

Математическое моделирование переходных процессов в разрядном контуре и разрядной камере электрогидравлической установки

В. М. Косенков, В. М. Бычков

*Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины,
пр. Октябрьский, 43-А, г. Николаев, 54018, Украина,
e-mail: v.m.kosenkov@gmail.com*

Разработаны математическая модель электродинамических процессов в разрядном контуре и в разрядной камере электрогидравлической установки, а также алгоритм решения полученной системы уравнений на основе численных методов. Моделирование расширения канала разряда в воде выполнено в геометрически нелинейной постановке, но на неподвижной конечно-разностной сетке. Математическая модель и алгоритм тестированы на примере решения подобных задач и путем сравнения с экспериментальными данными. Проанализированы влияние конечного диаметра электродов на переходные процессы в разрядном контуре и динамика расширения канала разряда.

Ключевые слова: разряд в воде, разрядный контур, математическая модель, переходные процессы.

УДК 519.87:537.528

ВВЕДЕНИЕ

Электрические разряды в воде находят широкое применение в научных исследованиях и в практических приложениях [1–4]. Для осуществления разрядов в воде используют разнообразные электрогидравлические установки, одним из основных элементов которых является разрядный контур. От эффективности передачи энергии заряда конденсаторной батареи каналу разряда зависит качество выполнения различных технологических процессов. Поэтому изучению влияния параметров разрядного контура на преобразование энергии в нём посвящено много исследований (например, [5–8]). В этих работах высказывалось предположение, что канал разряда представляет собой прямой круговой цилиндр, который в процессе расширения не изменяет свою форму. Исследования [5, 9] об изучении трансформации формы канала разряда свидетельствуют, что это допущение справедливо только для каналов большой длины по сравнению с его максимальным радиусом. В остальных случаях оно не всегда оправдано. Большое влияние на форму и размеры канала разряда оказывают геометрические параметры высоковольтных электродов [10–12]. Однако при выполнении этих исследований не учитывали связь формы канала с процессами в разрядном контуре, считая временную зависимость выделения энергии в канале неизменной. Поэтому изучение влияния электродной системы и разрядной камеры на расширение канала разряда и процессов в разрядном контуре актуально в научном и практи-

ческом отношении. Следовательно, объектом рассмотрения должна быть система, включающая в себя разрядный контур и заполненную водой разрядную камеру.

Цель работы состоит в разработке математической модели системы разрядный контур–разрядная камера, позволяющей выполнять исследования переходных процессов, происходящих в течение электрического разряда в воде. Для этого воспользовались численными методами исследования математической модели.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разрядный контур импульсных электрогидравлических установок содержит следующие основные элементы: конденсаторную батарею, разрядник, электродную систему и канал разряда между электродами. В зависимости от назначения электрогидравлических установок их разрядные камеры, в которых размещается электродная система, имеют различные формы и размеры. В ряде приложений они имеют цилиндрическую форму и соответственно обладают осевой симметрией. Разрядную камеру такого типа выбрали для моделирования в данной работе, чтобы упростить разработку математической модели и анализ процессов в разрядном контуре. Схема замещения разрядного контура и разрядной камеры представлена на рис. 1. Согласно этой схеме для осуществления электрического разряда между электродами I и $б$ конденсаторную батарею C заряжают до заданного напряжения U_0 . По мере заряда и увеличения напряжения

на конденсаторной батарее происходит пробой газа в разряднике 5 и на высоковольтный электрод 1 подается напряжение, приводящее к электрическому пробоею слоя воды между электродами 1 и 6. По образовавшемуся электропроводному каналу 4 в воде, заполняющей разрядную камеру 3, начинает протекать электрический ток, приводящий к разогреву вещества в канале с образованием низкотемпературной плазмы. То есть канал разряда 4 представляет собой проводник, сопротивление которого существенно изменяется в процессе разряда при разогреве плазмы и её расширении. В процессе разряда элементы разрядного контура, за исключением канала разряда, практически не изменяют своих характеристик. Поэтому общая индуктивность L и активное сопротивление R_{sh} этих элементов остаются постоянными. Для электрической изоляции стержня высоковольтного электрода 1 от корпуса разрядной камеры используется изолятор 2.

