

Ф. П. Гросу, М. К. Болога, И. А. Кожухарь, В. И. Леу

К ТЕОРИИ ОЧИСТКИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ ОТ МЕХАНИЧЕСКОЙ ПРИМЕСИ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*Институт прикладной физики АН РМ,
ул. Академией, 5, г. Кишинев, МД-2028, Республика Молдова*

1. Вводные замечания. Физический механизм электроочистки жидких диэлектриков во внешнем электрическом поле в общих чертах понятен. Примесные частицы под воздействием поля поляризуются, приобретая дипольный момент P , и кроме того, могут электролизироваться определенным зарядом q . Более того, микронные диэлектрические частицы, например в коллоидных системах [1], сами по себе обладают электрическим зарядом (ξ -потенциал), безотносительно к наличию или отсутствию внешнего поля. Будучи подвержены действию электростатической силы

$$\vec{f} = \begin{cases} (\vec{P} \cdot \nabla) \vec{E}; \\ q\vec{E}; \\ (\vec{P} \cdot \nabla) \vec{E} + q\vec{E}, \end{cases} \quad (1)$$

частицы мигрируют к электродам, где и оседают, осуществляя тем самым очистительный процесс, который, как показывают исследования [2–6], носит релаксационный характер:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{-t/\tau}, \quad (2)$$

где φ_0 – начальная концентрация частиц в очищаемой жидкости; τ – характерное время, называемое временем релаксации, зависящее от ряда факторов, в частности, свойств среды, характеристик поля, конструктивных особенностей электрофильтра и т.п. (см., например, [6]).

Однако, как показали экспериментальные исследования [6] по электроочистке в проточном “загрязненном” масле при $t \rightarrow \infty$ концентрация $\varphi(t)$ стремится не к нулю, как того требует зависимость (1), а к некоторой постоянной (рис. 1) φ_∞ . Чтобы учесть этот факт в целях обобщения экспериментальных данных, была предложена модификация формулы (1) :

$$\frac{\varphi - \varphi_\infty}{\varphi_0 - \varphi_\infty} = e^{-t/\tau}, \quad (3)$$

которая удовлетворяет не только начальному условию, но и условию на бесконечности. К сожалению, и эта зависимость не отражает полностью сути рассматриваемого процесса. Это видно при более внимательном рассмотрении кривых $\varphi(t)$ (рис. 1), которые скорее являются “усеченными” экспонентами, связанными с почти внезапным прекращением процесса очистки при некотором $t = t_0$, что представляется правдоподобным, поскольку при достаточно быстром движении жидкости (большой расход) она может и вовсе не успеть пройти “обработку”. Но при этом предположении (3) не вполне удовлетворительно отражает спад $\varphi(t)$ со временем. С нашей точки зрения дело в том, что при получении формул типа (2), (3) не было принято во внимание одно существенное обстоятельство. А именно не учтено, что по мере осаждения примесных заряженных частиц и утолщения

утолщения образуемого ими слоя происходит постепенная экранизация поля, что приводит к более медленному спаду концентрации со временем.

