

Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца на заряженной поверхности жидкости конечной толщины на твёрдом дне

С. О. Ширяева, С. А. Суханов, Д. В. Ехлаков

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
ул. Советская, 14, г. Ярославль, 150000, Россия, e-mail: shir@uniyar.ac.ru

В аналитических расчётах первого порядка малости показано, что величина инкремента неустойчивости типа Кельвина-Гельмгольца зависит от толщины слоя жидкости. При росте безразмерных параметров Вебера и Тонкса-Френкеля инкремент неустойчивости увеличивается.

Ключевые слова: идеальные несмешивающиеся жидкости, тангенциальный скачок поля скоростей, поверхность раздела, твёрдое дно, неустойчивость Кельвина-Гельмгольца.

УДК 532.59

ВВЕДЕНИЕ

Капиллярное и гравитационное волновое движение на заряженной границе раздела несмешивающихся жидкостей в последние годы неоднократно становилось предметом исследования в связи с изучением особенностей реализации эффекта «мертвой воды» [1–2], неустойчивости однородно заряженной поверхности жидкости в различных геометриях (неустойчивости типа Тонкса-Френкеля) [3–6], неустойчивостей Рэлея-Тейлора [7] и Кельвина-Гельмгольца [8, 9]. Тем не менее некоторые вопросы, связанные с этой тематикой, остались неизученными. И в первую очередь это касается вопроса о влиянии глубины жидкости, лежащей на твёрдом дне, на закономерности реализации Кельвина-Гельмгольца. Этому и посвящено настоящее рассмотрение.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим две несмешивающиеся идеальные несжимаемые жидкости, верхняя из которых диэлектрическая с диэлектрической постоянной ϵ_* имеет плотность ρ_1 и заполняет в поле сил тяжести \mathbf{g} полубесконечное пространство $z > 0$ ($\mathbf{g} \parallel -\mathbf{n}_z$, \mathbf{n}_z – орт декартовой оси), а нижняя – идеально проводящая плотности ρ_2 заполняет слой: $-h \leq z \leq 0$. Плоскость $z = 0$ совпадает с невозмущенной границей раздела сред, характеризующейся коэффициентом поверхностного натяжения σ . Примем, что в верхней среде имеется электрическое поле напряженностью $\mathbf{E}_0 \equiv E_0 \mathbf{n}_z$. Пусть верхняя среда движется параллельно границе раздела с постоянной скоростью \mathbf{u}_0 вдоль орта \mathbf{n}_x . Допустим вследствие теплового капиллярного волнового движения граница раздела деформирована и ее уравнение имеет вид $z = \xi(x, t)$, где $\xi(x, t)$ – функция, описывающая малое по сравнению с длиной волны отклонение границы раздела сред от равновесного состояния; t – время. Будем считать, что искомые ре-

шения не зависят от координаты y , то есть ограничим рассмотрение волнами, бегущими вдоль оси \mathbf{n}_x . Это не скажется на общности рассмотрения, но облегчит математические выкладки.

Проанализируем устойчивость капиллярно-гравитационных волн в описанной системе, полагая, что волновые течения жидкостей в верхней и нижней средах являются потенциальными с потенциалами $\Phi_1(\mathbf{r}, t)$ и $\Phi_2(\mathbf{r}, t)$ соответственно; \mathbf{r} – радиус-вектор. Принимая, что скорости гидродинамических движений жидкости много меньше скорости распространения электромагнитного сигнала в диэлектрической среде, электрическое поле в верхней среде будем считать электростатическим и описывать с помощью потенциала $\Psi(\mathbf{r}, t)$. В итоге математическая формулировка задачи о расчете волнового движения в двухслойной системе несмешивающихся жидкостей при наличии на границе раздела равномерно распределенного электрического заряда и тангенциального скачка поля скоростей запишется в виде

$$\Delta \Phi_j(\mathbf{r}, t) = 0, \quad j = 1, 2, \quad \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) = 0;$$

$$z \rightarrow \infty: \nabla \Phi_1(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{u}_0, \quad -\nabla \Psi(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{E}_0;$$

$$z \rightarrow -h: \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_2(\mathbf{r}, t) = 0;$$

$$z = \xi(x, t): (dF/dt) = 0,$$

$$F(x, z, t) \equiv z - \xi(x, t) = 0,$$

$$U_z^{(1)}(\mathbf{r}, t) = U_z^{(2)}(\mathbf{r}, t), \quad \Psi = \Psi_s,$$

$$-P_1(\mathbf{r}, t) + P_2(\mathbf{r}, t) + P_e(\xi) - P_\sigma(\xi) = 0.$$

Здесь $P_1(\mathbf{r}, t)$ и $P_2(\mathbf{r}, t)$ – гидродинамические давления в первой и второй средах, определяющиеся из уравнения Эйлера:

$$\frac{d\mathbf{U}^{(j)}}{dt} = -\nabla \left(\frac{1}{\rho_j} P_j(\mathbf{r}, t) + gz \right); \quad j = 1, 2;$$