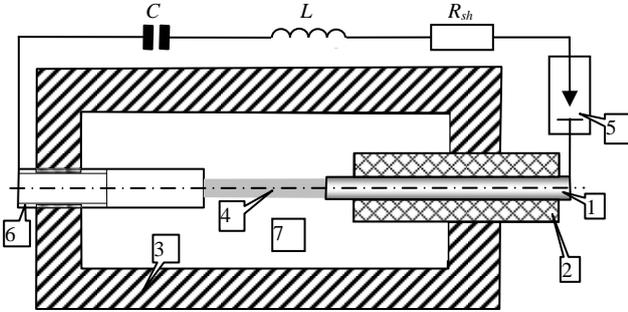


Рис. 1. Схема замещения разрядного контура и осесимметричной разрядной камеры.

Гидродинамические процессы, которые возникают во время электрического разряда в воде, воздействуют на канал разряда, изменяя его электрические и геометрические характеристики. Поэтому для моделирования электрогидравлических установок необходимо учитывать не только параметры самого контура, но и влияние воды, заполняющей разрядную камеру.

Для моделирования процессов в разрядном контуре использовано уравнение баланса напряжений, полученное по схеме замещения (рис. 1) [5]:

$$L \frac{di}{dt} + (R_{ck} + R_{sh})i + \frac{1}{C} \int i dt = U_0, \quad (1)$$

где L – индуктивность контура, Гн; i – сила тока в контуре, А; R_{ck} , R_{sh} – соответственно сопротивление канала разряда и остальных элементов разрядного контура, Ом; C – емкость конденсаторной батареи, мкФ; t – время, с; U_0 – напряжение заряда конденсаторной батареи, В.

Электрическое сопротивление канала разряда можно определить с помощью уравнения [5]:

$$R_{ck} = \frac{A \cdot l_k^2 \cdot (\gamma - 1)}{P_k \cdot V_k}, \quad (2)$$

где P_k – давление в канале разряда, Па; V_k – объем канала разряда, м³; l_k – расстояние между электродами, м; $\gamma = 1,26$ – эффективный показатель адиабаты плазмы в канале разряда; A – искровая постоянная В²·с/м² [5].

Сопротивление канала разряда можно вычислить по формуле (2), если в каждый момент времени известны давление в последнем и его объем.

Давление в канале разряда можно определить из уравнения баланса энергии, в котором учитывается изменение внутренней энергии плазмы, работы расширения канала разряда и джоулева нагрева плазмы от протекающего через нее электрического тока [5]:

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} (P_k V_k) + P_k \frac{dV_k}{dt} = i^2 R_{ck}. \quad (3)$$

Чтобы определить объем канала разряда, необходимо вычислить изменение его радиуса в процессе протекания по нему электрического тока. Для этого необходимо моделировать процесс расширения канала разряда в воде, заполняющей разрядную камеру.

В результате анализа существующих математических моделей гидродинамических процессов в разрядной камере [6, 7, 9–12] выбрана модель, в которой используют предположение о потенциальном безвихревом движении идеальной жидкости. Гидродинамическая модель включает в себя двумерное линейное дифференциальное волновое уравнение гиперболического типа в частных производных. Для принятых допущений волновое уравнение в цилиндрической системе координат имеет вид [12]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right], \quad (4)$$

где ψ – потенциал скорости, м²/с; c – скорость звука в воде, м/с; r , z – пространственные координаты, м.

Скорость звука в воде определяли по формуле [12]:

$$c^2 = c_0^2 - (\chi - 1) \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{1}{2} (\chi + 1) \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где c_0 – скорость звука в невозмущенной жидкости, м/с; χ – эмпирический коэффициент, равный 7, 15 для воды.

Давление в жидкости определяли с помощью линейного интеграла Коши–Лагранжа:

$$P = P_0 - \rho \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (6)$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м³; P_0 – начальное давление в разрядной камере, Па.

Составляющие вектора скорости жидкости и границы канала разряда определяли по градиенту потенциала:

$$V_r = \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad (7)$$

$$V_z = \frac{\partial \Psi}{\partial z}. \quad (8)$$

Для расчета гидродинамических процессов в канале разряда использовали уравнение Лапласа [12]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0. \quad (9)$$

Оно получено как частный случай уравнения (4), с учетом того, что скорость звука в плазме, заполняющей канал разряда, намного больше, чем в воде.