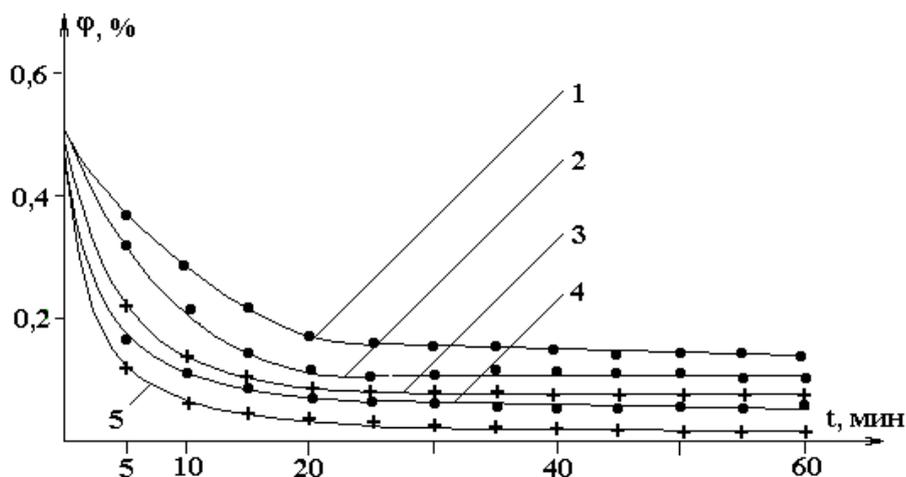


Рис. 1. Зависимость остаточной концентрации от времени обработки для суспензии подсолнечное масло-воски (0,5%)
 $U, 10^3 \text{ В}$: 1 – 9; 2 – 15; 3 – 18; 4 – 20; 5 – 23.

Ниже рассматриваются несколько теоретических аспектов (при некоторых ограничениях) возникших вопросов.

2. Модель электроочистки с учетом роста со временем толщины слоя осаждаемых на электроде примесных частиц. Ограничимся случаем неподвижной жидкости в поле плоскопараллельного конденсатора (рис. 2).

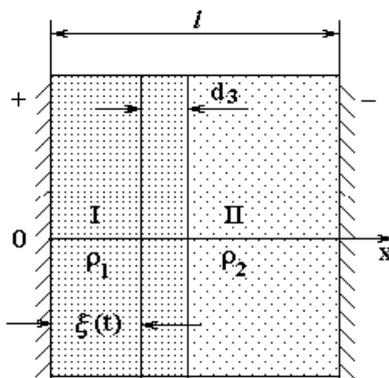


Рис. 2. Расчетная модель электрофильтра. $\xi(t)$ – толщина осажденного слоя I примеси, как функция времени t ; II – слой жидкости.

Под действием электрической силы, определяемой по одной из формул (1), частицы мигрируют к левому электроду, образуя слой толщиной $\xi(t)$, (назовем его ξ -слоем), зависящей от времени t . Задача состоит в нахождении концентрации как функции от времени (вне слоя I) с учетом перемещения границы фаз. Эта задача типа Стефана [7], имеющая “электрическую” специфику; решать ее будем, исходя из физических соображений о балансе осаждаемой на электроде массы примесей

$$dm_1 = isdt, \quad (4)$$

с одной стороны, и ее убылью из жидкости, с другой

$$dm_1 = - \gamma V d\varphi, \quad (5)$$

где

$$i = \gamma \varphi u, \quad (6)$$

– плотность потока массы, γ – плотность жидкости; V – объем жидкости; s – площадь поверхности электрода; u – скорость миграции частиц:

$$u = bf, \quad (7)$$

f – действующая на частицу сила, b – подвижность, определяемая по закону Стокса:

$$b = \frac{1}{6\pi\eta a}, \quad (8)$$

где η – динамическая вязкость, a – радиус частиц (предполагаемый одинаковый для всех частиц).

Та же элементарная масса может быть определена и формулой

$$dm_1 = \gamma_1 dV_1 = \gamma_1 S \cdot d\xi, \quad (9)$$

Приравнивая правые части (5) и (9) с учетом $V = (l - \xi) \cdot S$, где l – длина ячейки, получим простое уравнение связи $\varphi(\xi)$:

$$d\varphi = -\frac{\gamma_1}{\gamma} \cdot \frac{d\xi}{l - \xi}, \quad (10)$$

где γ_1 – плотность ξ – слоя.

Интегрируя (10) при начальном условии $\varphi(0) \equiv \varphi_0$, находим

$$\varphi = \varphi_0 + \gamma_1^* \ln(1 - \xi^*), \quad (11)$$

где введены безразмерные величины

$$\gamma_1^* \equiv \gamma_1 / \gamma; \quad \xi^* \equiv \xi / l. \quad (12)$$

Положив в (11) $\varphi = 0$, найдем максимальную толщину ξ_m^* – слоя

$$\xi_m^* = 1 - e^{-\varphi_0 / \gamma_1^*}. \quad (13)$$

При малых концентрациях получим естественный результат

$$\xi_m^* \cong \frac{\varphi_0 l}{\gamma_1^*} \quad (14)$$

Примечательно, что эти формулы не зависят от природы сил, действующих на частицы и выражают собой “закон сохранения массы” примесей.