$P_e \equiv \epsilon_* E^2 / 8\pi$ и $P_\sigma(\mathbf{r}, t) = \sigma \operatorname{div} \mathbf{n}$ – давления на границу раздела электрических сил и сил поверхностного натяжения; $\mathbf{n} \equiv \nabla F(x, z, t) / |\nabla F(x, z, t)|$ –

вектор нормали к границе раздела сред; $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla\Psi(\mathbf{r}, t)$ – напряженность электрического поля в верхней среде; $\Psi_S(t)$ – электростатический потенциал, постоянный в каждый момент времени вдоль границы раздела сред.

Искомые функциями в задаче являются $\xi(x, t)$, $\Phi_1(\mathbf{r}, t)$, $\Phi_2(\mathbf{r}, t)$ и $\Psi(\mathbf{r}, t)$. Будем искать их в виде разложений по малому параметру $\varepsilon \equiv \zeta\sqrt{\rho g/\sigma}$ (отношению амплитуды волны к капиллярной постоянной нижней жидкости) в виде

$$\begin{aligned}\xi(x, t) &= \varepsilon^1 \xi^{(1)}(x, t) + O(\varepsilon^2); \\ \Phi_1(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon^0 \Phi_1^{(0)}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon^1 \Phi_1^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\ \Phi_2(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon^1 \Phi_2^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\ \Psi(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon^0 \Psi^{(0)}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon^1 \Psi^{(1)}(\mathbf{r}, t) + O(\varepsilon^2); \\ \Psi_S(t) &= \varepsilon^0 \Psi_S^{(0)} + \varepsilon^1 \Psi_S^{(1)}(t) + O(\varepsilon^2).\end{aligned}$$

Далее анализ проводится в безразмерных переменных, в которых $\rho_2 = \sigma = g = 1$. За всеми величинами оставляются прежние обозначения.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Задача нулевого порядка малости описывает стационарное состояние системы и имеет вид

$$\begin{aligned}\xi^{(0)} &\equiv 0; & \Phi_2^{(0)} &\equiv 0; & \Delta\Phi_1^{(0)} &= 0; & \Delta\Psi^{(0)} &= 0; \\ P_1^{(0)} &= -\rho \frac{\partial\Phi_1^{(0)}}{\partial t} - \rho \frac{1}{2} \left(\nabla\Phi_1^{(0)} \right)^2 - \rho g z + \rho f_1^{(0)}(t); \\ P_2^{(0)} &= -g z + f_2^{(0)}(t); \\ z \rightarrow \infty: & \nabla\Phi_1^{(0)} \rightarrow \mathbf{u}_0; & -\nabla\Psi^{(0)} &\rightarrow \mathbf{E}_0; \\ z = 0: & & & & & & & \\ -z + f_2^{(0)} + \frac{\rho}{2} \left(\nabla\Phi_1^{(0)} \right)^2 + \rho z - \rho f_1^{(0)} + \frac{\varepsilon_*}{8\pi} \left(\nabla\Psi^{(0)} \right)^2 &= 0; \\ \Psi^{(0)} &= \Psi_S^{(0)},\end{aligned}$$

где $f_1^{(0)}(t)$ и $f_2^{(0)}(t)$ – константы интегрирования; $\rho \equiv \rho_1/\rho_2$.

