N_2 и M_1, M_2) должны быть выполнены следующие условия:

$$\hbar\omega_l - \hbar\omega_s - E_g - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu d^2} N_1^2 - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu l^2} M_1^2 \geq 0, \quad (23)$$

$$\hbar\omega_l - \hbar\omega_s - E_g - \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mu l^2} M_1^2 - \frac{\pi^2\hbar^2}{2d^2} \left(\frac{N_1^2}{m_1} + \frac{N_2^2}{m_2} \right) \geq 0, \quad (24)$$

$$\hbar\omega_l - \hbar\omega_s - E_g - \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mu d^2} N_1^2 - \frac{\pi^2\hbar^2}{2l^2} \left(\frac{M_1^2}{m_1} + \frac{M_2^2}{m_2} \right) \geq 0. \quad (25)$$

Как видно из (18), дифференциальное сечение КРС анизотропно, так же сингулярно (как квадратный корень) при $\Gamma(N_1, N_2, M_1) = 0$ и $\Gamma(N_1, M_1, M_2) = 0$, которое соответствует переходам электрона и дырки, соответственно показанные на рис. 2,а и 2,б. Кроме того, как следует из (18), дифференциальное сечение КРС имеет квадратичные сингулярности при

$$\omega_s = \pi^2 \left(\frac{E_0}{\hbar} \right) \beta_1 (N_2^2 - N_1^2) \quad \text{или} \quad \omega_s = \pi^2 \left(\frac{E_0}{\hbar} \right) \beta_2 (N_1^2 - N_2^2); \quad (26)$$

$$\omega_s = \pi^2 \left(\frac{E_0}{\hbar} \right) \left(\frac{d}{l} \right)^2 \beta_1 (M_2^2 - M_1^2) \quad \text{или} \quad \omega_s = \pi^2 \left(\frac{E_0}{\hbar} \right) \left(\frac{d}{l} \right)^2 \beta_2 (M_1^2 - M_2^2). \quad (27)$$

Значения частот (26) соответствуют переходам электрона между размерно-квантованными уровнями N_1 и N_2 в зоне проводимости (см. рис. 2,а) или переходам дырки между уровнями N_1 и N_2 в валентной зоне (см. рис. 2,б). Значения частот (27) соответствуют переходам электрона между уровнями M_1 и M_2 .

Если ширина проволоки вдоль оси ou и oz одинакова, то есть $d = l$, то частоты (26) и (27) совпадают. В случае $(d/l) < 1$ вторичное излучение, соответствующее переходам между уровнями N_1 и N_2 , коротковолновое и поляризовано вдоль оси ou , тогда как рассеянный свет, соответствующий переходам между уровнями M_1 и M_2 , длинноволновый и поляризован вдоль оси oz . В обратном случае $(d/l) > 1$ картина меняется. Переходы между уровнями N_1 и N_2 (M_1 и M_2) должны подчиняться правилу отбора, согласно которому переходы разрешены, если $N_1 + N_2$ ($M_1 + M_2$) нечетные, в противном случае переходы запрещены. Эти результаты аналогичны с КРС в объемных полупроводниках в сильном магнитном поле, где переходы между уровнями Ландау удовлетворяют правилу отбора $N' = N \pm 1$ ($N', N = 0, 1, 2, \dots$) [8, 9].

В размерно-квантованных полупроводниковых проволоках частоты вторичного излучения лежат в интервале

$$0 < \omega_s \leq \left[\omega_l - \frac{E_g}{\hbar} - \left(1 + \frac{d^2}{l^2} \right) \left(\frac{E_0}{\hbar} \right) \right]. \quad (28)$$

Как видно из (28), вторичное излучение распространяется только при $\hbar\omega_l > E_g + \left(1 + \frac{d^2}{l^2} \right) E_0$,

иначе сечение КРС равно нулю.

Заметим, что при $d \rightarrow \infty$ и $l \rightarrow \infty$, (18) приближается к выражению дифференциального сечения КРС объемного полупроводника [10]. Первый член в (18) не сингулярен и соответствует прямым переходам между уровнями валентной зоны и зоны проводимости с $N_1 = N_2$ и $M_1 = M_2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wendler L., Grigoryan V.G. Theory of magneto-optical absorption of the quasi-one-dimensional electron gas // Physica B. 1998. 245. P. 127–156.
2. Miura N., Matsuda J. H., Uchida K., Arimoto H. Magneto-optical study of semiconductor nanostructures in high magnetic fields // J. Phys. Condens. Matter. 1990. 11. P. 5917–5928.
3. Kasapoglu E., Sari H., Sokmen I. Intersubband optical absorption in a quantum well under a tilted magnetic field // Superlat. and Microstruct. 2001. 29. P. 25–32.
4. Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. Рассеяние света инверсионным слоем полупроводника в МОП структуре // ФТТ. 1986. 28. №2. С. 389–393.

5. Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. Рассеяние света в инверсионном слое МОП структуры в магнитном поле // ФТТ. 1987. 29. № 11. С. 3421–3425.
6. Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. Экситонное комбинационное рассеяние света в двумерной электронной системе // ФТТ. 1989. 31. № 11. С. 127–134.
7. Ивченко Е. Л., Ланг И. Г., Павлов С. Т. Теория резонансного вторичного свечения полупроводников // ФТТ. 1977. 19. № 9. С. 1751–1759.
8. Wallis R.I., Mills D.I. Theory of interband Raman scattering in polar semiconductors in high magnetic fields // Phys. Rev. 1970. 32. № 8. P. 3312–3315.
9. Goltsev A.V., Lang I.G., Pavlov S.T. Electron-phonon and Electron Raman scattering in polar semiconductors in high magnetic fields // Phys. stat. sol(b). 1979. 94. P. 37–50.
10. Гольцев А.В., Ланг И.Г., Павлов С.Т. Бесфононное комбинационное рассеяние света в полупроводниках // ФТТ. 1978. 20. № 8. С. 2542–2545.

Поступила 24.05.08

Summary

Raman scattering differential cross section for a semiconductor quantum wires have been calculated. Considering interband transitions between the size quantized subbands. Existing the electron-hole pairs in the transient states belonging to subbands of conduction and valence bands are predicted. Photon frequency dependence of the cross section for excited and scattered radiation is analyzed for arbitrary polarization of secondary radiation. Singularities of the scattered radiation differential cross section are predicted.