Приравнивая правые части (4) и (5) с учетом (11), получим уравнение для $\xi^*(t)$:

$$\frac{\gamma_1^* l}{b} \cdot \frac{d\xi^*}{\left[\varphi_0 + \gamma_1^* \ln(1 - \xi^*) \right] f} = dt, \quad (15)$$

где f – сила, действующая на частицу в окрестности границы ξ – слоя, то есть $f = f(\xi)$.

Интегрируя (15) с учетом этого, найдем $\xi^*(t)$, а затем согласно (11) и конечную зависимость $\varphi(t)$. Так в общем виде решается поставленная исходная задача.

Рассмотрим частные случаи (1).

а) Незаряженные частицы. В этом случае, ввиду $q = 0 \Rightarrow \rho = 0 \Rightarrow \frac{dE}{dX} = 0 \Rightarrow E = \text{const} \Rightarrow$

$f \equiv 0$, то есть электроочистка в однородном поле при электронейтральности частиц невозможна.

б) Заряженные частицы. Пусть $q \neq 0$, тогда ξ – слой зарядится противоположно знаку электрода, на который оседают частицы. В межэлектродном пространстве возникает двухслойная структура: твердая фаза (при твердых примесях) – I, и жидкая – II с плотностью зарядов – ρ_1 и ρ_2 соответственно.

Помимо объемных зарядов на границе раздела фаз из-за разности времен электрической релаксации фаз $\tau_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 / \sigma_1$, и $\tau_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 / \sigma_2$ появится и поверхностный заряд (см. ниже).

Находим напряженности $E_I(x)$, $E_{II}(x)$ и $E(\xi)$ в слоях и на их границе.

Очевидно,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^{(1)},$$

где \vec{E}_0 – напряженность в отсутствие ξ –слоя, $\vec{E}^{(1)}$ – поправка, обусловленная его появлением.

Зона I.

$$\frac{dD_I^{(1)}}{dx} = \rho_1 \Rightarrow D_I^{(1)} = \rho_1 x + c', \quad x \in [0; \xi],$$

$$D_I^{(1)} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow c' = 0 \Rightarrow D_I^{(1)} = \rho_1 x.$$

Зона II.

$$\frac{dD_{II}^{(1)}}{dx} = \rho_2 \Rightarrow D_{II}^{(1)} = \rho_2 \cdot x + c'', \quad x \in (\xi; l).$$

На границе раздела имеем

$$\begin{aligned} D_{II}(\xi) - D_I(\xi) &= j(\tau_2 - \tau_1) = \sigma_q \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_2 \xi + c'' - \rho_1 \xi &= \sigma_q \Rightarrow c'' = \rho_1 \xi - \rho_2 \xi + \sigma_q \Rightarrow \\ D_{II}^{(1)} &= \rho_1 \xi + \rho_2 (x - \xi) + \sigma_q \Rightarrow \\ E_{II}^{(1)}(x) &= \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} [\rho_1 \xi + \rho_2 (x - \xi) + \sigma_q], \quad x \in [\xi, e]. \end{aligned} \quad (16)$$

Отсюда следует

$$E(\xi) = E_0 + \frac{\rho_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} \xi, \quad (17)$$

где

$$E_0 = \frac{U}{l} + \frac{\sigma_q}{\varepsilon_0 \varepsilon_2}, \quad (18)$$

где U – разность потенциалов. Поляризационная сила (1)

$$f_p = P \frac{dE_{II}(x)}{dx} \Big|_{x=\xi} = \frac{P}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} \cdot \rho_2.$$

Учитывая, что дипольный момент $P \sim E$, а плотность $\rho_2 \sim q\varphi$, для полной силы получим

$$f = (1 + \alpha) \cdot qE(\xi). \quad (19)$$

Если речь идет о плоском конденсаторе при малых концентрациях примесей в (19) α – можно пренебречь.