Решение этой задачи выписывается как

$$\begin{aligned}\Phi_1^{(0)} &= u_0 x; & \Psi^{(0)} &= -E_0 z; \\ P_1^{(0)} &= -\rho z; & P_2^{(0)} &= -z - \frac{E_0^2}{8\pi}.\end{aligned}$$

Задача первого порядка малости легко выписывается в виде

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_j^{(1)}(\mathbf{r}, t) &= 0; \quad j = 1, 2; & \Delta\Psi^{(1)}(\mathbf{r}, t) &= 0; \\ P_1^{(1)} &= -\rho \left(\frac{\partial\Phi_1^{(1)}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial\Phi_1^{(0)}}{\partial t} \right) - \rho \nabla\Phi_1^{(0)} \nabla\Phi_1^{(1)} + \rho f_1^{(1)}(t); \\ P_2^{(1)} &= -\frac{\partial\Phi_2^{(1)}}{\partial t} + f_2^{(1)}(t);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z \rightarrow \infty: & \nabla\Phi_1^{(1)} \rightarrow 0, & -\nabla\Psi^{(1)} &\rightarrow 0 \\ z \rightarrow -h: & \mathbf{n} \cdot \nabla\Phi_2^{(1)} \rightarrow 0; \\ z = 0: & \partial_z \Phi_1^{(1)} - \partial_x \xi^{(1)} \partial_x \Phi_1^{(0)} = \partial_z \Phi_2^{(1)}, \\ & \frac{\partial \xi^{(1)}}{\partial t} = \partial_z \Phi_2^{(1)};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\left(\xi^{(1)} + \frac{\partial\Phi_2^{(1)}}{\partial T_0} \right) + \rho \left(\xi^{(1)} + \frac{\partial\Phi_1^{(1)}}{\partial T_0} + \nabla\Phi_1^{(0)} \nabla\Phi_1^{(1)} \right) + \frac{\nabla\Psi^{(0)} \nabla\Psi^{(1)}}{4\pi} = \\ = -\partial_{xx} \xi^{(1)} - f_2^{(1)}(t) + \rho f_1^{(1)}(t); \\ \Psi^{(1)} + \partial_z \Psi^{(0)} \xi^{(1)} = \Psi_S^{(1)},\end{aligned}$$

где $f_1^{(1)}(t)$ и $f_2^{(1)}(t)$ – константы интегрирования по пространственным переменным. Решение ищем в виде бегущих волн:

$$\begin{aligned}\xi(x, t) &= C \sin(kx - \omega t); \\ \Phi_1(x, z, t) &= B \cos(kx - \omega t) \operatorname{ch}(k(z + h)); \\ \Phi_2(x, z, t) &= Uz + A \cos(kx - \omega t) \exp(-kz); \\ \Psi(x, z, t) &= D \cos(kx - \omega t) \exp(-kz),\end{aligned}$$

где k и ω – волновое число и частота; C, B, D – неизвестные коэффициенты. Решение этой задачи стандартными методами приводит к дисперсионному уравнению:

$$\begin{aligned}\omega^2 - \frac{2\rho u_0 k}{[\operatorname{cth}(kh) + \rho]} \omega + \frac{1}{[\operatorname{cth}(kh) + \rho]} \\ \left[\rho u_0^2 k^2 + \frac{\varepsilon_* E_0^2 k^2}{4\pi} - (1 - \rho)k - k^3 \right] = 0,\end{aligned}\quad (1)$$

имеющему решения:

$$\begin{aligned}\omega_{1,2} &= \frac{\rho u_0 k}{[\operatorname{cth}(kh) + \rho]} \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{\rho^2 u_0^2 k^2}{[\operatorname{cth}(kh) + \rho]^2} + \frac{(1 - \rho)k + k^3 - \rho u_0^2 k^2 - \frac{\varepsilon_* E_0^2 k^2}{4\pi}}{[\operatorname{cth}(kh) + \rho]}}.\end{aligned}$$

АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Вводя безразмерные параметры $W \equiv \frac{\varepsilon_* E_0^2}{4\pi}$; $We \equiv \rho u_0^2$ (где We – число Вебера), выражения для частот можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\omega_{1,2} &= \sqrt{\frac{\rho We}{\operatorname{cth}(kh) + \rho}} k \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{(1 - \rho)k + k^3 - \left(\frac{\operatorname{cth}(kh)}{\operatorname{cth}(kh) + \rho} We + W \right) k^2}{\operatorname{cth}(kh) + \rho}}.\end{aligned}\quad (2)$$

