

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ТЕРМОИОНИЗОВАННЫХ СТРУЯХ

ИТЭС РАН

Ижорская 13/19, г. Москва, 125412, Россия

Введение

Ударные волны могут вызвать сильные электрические поля в низкотемпературной плазме [1]. Ранее аналогичный эффект для сильных слабоионизованных струй такой плазмы обоснован теоретически [2]. При анализе пространственных распределений исследуемых электрических полей уравнения Пуассона относительно их потенциалов решались как в [1], так и в [2]. Для математического замыкания таких уравнений Пуассона в [1] использовалось кинетическое уравнение Больцмана, описывающее перенос нейтральных и заряженных частиц в ударных волнах, в то время как в [2] – макроскопический закон сохранения заряда в интегральной форме с учетом гидродинамического переноса, образующегося в нагретой струе объемного заряда совместно с аналитическим решением Шлихтинга [3] уравнений пограничного слоя для рассматриваемой струи [2]. Электрический ток в струе является исходным условием для разработанного в [2] расчетного метода определения искомого пространственного распределения установившегося потенциала, и ранее эта константа определялась только из результатов экспериментов для сопла из нержавеющей стали. В настоящей работе этот ток определяется теоретически по известной формуле для плотности тока термоэмиссии электронов из любого нагретого металлического сопла.

Теоретическая модель

Для теоретического описания переноса заряда сильными струями использовалась такая же макроскопическая модель, как и в предыдущих работах. Однако для решения этой задачи при выписываемых ниже предположениях можно рассмотреть более общую теоретическую модель ионизации, чем используемую ранее в [4]. Считаем, что электрическая проводимость рассматриваемой среды зависит от абсолютной температуры T , но невозможно определить точно такую зависимость (в частности, в предыдущих работах нами использованы уравнения аррениусовского типа для определения зависимости скорости ионизации от T , но она не является единственной). Можем пренебречь диффузионными членами в электродинамических уравнениях, потому что в [4, 5] показано, что влияние этих членов важно только в тонких слоях у границ рассматриваемых сред даже при учете влияния температуры и макроскопического электрического поля на скорость их ионизации. Рассматриваемая нагретая струя истекает из конической металлической поверхности S в холодную среду того же состава. Температура струи не превосходит температуру слабоионизованной плазмы. В этом случае плотность ρ и скорость v нейтральной компоненты близки к скорости и плотности среды. Поэтому можно использовать простые формулы для осесимметричной стационарной струи, полученные Шлихтингом [3]. Расход сильной струи J аналитически определен в [3]. Это выражение выглядит как

$$J = 0,404(\sqrt{P/\rho})^*x, \quad (1)$$

где P – импульс струи, а x – ее осевая координата. Увеличение расхода с ее ростом обусловлено тем обстоятельством, что неподвижная среда ввиду ее достаточно существенной вязкости увлекается струей и движется вместе с ней.

Для определения пространственного установившегося квазиодномерного распределения искомого потенциала выпишем макроскопические векторные дифференциальные электродинамические уравнения с учетом движения среды. Выражение для плотности электрического тока j выглядит следующим образом:

$$j = \sigma E + qv. \quad (2)$$

Здесь q – плотность объемного заряда, E – напряженность электрического поля, σ – электропроводность среды.

Объемный заряд может образовываться двумя способами. Первый – ионизация из нагретой металлической поверхности сопла S . А второй – образование объемного заряда ввиду возникающего в рассматриваемых условиях градиента проводимости в среде, в которую истекает исследуемая нагретая струя. Последний градиент обусловлен градиентом температуры в струе. Оба способа описаны в [4]. А в [5] показано, что импульс P является тягой струи. Используя уравнения, доказательство этого утверждения приведем здесь, применяя результаты [6] с учетом тензорной формы выписываемых уравнений Навье–Стокса и их решения Ландау, которое успешно применяется для описания течения осесимметричной затопленной струи. Считаем, что динамическая вязкость η – величина постоянная, а вектор приложенной точечной силы (тяги струи) направлен вдоль оси ее симметрии. При этом такая вязкость среды в случаях гомогенных сред является произведением ее кинематической вязкости на плотность, а выражение для тензора плотности потока импульса движущейся вязкой среды по [6] выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} = F_i \delta(r); \\ \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

$$\Pi_{ik} = \rho v_i v_k + p \delta_{ik} - \rho \nu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right).$$

Кроме того, в (3) p – давление струи и среды, v_k – компоненты скорости струи в декартовых координатах x_k .