Подставив (19) в (15) с учетом (17), получим

$$\frac{\gamma_1^* l}{qb} \cdot \frac{d\xi^*}{\left[\varphi_0 + \gamma_1^* \ln(1 - \xi^*) \right] (E_0 - A\xi^*)} = dt, \quad (20)$$

где обозначено

$$A = -\frac{\rho_1 l}{\varepsilon_0 \varepsilon_2}. \quad (21)$$

Развиваемые здесь теоретические представления пригодны и при больших концентрациях, однако на практике концентрации очищаемых жидкостей составляют проценты и меньше. Поэтому с большей точностью до $\varphi \sim 10\%$ в (20) $\ln(1 - \xi^*) \cong -\xi^*$, что сильно упрощает интегрирование уравнения (20). Окончательный результат таков:

$$\xi(t) = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{1 - \nu e^{-\lambda t}} \cdot \xi_m, \quad (22)$$

где ξ_m – максимальная толщина слоя, то есть $\xi_m = \xi \Big|_{t \rightarrow \infty}$, что совпадает с полученным выше значением (14), в котором $\gamma_1^* \approx 1$, так как по плотности $\gamma_1 \cong \gamma$. Кроме того, обозначено

$$\nu \equiv \frac{A\varphi_0}{E_0}; \quad \lambda \equiv \frac{bqE_0(1 - \nu)}{l}. \quad (23)$$

Далее, согласно (11)

$$\varphi^* = \frac{(1-\nu)e^{-\lambda t}}{1-\nu e^{-\lambda t}}, \quad (24)$$

где введена нормированная на φ_0 концентрация

$$\varphi^* \equiv \varphi / \varphi_0. \quad (25)$$

Отсюда видно, что в области спада $\varphi^*(t)$ зависимость (24) отличается от традиционной (2), (3). С учетом сделанных в п.1 предположений можно ожидать

$$\varphi^* = \begin{cases} \frac{(1-\nu)e^{-\lambda t}}{1-\nu e^{-\lambda t}}, & 0 \leq t \leq t_0, \\ \frac{(1-\nu)e^{-\lambda t_0}}{1-\nu e^{-\lambda t_0}}, & t \geq t_0, \end{cases} \quad (26)$$

где время t_0 , как отмечалось характерно для случая очистки в протоке. Его можно оценить по времени, за которое концентрация (по формуле (2)) падает в e раз, или экспериментально по времени наступления $\varphi(t) = \text{const}$. Время прохождения жидкости через электрофильтр не должно быть меньше t_0 . Кроме того, хотя нами нигде это не учтено, следует иметь в виду, что параметры и при проточной очистке должны также зависеть от расхода жидкости Q , но при данном Q характер зависимости (24) должен сохраниться. Поэтому представляет интерес сопоставление этой зависимости с экспериментальными, например, рис. 1, кривая 1. При этом нет смысла находить теоретически параметры ν и λ . Для этого потребовались бы некоторые чисто физические эксперименты. Однако правильность хода кривой $\varphi(t)$ можно надежно установить методом наименьших квадратов.

3. Сравнение с экспериментом. Разрешив (24) относительно $e^{-\lambda t}$ и прологарифмировав, получим:

$$\lambda t - \ln[1 - \nu(1 - \varphi^*)] + \ln \varphi^* = 0. \quad (27)$$

Возводя (27) в квадрат, затем усреднив по экспериментальным параметрам t и φ^* , ставим задачу об отыскании минимума функции

$$\overline{(\lambda t - \ln[1 - \nu(1 - \varphi^*)] + \ln \varphi^*)^2} = \min(\lambda, \nu).$$

Продифференцировав это выражение по λ и ν составим систему метода наименьших квадратов:

$$\begin{cases} \lambda \cdot \overline{t^2} + \nu \cdot \overline{t(1 - \varphi^*)} = \overline{-t \ln \varphi^*} \\ \overline{\lambda t(1 - \varphi^*)} + \nu \overline{(1 - \varphi^*)^2} = \overline{-(1 - \varphi^*) \ln \varphi^*}. \end{cases} \quad (28)$$

По данным графика (рис.1, кривая 1) составим табл. 1.