В начальный момент времени (начало активной стадии разряда) жидкость находится в невозмущенном состоянии, поэтому значения потенциала Ψ равны нулю. В начале активной стадии разряда давление в канале равно P_{k0} , а граница канала движется с начальной скоростью U_{k0} , появившейся в результате расширения границы лидера. Конденсаторная батарея заряжена до напряжения U_0 , а сила тока в цепи равна нулю.

На границе раздела двух сред значение потенциала находили из условия, что стенка камеры абсолютно жесткая. Поэтому градиент потенциала по нормали к поверхности стенки \vec{n} равен нулю:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \vec{n}} = 0. \quad (10)$$

На границе канала разряда выполняются условия на контактном разрыве [9]:

$$U_k = U_f, \quad (11)$$

$$P_k = P_f, \quad (12)$$

где U_f – скорость жидкости на границе канала, м/с; P_f – давление жидкости на границе канала, Па.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Непрерывную пространственно-временную область решения задачи (см. рис. 1) преобразовали в дискретную, задавая шаг изменения времени Δt и пространственных координат Δr и Δz . Номера временных слоёв дискретизации обозначили дискретной переменной n , а неподвижные пространственные слои по координатам r и z – дискретными переменными i и j соответственно. Схема дискретизации разрядной камеры показана на рис. 2.

Решение уравнений (1) и (3) выполняли по двухшаговому методу Эйлера–Коши [10, 11], имеющему второй порядок точности.

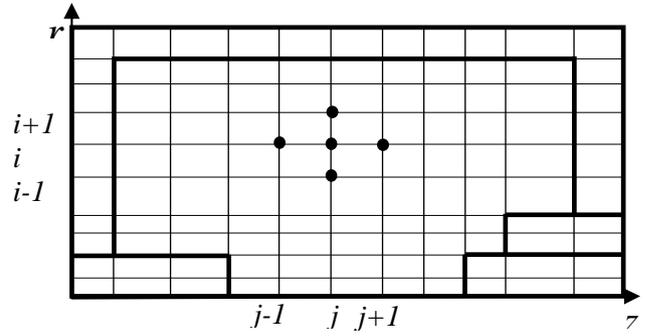


Рис. 2. Схема дискретизации разрядной камеры.

На этапе предиктор вычисляли сопротивление канала разряда по формуле (2):

$$\tilde{R}_{ck}^n = \frac{Al_k^2(\gamma-1)}{P_k^n V_k^n}. \quad (13)$$

Затем определяли силу тока, используя дискретный аналог уравнения (1):

$$\begin{aligned} \tilde{i}^{n+1} = i^n + \frac{\Delta t}{L} [U_0 - (\tilde{R}_{ck}^n + R_{sh})i^n] - \\ - \frac{\Delta t}{C \cdot L} (S^n + \Delta t \cdot i^n), \end{aligned} \quad (14)$$

где S^n – интегральная сумма на временном слое n , вычисленная по методу трапеций.

Из дискретного аналога уравнения (3) вычисляли давление в канале разряда:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_k^{n+1} = \frac{1}{V_k^n} (\Delta t \cdot (\gamma-1) \times \\ \times (N^n(t) - P_k^n \frac{V_k^n - V_k^{n-1}}{\Delta t}) + P_k^n V_k^n), \end{aligned} \quad (15)$$

где $N^n(t) = (i^n)^2 \cdot R_{ck}^n$ – мощность энергии, выделяемой в канале разряда, Вт.