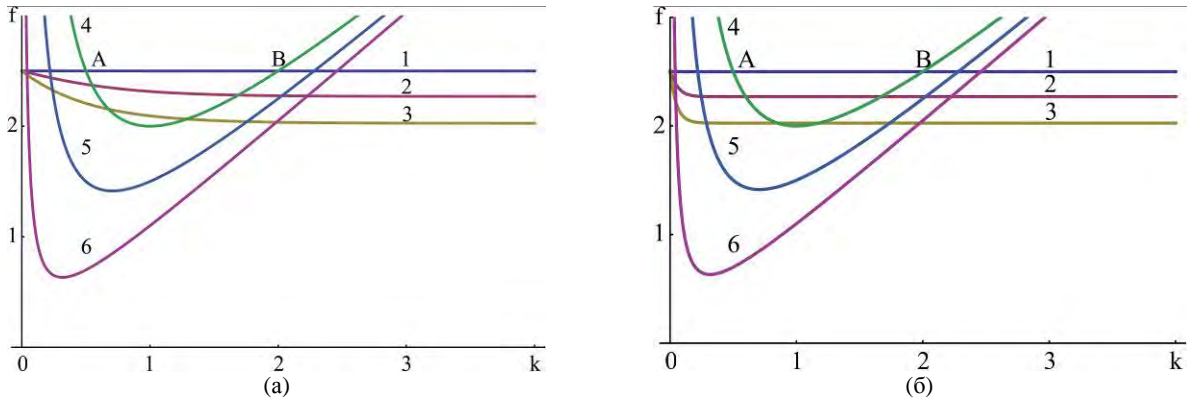


Рис. 1. Зависимость функций $f \equiv W + We \cdot cth(kh) / [cth(kh) + \rho]$ (кривые 1–3) от безразмерного волнового числа k при различных отношениях плотностей верхней и нижней жидкостей ($\rho = 0,001; 0,3; 0,9$), пересекающих функции $f = (k^2 + 1 - \rho)k^{-1}$ (кривые 4–6), также построенные при различных $\rho(0,001; 0,3; 0,9)$. Расчёты проведены при $W = 1,5, We = 1$ и $h = 1$ (а), 10 (б).

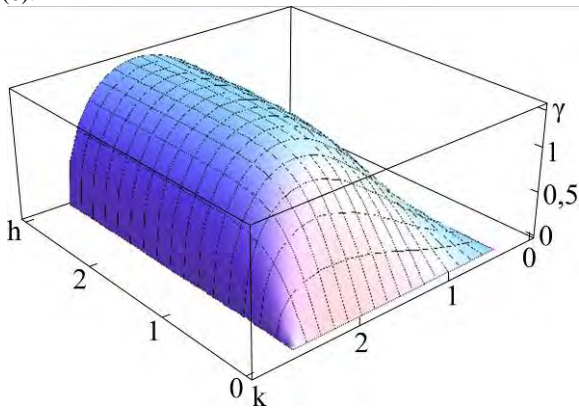


Рис. 2а. Зависимости инкремента неустойчивости Кельвина-Гельмгольца от волнового числа k и толщины слоя нижней жидкости h , рассчитанные при $\rho = 0,001, W = 0, We = 3$.

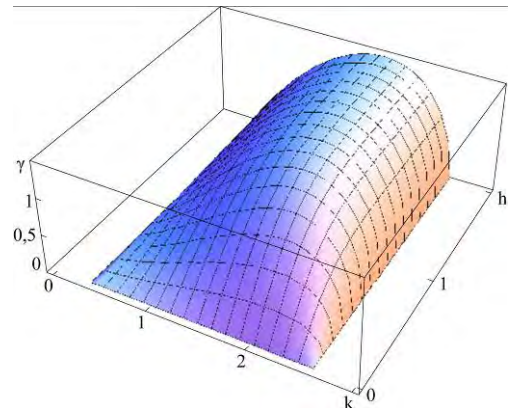


Рис. 2б. Зависимости инкремента неустойчивости Тонкса-Френкеля от волнового числа k и толщины слоя нижней жидкости h , рассчитанные при $\rho = 0,001, W = 3, We = 0$.

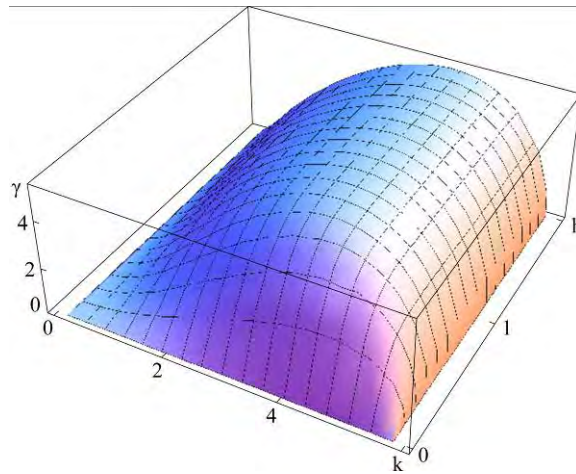


Рис. 2в. Зависимости инкремента неустойчивости тангенциального разрыва поля скоростей течения жидкостей на заряженной границе раздела сред от волнового числа k и толщины слоя нижней жидкости h , рассчитанные при $\rho = 0,001, W = 2, We = 4$.