Таблица 1. Данные нормированной на φ_0 концентрации примеси φ^* при различных временах обработки t

№	t , мин	φ^*
1	5	0,72
2	10	0,58
3	15	0,42
4	20	0,32

Средние значения находим по общим формулам типа

$$\bar{A} = \frac{\sum A_i}{n}, \quad (n = 4)$$

Система (28) принимает вид

$$\begin{cases} 187,5\lambda + 6,975\nu = 10,6875 \\ 6,975\lambda + 0,2634\nu = 0,3983 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = -0,0501 \\ \nu = 0,1845 \end{cases}$$

Формула (24) принимает вид

$$\varphi_{теор}^* = \frac{0,815 \cdot e^{-0,0501t}}{1 - 0,1845e^{-0,0501t}} \quad (29)$$

В табл. 2 приведены значения $\varphi_{теор}^*$, вычисленные по этой формуле и экспериментальные (кривая 1).

Таблица 2. Сравнение экспериментальных и расчетных значений φ^* при различных временах t обработки жидкости в электрофильтре

$t, \text{мин}$	5	10	15	20	25	30	35
$\varphi_{экс}^*$	0,72	0,58	0,42	0,32	0,30	0,30	0,35
$\varphi_{теор}^*$	0,74	0,57	0,42	0,32	0,25	0,19	0,15

Из табл. 2 видно, что до $t = t_0 = (20 - 25)$ мин теоретическая кривая (29) хорошо согласуется с экспериментальными данными. Расхождения начинаются при $t \geq 22$ мин, в то время как по (29) экспонента

$$e^{-0,05t} = e^{-\frac{t}{t_0}} \Rightarrow t_0 = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ (мин)},$$

что хорошо согласуется с трактовкой t_0 .

Таким образом, окончательно в соответствии с (26) и (29):

$$\varphi^* = \begin{cases} 0,815e^{-0,0501t/(1-0,1845e^{-0,0501t})}, & t \leq 20 \text{ мин} \\ 0,32, & t \geq 20 \text{ мин} \end{cases}$$

4. Заключение. Предлагаемая теоретическая модель электроочистки даже в простейшем варианте качественно хорошо согласуется с опытными данными. Есть основания полагать, что дальнейшее ее усовершенствование (учет движения жидкости) позволит успешно обобщить обширный экспериментальный материал по электрофильтрам в целях их более эффективного практического применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пасынский А.Г. Коллоидная химия. М., 1968.
2. Верецагин И.П. и др. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М., 1974.
3. Левитов В.И. и др. Дымовые электрофильтры. М., 1980.
4. Болога М.К., Берил И.И., Циуляну К.И. Электросепарация восков из подсолнечного масла // Электронная обработка материалов. 1995. № 2. С. 59–61.
5. Болога М.К., Кожухарь И.А., Гросу Ф.П., Леу В.И. Релаксационные процессы в электрофильтрах. Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей // Сб. докладов VI Международной научной конференции, июнь 2000 г. С-Петербург, 2000. С. 210–213.
6. Болога М.К., Кожухарь И.А., Гросу Ф.П., Леу В.И. Исследование процесса очистки диэлектрических жидкостей от механической примеси в электрическом поле // Электронная обработка материалов. 2001. № 5. С. 34–39.
7. Тихонов Л.И., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., 1972.

Поступила 29.05.2001

Summary

The model of dielectric liquid purification in an electric field from mechanical impurities taking into account the thickness of precipitated layer of impurities at the electrodes is considered. The calculating dependencies which are in a good agreement with the experimental data are obtained. These dependencies can be used for a practical design.