Начальную скорость перемещения границы канала разряда при заданном начальном давлении в канале P_{k0} вычисляли по формуле [13]:

$$U_{k0} = \frac{P_{k0} - P_0}{\rho \cdot c}. \quad (16)$$

Потенциал на первом и втором временных слоях полагали равным нулю, а на границе канала, на втором слое, определяли из интеграла Коши–Лагранжа (6):

$$\Psi_{i,j}^2 = \Psi_{i,j}^1 - (P_{k0} - P_0) \Delta t / \rho_0. \quad (17)$$

На третьем и последующих слоях времени предварительное значение потенциала жидкости на границе канала определяли по давлению, вычисленному по формуле (6):

$$\tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} = \Psi_{i,j}^n - (\tilde{P}_k^{n+1} - P_0) \cdot \Delta t / \rho_0. \quad (18)$$

Предварительно поле потенциала во внутренних точках жидкости определяли из уравнения (4) по схеме «крест» [14], имеющей второй поряд-

док точности по временной и пространственной координатам и простой алгоритм реализации:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} = \Delta t^2 \cdot c^2 \left[\frac{1}{2 \cdot \Delta r^2 \cdot r_i} (r_{i+1} \cdot \Psi_{i+1,j}^n + r_i \cdot \Psi_{i+1,j}^n - \right. \\ \left. - r_{i+1} \cdot \Psi_{i,j}^n - 2 \cdot r_i \cdot \Psi_{i,j}^n - r_{i-1} \cdot \Psi_{i,j}^n + r_{i-1} \cdot \Psi_{i-1,j}^n + \right. \\ \left. + r_i \cdot \Psi_{i-1,j}^n) + \frac{\Psi_{i,j+1}^n - 2 \cdot \Psi_{i,j}^n + \Psi_{i,j-1}^n}{\Delta z^2} \right] + 2 \cdot \Psi_{i,j}^n - \Psi_{i,j}^{n-1}. \end{aligned} \quad (19)$$

Шаг по времени определяли из условия устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви [11]:

$$\Delta t = \frac{k \cdot \min(\Delta z; \Delta r)}{\sqrt{2} \cdot c}, \quad (20)$$

где $k \leq 1$ – коэффициент запаса устойчивости схемы (число Куранта).

Поле потенциала, вычисленное по формуле (19), обеспечивает малую погрешность величины потенциала, но относительно большую погрешность его производных по времени и пространственным координатам, что приводит к большим дисперсионным погрешностям полей давления и скорости, определяемых по формулам (6)–(8). Чтобы уменьшить эту погрешность до необходимого минимума, выполняли регуляризацию поля потенциала $\tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1}$ по неявной разностной схеме [14]:

$$\begin{aligned} \Psi_{i,j}^{n+1} = \Delta t^2 \cdot c^2 \left\{ k_1 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot \Delta r^2 \cdot r_i} (r_{i+1} \cdot \tilde{\Psi}_{i+1,j}^{n+1} + \right. \right. \\ \left. \left. + r_i \cdot \tilde{\Psi}_{i+1,j}^{n+1} - r_{i+1} \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} - 2 \cdot r_i \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} - \right. \right. \\ \left. \left. - r_{i-1} \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} + r_{i-1} \cdot \tilde{\Psi}_{i-1,j}^{n+1} + r_i \cdot \tilde{\Psi}_{i-1,j}^{n+1} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\tilde{\Psi}_{i,j+1}^{n+1} - 2 \cdot \tilde{\Psi}_{i,j}^{n+1} + \tilde{\Psi}_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta z^2} \right] + \\ + k_2 \times \left[\frac{1}{2 \cdot \Delta r^2 \cdot r_i} (r_{i+1} \cdot \Psi_{i+1,j}^n + r_i \cdot \Psi_{i+1,j}^n - r_{i+1} \cdot \Psi_{i,j}^n - \right. \\ \left. - 2 \cdot r_i \cdot \Psi_{i,j}^n - r_{i-1} \cdot \Psi_{i,j}^n + r_{i-1} \cdot \Psi_{i-1,j}^n + r_i \cdot \Psi_{i-1,j}^n) + \right. \\ \left. + \frac{\Psi_{i,j+1}^n - 2 \cdot \Psi_{i,j}^n + \Psi_{i,j-1}^n}{\Delta z^2} \right] \} + 2 \cdot \Psi_{i,j}^n - \Psi_{i,j}^{n-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

где k_1 и k_2 – весовые коэффициенты ($k_1 = 0,06$; $k_2 = 0,94$).