Волновое движение устойчиво, когда частоты вещественны, то есть подкоренное выражение больше нуля. При увеличении параметров W и We выражение под корнем будет уменьшаться. Если же при дальнейшем увеличении параметров системы выражение под радикалом в (2) станет отрицательным, то частота станет комплексной: $\omega \equiv \text{Re} \omega \pm i \text{Im} \omega$. Амплитуды волн, получаемых

при суперпозиции $\exp[i(kx - \omega t)]$ и $\exp[-i(kx - \omega t)]$, убывают или возрастают по закону $\sim \exp[\mp t \cdot |\text{Im} \omega|]$ соответственно.

Таким образом, условие устойчивости волн на границе раздела имеет вид

$$\left(W + We \frac{cth(kh)}{[cth(kh) + \rho]} \right) < \frac{k^2 + 1 - \rho}{k}. \quad (3)$$

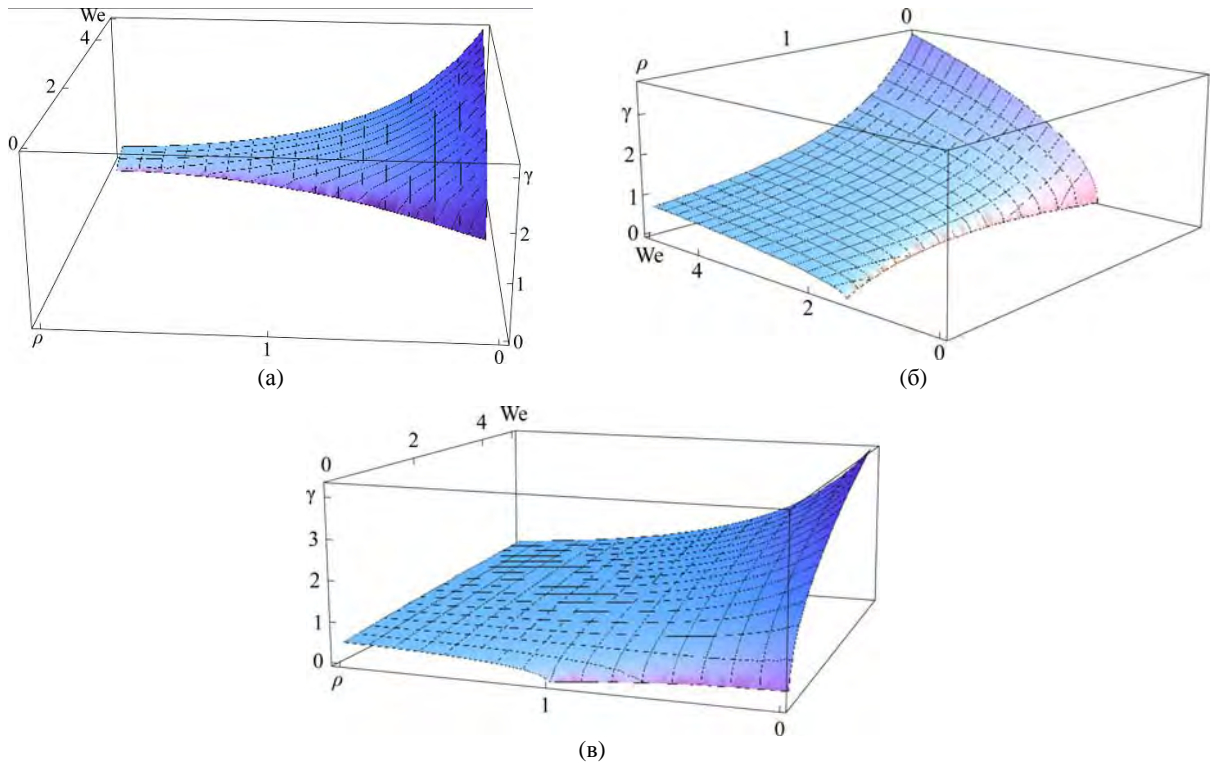


Рис. 3. Зависимости инкремента неустойчивости тангенциального разрыва поля скоростей течения жидкостей на границе раздела сред от величины параметра We и отношения плотностей верхней и нижней жидкостей ρ , рассчитанные при $k = 2$, $h = 2$; $W = 0$ (а), 1 (б), 2 (в).