Здесь компоненты вектора F – компоненты тяги струи (силы) в ортогональной (не обязательно декартовой, а, возможно, и криволинейной) системе координат x_k , при этом $\delta(r)$ – дельта-функция векторного аргумента r , а δ_{ik} – символ Кронекера. По немому индексу “ k ” осуществляется суммирование по правилам тензорного исчисления. В случае криволинейной системы координат левая часть выписываемых уравнений Навье–Стокса в тензорной форме преобразуется в соответствии с правилами векторного и тензорного исчисления. Решение типа затопленной струи удовлетворяет уравнениям (3) при $r \gg r_0$, где r – радиальная сферическая координата, r_0 – радиус критического сечения конического сопла (минимальный радиус усеченного сечения, соответствующего соплу геометрического конуса). При этом центр системы координат, связанный со струей, выбирается в [3, 6] в центре круга радиуса r_0 . Уравнения (3) выписаны в предположении, что скорость рассматриваемых течений в случае сильной струи по величине существенно превышает скорость термогравитационной естественной конвекции, возникающей ввиду разности температур струи и среды. Тогда при пренебрежении гравитацией выражение для компонент интегральной силы выглядит как

$$F_i = \int_V F_i \delta(r) dV = \int_V \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} dV = \int_S \Pi_{ik} dS_k, \quad (4)$$

по теореме Гаусса–Остроградского. Отсюда в векторном виде сила

$$F = \int_S \Pi_{ik} \mathcal{E}_i dS_k, \quad (5)$$

где \mathcal{E}_i – векторы криволинейного ортогонального базиса; S – замкнутая поверхность, ограничивающая объем, внутри которой находится начало выбираемой системы координат. В рассматриваемых случаях сильных струй, в которых и наблюдается пространственное распределение искомого электрического потенциала, может быть осуществлен переход к свободному пограничному слою у оси струи. При этом p для струи и среды по Шлихтингу считается постоянным.

Для дифференциала тяги из выписываемых выше соотношений можно получить выражение

$$dF = \Pi_{ik} \mathcal{E}_i dS_k = \Pi_{rr} dS_k r_0, \quad (6)$$

где dS – элемент поверхности сферы, проведенной вокруг начал координат, а r_0 – единичный вектор оси сферической системы координат, связанной со струей.

Последнее равенство в (6) выписано с учетом того, что для струйного решения Ландау уравнений (3) в сферической системе координат отлична от нуля только одна компонента Π_{rr} тензора Π_{rk} . Тогда для его осевой компоненты

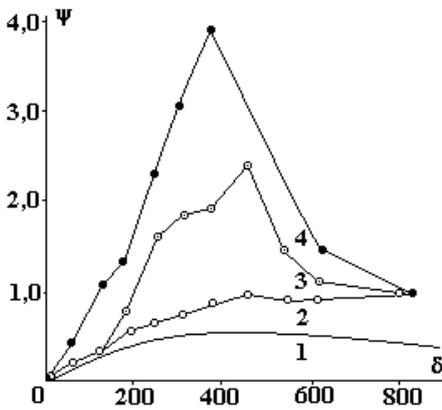
$$dF_x = \Pi_{rr} \cos(\theta) dS, \quad (7)$$

где θ – угловая координата долготы в рассматриваемой системе координат. Отсюда

$$F = F_x = \int_S \Pi_{rr} \cos(\theta) d\theta = P. \quad (8)$$

Последнее равенство принято с учетом выражения для импульса струи, полученного Ландау и выписанного в [6]. Отметим, что идея об интерпретации затопленной струи как течения, обусловленного действием точечной силы любой, не обязательно механической или электрической природы, высказывалась в работах Сквайра без доказательства, приведенного выше. Аналогичного доказательства с применением решения Шлихтинга вместо решения Ландау для описания исследуемых струй автору настоящей работы осуществить пока не удалось, как и для случая плоской затопленной струи.

Уравнения (3) выписаны в приближении несжимаемости среды, хотя здесь рассматриваем неизотермические процессы с возможными сильными скоростями, а не адиабатические с дозвуковыми. Это возможно, когда уравнение состояния используется в приближении Буссинеска [6], где коэффициент теплового расширения среды можно считать малым. Тогда уравнение неразрывности в уравнениях Навье–Стокса здесь выписано, как и в [6], без учета сжимаемости, а в уравнении импульсов в случае сильной струи не учтено влияние объемной плотности гравитационной силы на величину скорости рассматриваемых течений. Перейдем к определению искомого пространственного распределения установившегося потенциала макроскопического электрического поля в струе. Влиянием индуцированных магнитных полей при этом пренебрегаем ввиду недостаточно высокой проводимости рассматриваемой слабоионизованной плазмы. В этом случае система уравнений Максвелла упрощается до одного дифференциального уравнения второго порядка.