Определяли скорость границы канала разряда во всех точках пересечения координатных линий разностной сетки с его поверхностью из условия на контактном разрыве [13]:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{rik,j}^{n+1} = 0,5 \cdot (U_{rik,j}^n + U_{rik+1,j}^n) + \\ + \frac{\tilde{P}_{ik,j}^{n+1} - 0,5 \cdot (P_{ik,j}^n + P_{ik+1,j}^n)}{\rho \cdot c}. \end{aligned} \quad (22)$$

Интегрируя по времени скорость канала, определили его радиус на $n+1$ слое. Интегрируя

площадь поперечного сечения канала по его длине, определили объём канала на $n+1$ слое.

На этапе «корректор» вычислили сопротивление канала разряда

$$R_{ck}^{n+1} = \frac{1}{2} A \cdot l_k^2 (\gamma - 1) \left(\frac{1}{P_k^n V_k^n} + \frac{1}{\tilde{P}_k^{n+1} \tilde{V}_k^{n+1}} \right) \quad (23)$$

и силу тока в разрядном контуре

$$\begin{aligned} i^{n+1} = i^n + \frac{\Delta t}{L} \left[U_0 - (R_{ck}^{n+1} + R_{sh}) \frac{i^n + \tilde{i}^{n+1}}{2} \right] - \\ - \frac{\Delta t}{L \cdot C} \left(S^n + \Delta t \frac{i^n + \tilde{i}^{n+1}}{2} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Затем определили давление в канале разряда:

$$\begin{aligned} P_k^{n+1} = \frac{0,5}{\tilde{V}_k^{n+1}} (\Delta t \cdot (\gamma - 1) \cdot (N^n(t) + \tilde{N}^{n+1}(t) - \\ - P_k^n \frac{V_k^n - V_k^{n-1}}{\Delta t} - \tilde{P}_k^{n+1} \frac{\tilde{V}_k^{n+1} - V_k^n}{\Delta t}) + P_k^n \cdot V_k^n), \end{aligned} \quad (25)$$

скорость границы канала:

$$\begin{aligned} U_{rik,j}^{n+1} = 0,5 \cdot (U_{rik,j}^n + U_{rik+1,j}^n) + \\ + \frac{P_{ik,j}^{n+1} - 0,5 \cdot (P_{ik,j}^n + P_{ik+1,j}^n)}{\rho \cdot c} \end{aligned} \quad (26)$$

и потенциал на границе канала разряда на $n+1$ временном слое:

$$\Psi_{i,j}^{n+1} = \Psi_{i,j}^n - (P_k^{n+1} - P_0) \cdot \Delta t / \rho_0. \quad (27)$$

По полученным потенциалам вычислили поле скоростей V_r , V_z и давление в разрядной камере. Полученные характеристики использовали для определения поля скорости звука на $n+1$ временном слое по формуле (5).

По скорости движения границы канала разряда вычислили его новое положение на $n+1$ – временном слое (R_{kj}^{n+1}). Затем определили расположение границы канала по отношению к узлам дискретной сетки. При новом цикле действий исключали из процесса вычисления по формулам (19) и (21) точки, которые оказались внутри канала разряда. Благодаря этому приему удалось выполнить расчет гидродинамических процессов в разрядной камере с учетом подвижности границы канала разряда на неподвижной сетке. В точках сетки, расположенных внутри канала, потенциал вычисляли, решая краевую задачу для уравнения (9) на каждом временном слое по методу последовательной верхней релаксации [14]. Таким образом, задача сформулирована в физически и геометрически нелинейной постановке.

ТЕСТИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Тестирование математической модели выполнили на основе результатов моделирования, приведенных в работе [6].

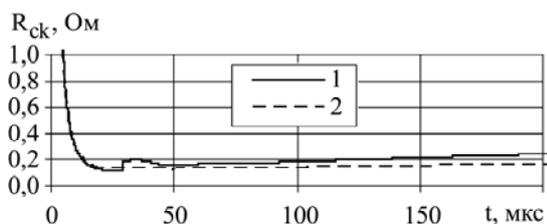


Рис. 3. Сопrotивление канала разряда.

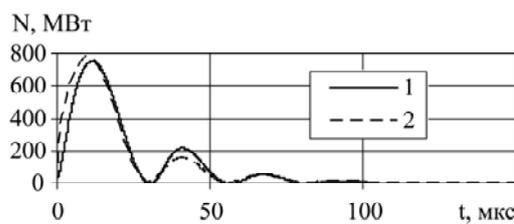


Рис. 4. Мощность выделения энергии.