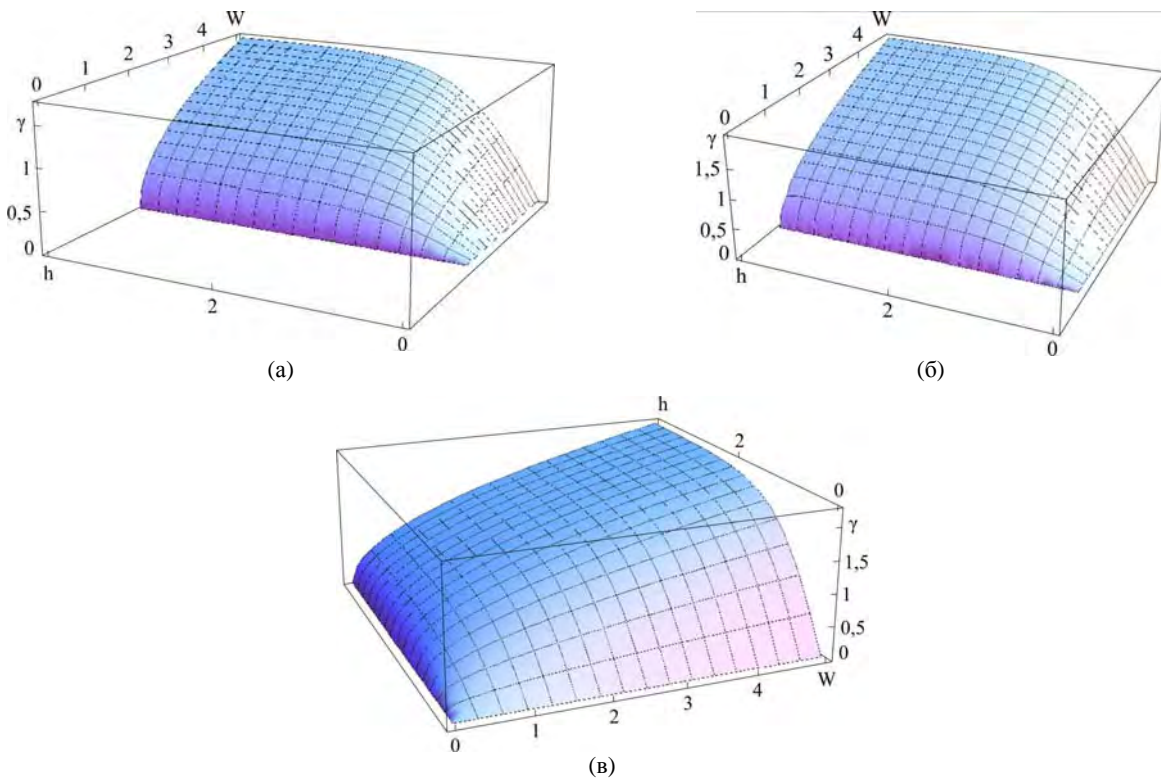


Рис. 4. Зависимости инкремента неустойчивости тангенциального разрыва поля скоростей течения жидкостей на заряженной границе раздела сред от величины параметра W и толщины слоя нижней жидкости h , рассчитанные при $k = 1$, $\rho = 0,001$; $We = 0$ (а), 1 (б), 2 (в).

Следует отметить, что множитель

$$\frac{cth(kh)}{cth(kh) + \rho}$$

в этом выражении при отношении плотностей $\rho \ll 1$ (например, для пары вода-воздух $\rho \approx 0,001$) является величиной примерно равной единице,

поскольку $cth(kh)$ при $kh < 1$ является величиной весьма большой, а при $kh \gg 1$ стремится к единице, а не к нулю. При $\rho \sim 1$ условие (3) сохраняется при $kh \ll 1$, то есть для длинных волн.