Распределение потенциала электрического поля в струе (вдоль оси). 1 – теоретическое решение ($\delta = x/r_0$, $\psi = \varphi/\varphi_{max}$), 2 – эксперимент с сеточным электродом, 3 – с металлическим электродом, 4 – с жидким электродом (вода)

В одномерном случае известное электродинамическое уравнение Пуассона для плотности образованного в струе объемного заряда q выглядит так:

$$d^2\varphi/dx^2 = -q/\epsilon\epsilon_0, \quad (9)$$

где φ – электрический потенциал, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды. Считаем, что в сильных струях выполняется неравенство

$$|\sigma E| \ll |qv|. \quad (10)$$

Можем использовать выписанные выше соотношения, начиная с (1) вплоть до (10), для определения распределения электрического поля в струе. При этом уравнение для определения распределения потенциала выглядит следующим образом:

$$d^2\varphi/dx^2 = -I/(0,404 \epsilon\epsilon_0 \sqrt{P/\rho}) \cdot x. \quad (11)$$

Граничными условиями для такого уравнения являются

$$\varphi(S) = 0, \quad \varphi(d) = \varphi_0. \quad (12)$$

В (11) и (12) I – электрический ток, а d – максимальное расстояние от S , на котором может быть определен эмпирический потенциал.

Безразмерное решение этого уравнения с выписанными граничными условиями выглядит как

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(\tilde{x}) &= \tilde{x} \cdot (1 - \tilde{I} \cdot \ln \tilde{x}), \\ \tilde{I} &= \frac{I \cdot d}{0,404 \epsilon\epsilon_0 \sqrt{P/\rho}}, \quad \tilde{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi_0}. \end{aligned} \quad (13)$$

Ток I определялся из термоэмиссионной формулы Ричардсона–Дешмана:

$$j_s = A \cdot T_s^2 \cdot \exp\left(-\frac{W_e}{kT_s}\right). \quad (14)$$

Здесь A – универсальная для всех металлов константа термоэмиссии ($A = 6,02 \cdot 10^5 \text{ A}/(\text{м}^2 \cdot \text{град}^2)$); W_e – работа выхода; k – постоянная Больцмана; T_s – температура сопла, из которого истекает струя; j_s – плотность тока термоэмиссии. Результаты теории [7] приводят к графику монотонно возрастающей зависимости потенциала от расстояния с асимптотическим экстремумом. В отличие от предложенной модели они не могут описать убывающий участок распределения потенциала вдали от сопла, наблюдаемый в экспериментах с сеточным электродом. Теоретический максимум для нагретой воздушной струи по порядку величины составляет 100 В, что согласуется с результатами экспериментов [7], проводимых при тяге струи, равной 230 Н образующей сопла, равной 75 мм, радиусе критического сечения – 2,2 мм и высоте сопла – 50 мм. Результаты расчетов, проведенных с использованием аналитического решения, полученного в настоящей работе, представлены на рисунке. Видно, что они достаточно хорошо согласуются с результатами опытов с сеточным электродом. Следовательно, предложенная в настоящей работе теоретическая модель может быть использована для диагностики степени электризации и зарядки нагретых струй.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Velikodnyi V. Yu., Biturin V.A.* Shock wave structure in long-lived plasma formation. The proceeding of the 2ND workshop on magnetoplasma-aerodynamics in aerospace application. Moscow. IVTAN. 2000. P. 301–306.
2. *Апфельбаум М.С.* Задача о пространственном распределении электрического поля в термоионизованных газодинамических струях // Труды ИВТАН “Экстремальные состояния вещества” (ред. В.Е. Фортов). М., 1991. С. 358–364.
3. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., 1974.
4. *Apfelbaum M.S., Apfelbaum E.M.* On electric field distribution in the vicinity of particles in a weakly ionized disperse medium // Chem. Phys. Report. 2000. Vol. 18. P. 2313–2328.
5. *Apfelbaum M.S., Apfelbaum E.M.* One model of electric conduction and electric field distributions in a liquid insulator. Journal Of Electrostatics. 2001. V. 50. P. 129–142.
6. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М., 1989.
7. *Усачев В.К., Ставров В.П., Тамбовцев В.И.* Электрокинетическое явление в струе ионизованных продуктов сгорания // Тезисы докладов научно-практического семинара по электрофизике горения. Караганда, 1985. С. 68–69.

Поступила 19.07.04

Summary

The theoretical model of termoionization jets electrification is given. The Shlihting jet solution of hydrodynamic equations is used. The analytical solution of written electrohydrodynamic equations for space electric potential distribution is obtained. The calculation and experimental results are compared.