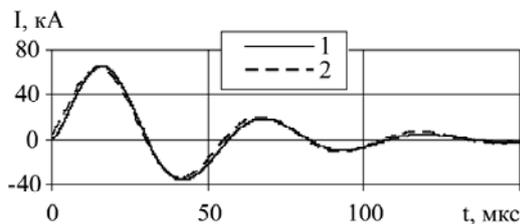


Рис. 5. Сила тока в канале разряда.

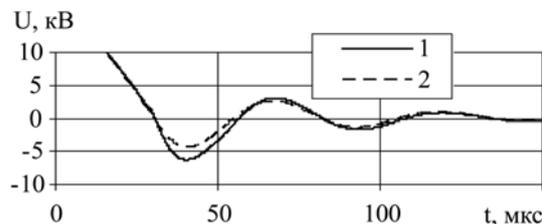


Рис. 6. Напряжение на канале разряда.

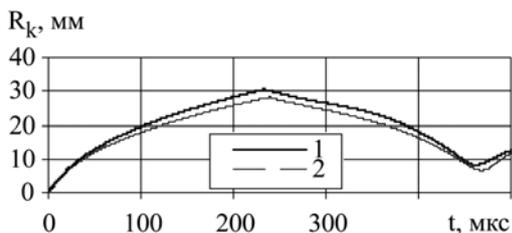


Рис. 7. Радиус канала разряда.

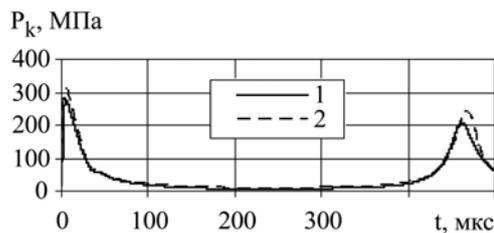


Рис. 8. Давление в канале разряда.

В [6] был выбран радиус камеры 200 мм и длина 100 мм. Расстояние между электродами – 100 мм, радиус электродов принят равным радиусу камеры. Напряжение заряда конденсаторной батареи – 50 кВ, индуктивность – 4 мкГн, емкость конденсаторной батареи – 16 мкФ, сопротивление контура – 0,04 Ом, искровая постоянная A [5] принята равной $10^5 \text{ В}^2 \cdot \text{с}/\text{м}^2$. Полученные результаты представлены на рис. 3–8, на которых цифрой 1 отмечены данные из [6], цифрой 2 – расчет по модели, описанной в данной работе. Как следует из этих рисунков, предлагаемая математическая модель удовлетворительно согласуется с данными работы [6], несмотря на сделанные упрощающие предположения.

Учитывая, что тестирование математической модели [6] выполнено на основе осциллограмм силы тока и напряжения на канале разряда и экспериментальных данных по изменению радиуса оболочки после разряда, можно заключить, что характеристики, полученные по предлагаемой математической модели, также согласуются с данными эксперимента.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассмотрен пример влияния дифракции ударных волн, генерируемых электрическим разрядом в воде, вблизи круговой границы торцов электродов на переходные процессы в разрядном контуре со следующими параметрами: $C = 2 \text{ мкФ}$, $L = 1 \text{ мкГн}$, $U_0 = 50 \text{ кВ}$, $l_k = 25 \text{ мм}$, $R_{sh} = 0,01 \text{ Ом}$. Радиус разрядной камеры составлял 200 мм, а её длина – 75 мм. Использовали

электроды цилиндрической формы с плоскими торцами. Выполнено сравнение характеристик двух разрядных контуров, отличающихся радиусами электродов, равными 200 и 10 мм (рис. 9–12).

Из полученных результатов следует, что уменьшение радиуса электродов оказывает заметное влияние на характеристики разрядного контура. Это влияние проявляется через промежутки времени, в течение которых ударные волны в воде достигают краёв торцов электродов и возвращаются к каналу разряда в виде волн разрежения, возникающих в результате дифракции (рис. 9).