При $\rho < 1$ и $We = 0$, приравняв нулю частоту и первую производную частоты по волновому

числу, можно найти критическое значение волнового числа: $k_* \equiv \sqrt{1-\rho}$ и параметра Тонкса-Френкеля: $W_* = 2\sqrt{1-\rho}$ (правая часть выражения (3) имеет минимум при $k \equiv \sqrt{1-\rho}$). Следовательно, для устойчивости границы должно выполняться условие

$$\left(W + \text{We} \frac{\text{cth}(kh)}{[\text{cth}(kh) + \rho]} \right) < \left(W + \text{We} \frac{\text{cth}(\sqrt{1-\rho}h)}{[\text{cth}(\sqrt{1-\rho}h) + \rho]} \right) \equiv 2\sqrt{1-\rho}.$$

Это условие хорошо выполняется для тонких слоев жидкости при $kh \ll 1$, то есть когда толщина слоя много меньше длины волны. При $\rho < 1$, $W \neq 0$ и $\text{We} \neq 0$ для нахождения критических условий неустойчивости, в нашем случае при наличии поступательного движения верхней среды (делающего частоту волн в области их неустойчивости комплексной величиной), приравниваются нулю мнимая часть частоты $\text{Im}\omega$ и первая производная мнимой части частоты по волновому числу $d(\text{Im}\omega)/dk$.

На рис. 1а (кривая 1) приведен график функции

$$f \equiv W + \text{We} \frac{\text{cth}(kh)}{[\text{cth}(kh) + \rho]}$$

при $\rho = 0,001$, и там же приведены значения кривой 2, рассчитанной при $\rho = 0,3$, и кривой 3, рассчитанной при $\rho = 0,9$, построенные при $h = 1$, $W = 1,5$, $\text{We} = 1$. Цифрами «4», «5» и «6» обозначены кривые $f = (k^2 + 1 - \rho)k^{-1}$, построенные при $\rho = 0,001$, $0,3$ и $0,9$ соответственно.

При $\left(W + \frac{\text{cth}(kh)\text{We}}{[\text{cth}(kh) + \rho]} \right) = 2\sqrt{1-\rho}$ становится

неустойчивой единственная капиллярно-гравитационная волна с $k \equiv \sqrt{1-\rho}$. Если

$\left(W + \frac{\text{cth}(kh)\text{We}}{[\text{cth}(kh) + \rho]} \right) > 2\sqrt{1-\rho}$, неустойчивы все

волны с волновыми числами из диапазона $k_A < k < k_B$, где k_A и k_B определяются из соотношения $\left(W + \frac{\text{cth}(kh)\text{We}}{[\text{cth}(kh) + \rho]} \right) = \text{const} = (k^2 + 1 - \rho)k^{-1}$ точ-

ками пересечения кривой $\left(W + \frac{\text{cth}(kh)\text{We}}{[\text{cth}(kh) + \rho]} \right)$

при $h = \text{const}$, $\rho = \text{const}$, $W = \text{const}$ и $\text{We} = \text{const}$ с соответствующей кривой $f = (k^2 + 1 - \rho)k^{-1}$, по-

строенной при заданном ρ . С ростом h кривые 1–3 немного опускаются вниз, как видно из сравнения рис. 1а и рис. 1б, на котором построены те же кривые, что и на рис. 1а, но при $h = 10$ при прочих равных условиях. Таким образом, неустойчивость имеет пороговый характер, определяемый отношением плотностей ρ и глубиной жидкости h .

Инкремент неустойчивости имеет вид

$$\gamma(k, h, \rho, W, \text{We}) = \sqrt{\frac{-(-1-\rho)k - k^3 + \left(\frac{\text{cth}(kh)}{[\text{cth}(kh) + \rho]} \text{We} + W \right) k^2}{\text{cth}(kh) + \rho}}.$$

Инкременты неустойчивости $\gamma = \gamma(k, h, \rho, W, \text{We})$ определяются модулем мнимой части частоты $|\text{Im}\omega|$ в (2): см. рис. 2–4. На рис. 2а приведены зависимости инкремента неустойчивости Кельвина-Гельмгольца границы раздела сред от безразмерного волнового числа и безразмерной толщины слоя нижней жидкости. Расчёты показывают, что она начинается при $\text{We} \geq 2$ с малых толщин нижнего слоя жидкости в окрестности $k \approx 1$. С ростом We диапазон значений волновых чисел, испытывающих неустойчивость, расширяется, а величина инкремента и глубина нижней жидкости, при которой неустойчивость реализуется, увеличиваются.

На рис. 2б приведены зависимости инкремента неустойчивости Тонкса-Френкеля от безразмерного волнового числа и безразмерной толщины слоя нижней жидкости в отсутствие движения верхней среды. График качественно и количественно подобен приведенному на рис. 2а.

На рис. 2в приведены зависимости инкремента неустойчивости тангенциального разрыва поля скоростей течения жидкостей на заряженной границе раздела сред от безразмерного волнового числа и безразмерной толщины слоя нижней жидкости. В качественном отношении зависимости такие же, как и в прежних случаях.