Радиус канала возле торцов электродов увеличивается быстрее, чем посередине. В целом скорость расширения канала становится больше. Вследствие этого быстрее увеличивается объём канала и уменьшается давление плазмы (рис. 11, 1 – электрод 200 мм, 2 – 10 мм).

После этого момента времени ($\approx 10 \text{ мкс}$) форма канала разряда начинает отличаться от прямого цилиндра (рис. 10).

В результате произошедших изменений сопротивление канала начинает увеличиваться быстрее при электродах радиусом 10 мм, чем при электродах большого радиуса (рис. 12, 1 – электрод 200 мм, 2 – 10 мм). Из формулы (2) следует, что давление плазмы уменьшается в большей степени, чем увеличивается объём канала разряда. Это соответствует адиабатическому процессу расширения плазмы с показателем адиабаты, большим единицы ($\gamma = 1,26$), и данным работ [15, 16].

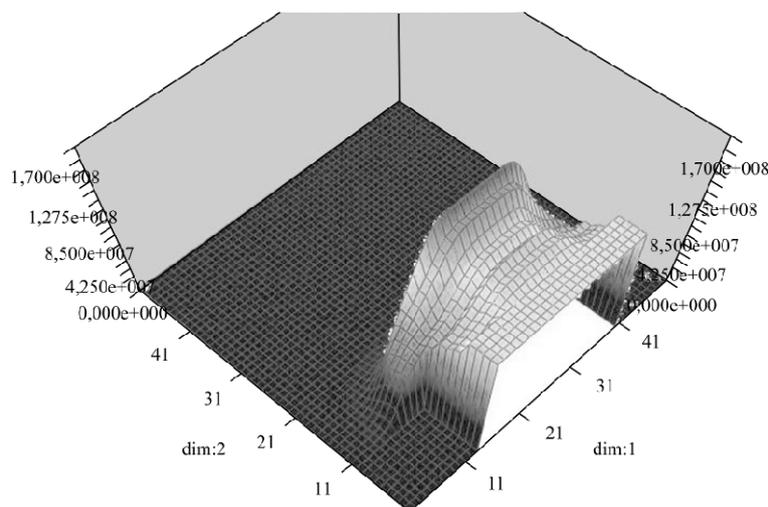


Рис. 9. Поле давления через 10 мкс от начала разряда.

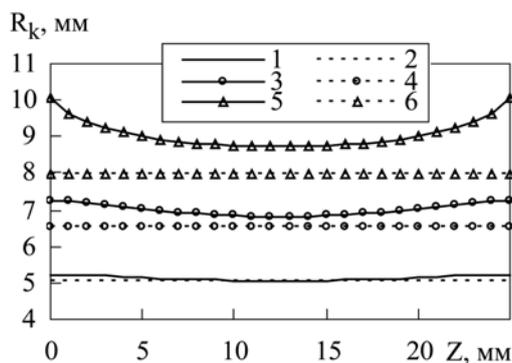


Рис. 10. Профили канала через 15 мкс после начала разряда (1 и 2), 24 мкс (3 и 4), 35 мкс (5 и 6). Кривые с чётными номерами получены, когда радиус электрода равен 200 мм, а нечётные – 10 мм.

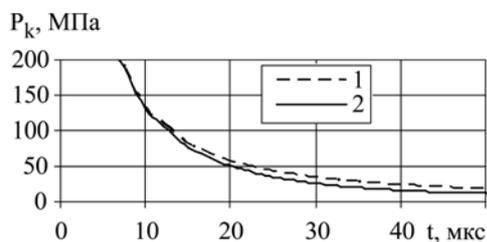


Рис. 11. Давление в канале.

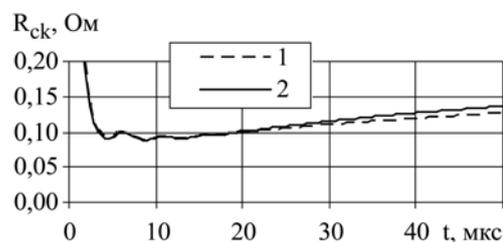


Рис. 12. Сопротивление канала.