На рис. 3–4 приведены зависимости инкремента неустойчивости тангенциального разрыва поля скоростей течения жидкостей на границе раздела сред: на рис. 3 – от величины параметра We и отношения плотностей верхней и нижней жидкостей ρ ; на рис. 4 – от величины безразмерного параметра W и безразмерной толщины слоя нижней жидкости h .

Из рис. 2–4 видно, что с ростом W , We и уменьшением h ширина диапазона волновых чисел, соответствующих неустойчивым волнам, расширяется, а при $\rho = 0$ и $\left(W + \text{We} \frac{\text{cth}(kh)}{[\text{cth}(kh) + \rho]} \right) = 2$ вырождается в точку, лежащую на оси k .

Когда верхняя среда является вакуумом ($\rho = 0$), выражение $\left(W + We \frac{cth(kh)}{[cth(kh) + \rho]} \right)$ превращается в $(W + We)$, и минимальное значение, при котором возможна неустойчивость, становится равным 2, а при $\rho \rightarrow 1$ соответствующее минимальное значение $\left(W + We \frac{cth(kh)}{[cth(kh) + \rho]} \right) \rightarrow 0$ независимо от величин k и h , так как при $\rho > 1$ реализуется неустойчивость Рэлея-Тейлора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В проведенных расчётах показано, что критические условия реализации (величина инкремента неустойчивости) неустойчивости тангенциального разрыва поля скоростей течения идеальных жидкостей на заряженной границе раздела сред (неустойчивость Кельвина-Гельмгольца) зависят от толщины слоя жидкости, лежащей на твёрдом дне. Инкремент увеличивается при уменьшении толщины слоя. Получены аналитические выражения для инкрементов неустойчивостей Рэлея-Тейлора, Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца и графически проиллюстрированы их зависимости от квадрата напряжённости электростатического поля, квадрата скорости движения верхней жидкости, волнового числа, толщины слоя нижней жидкости, отношения плотностей верхней и нижней жидкостей. Найдено, что инкременты неустойчивостей Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца описываются одним аналитическим выражением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев А.И., Фёдоров М.С., Ширяева С.О. Нелинейный анализ особенностей взаимодействия капиллярных волн конечной амплитуды в слоистой неоднородной жидкости. *ЖТФ*. 2011, **81**(11), 31–39.

2. Григорьев А.И., Фёдоров М.С., Ширяева С.О. Влияние электрического поля на капиллярный эффект «мёртвой воды». *ЖТФ*. 2012, **82**(6), 9–19.
3. Ширяева С.О. Электростатическая неустойчивость боковой поверхности струи вязкой жидкости с конечной электропроводностью в коллинеарном электростатическом поле. *ЖТФ*. 2011, **81**(6), 36–41.
4. Григорьев А.И., Пожарицкий Д.М., Климов А.В. Нелинейные поправки к частотам волн на заряженной границе раздела двух идеальных жидкостей. *ЭОМ*. 2006, **42**(5), 28–37.
5. Жаров А.Н., Григорьев А.И., Ширяева С.О. Нелинейные осцилляции заряженной капли вязкой жидкости. *ЭОМ*. 2005, **41**(4), 35–44.
6. Clark D.S., Tabak M. Nonlinear Rayleigh-Taylor Growth in Converging Geometry. *Phys. Rev. E*. 2005, **71**(5), 055302.1-055302.4.
7. Григорьев А.И., Суханов С.А., Ширяева С.О. Об устойчивости волнового движения на заряженной границе раздела несмешивающихся жидкостей при наличии тангенциального скачка поля скоростей. *Изв. РАН. МЖГ*. 2012, (4), 99–109.
8. Кузнецов Е.А., Лушников П.М. Нелинейная теория возбуждения волн ветром за счет неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. *ЖЭТФ*. 1995, **108**(2), 614–630.
9. Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O., Polyantsev N.A. The Effect of the Density of the Medium on the Stability of a Dielectric Liquid Get Moving Collinearly to a Uniform Electrostatic Field. *Surf Eng Appl Electrochem*. 2011, **47**(5), 413–418.

Поступила 04.07.12

После доработки 03.09.12

Summary

Analytical accounts of the first order of smallness show that the size of an increment of the Kelvin-Helmholtz instability depends on from thickness of liquids. At the growth of the Weber and Tonks-Frenkel parameters the instability increment is increased.

Keywords: ideal non-mixing liquids, tangential jump of velocity field, interface of two liquids, hard bottom, the Kelvin-Helmholtz instability.