ВЫВОДЫ

Разработаны математическая модель и алгоритм исследования переходных процессов в разрядном контуре и цилиндрической разрядной камере электрогидравлической установки. Проверена адекватность модели объекту моделирования. Определено существенное влияние дифракции волн, генерируемых каналом разряда в воде, на переходные процессы в разрядной цепи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гулый Г.А. *Научные основы разрядно-импульсных технологий*. Киев: Наукова думка, 1990. 208 с.
2. Golovashchenko S.F., Bessonov N.M., Ilinich A. M. Two-step Method of Forming Complex Shapes from Sheet Metal. *J Mater Process Tech.* 2011, **211**, 875–885.
3. Rohatgi A., Stephens E.V., Soulami A., Davies R.W., Smith M.T. Experimental Characterization of Sheet Metal Deformation during Electro-hydraulic Forming. *J Mater Process Tech.* 2011, **211**, 1824–1833.
4. Rohatgi A., Stephens E.V., Soulami A., Davies R.W., Smith M.T., Soulami A., Ahzi S. Electrohydraulic Forming of Sheet Metals: Free-forming vs. Conicaldie Forming. *J Mater Process Tech.* 2012, **212**, 1070–1079.
5. Кривицкий Е.В., Шамко В.В. *Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде*. Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.
6. Косенков В.М. Влияние длины канала высоковольтного разряда в воде на эффективность пластического деформирования цилиндрической оболочки. *ЖТФ.* 2011, **81**(10), 133–139.
7. Dubovenko K.V. Allowance for the Interaction between the Underwater Electric Discharge Channel Plasma and the Shock Wave Reflected from the

- Chamber's Wall. *Surf Eng Appl Electrochem.* 2013, **49**(1), 28–35.
8. Блащенко А.Д., Половинка В.Д., Тертилов Р.В. Двухконтурный генератор импульсных токов с регулируемым включением контуров. *ЭОМ*, 2013, **49**(1), 97–101.
 9. Барбашова Г.А., Иванов А.В. Расчёт двумерного нестационарного течения жидкости при подводном электрическом взрыве проволоочки конечной длины. *Гидромеханика*. 1986, **53**, 16–19.
 10. Barbashova G.A. Electric Circuit Inductance Dependence of a Hydrodynamic Load on a Thrown Plate during High-speed Impact Welding of Two Plates. *Surf Eng Appl Electrochem.* 2012, **48**(3), 260–263.
 11. Барбашова Г.А., Косенков В.М., Цуркин В.Н. О влиянии гидростатического давления на гидродинамические процессы при электроразряде. *Сб. науч. тр. ИИПТ НАН Украины*. 2000, **3**, 36–42.
 12. Косенков В.М., Каменская Л.А. Расчет расширения канала электрического разряда в жидкости, описываемой в потенциальном приближении. *Акустический вестник*. 2001, (2), 47–53.
 13. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. М.: Наука, 1976. 400 с.
 14. Калиткин Н.Н. *Численные методы*. М.: Наука. 1978. 512 с.
 15. Kosenkov V.M., Bychkov V.M., Zhekul V.G., Poklonov S.G. Electric Discharges of Big Length in Water and their Effect on the Energy of the Plastic Deformation of a Cylindrical Shell. *Surf Eng Appl Electrochem.* 2013, **49**(3), 241–246.
 16. Косенков В.М., Бычков В.М., Жекул В.Г., Поклонов С.Г. Экспериментальное исследование влияния электрических разрядов большой длины в воде на энергию деформации цилиндрической оболочки. *Письма в ЖТФ*. 2012, **38**(9), 103–110.

Поступила 06.12.13

Summary

A mathematical model of the electrodynamic processes in the discharge circuit and the discharge chamber of an electro hydraulic assembly is developed. In addition, the algorithm of the solution of the obtained system of equations on the base of numerical methods is proposed. The simulation of the discharge channel expansion in water is realized in a geometrically nonlinear model, but on the finite difference scheme for a stationary grid. Both the mathematical model and the algorithm developed have been tested after the example of similar problems solution as well as by the comparison with the experimental data. The influence of the finite diameter of the electrodes on transient processes in the discharge circuit and the dynamics of the discharge channel expansion have been analyzed.

Keywords: discharge in water, discharge circuit, mathematical model, transient processes.