

ОДНОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ПРЕДПРОБОЙНЫХ АМПЕР-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛАБОИОНИЗОВАННЫХ СРЕД

*Институт Теплофизики Экстремальных Состояний РАН,
ул. Ижорская, 13/19, 125412, Москва*

Введение

Впервые отклонения от закона Ома для слабоионизованных твердых сред в предпробойных постоянных по времени приложенных полях плоского конденсатора экспериментально обнаружил Пауль [1]. В слабодиссоциирующих жидких средах аналогичные отклонения были экспериментально зарегистрированы Вином с сотрудниками на 10 лет позже. В слабопроводящих газах нелинейные отклонения от закона Ома также эмпирически давно установлены.

Теоретически экспоненциальный рост проводимости рассматриваемых сред с ростом модуля напряженности электрического поля обосновал, в частности, Френкель [2], используя уравнение арениусовского типа для объемной скорости ионизации. При этом переход зависимости скорости ионизации от температуры и модуля предпробойной напряженности электрического поля к соответствующей термодинамической зависимости проводимости осуществлялся при постулировании макроскопического ионизационного равновесия в предпробойных полях наряду с локальным термодинамическим. Онзагер, получив математически близкое к френкелевскому выражение для зависимости предпробойной скорости диссоциации слабых электролитов от напряженности поля методами физической кинетики, постулировав выполнение закона действующих масс, теоретически обосновал электрохимический эффект Вина для таких электролитов.

Автором статьи на основе полученных ранее дифференциальных уравнений предпробойного зарядообразования в жидких и газообразных слабопроводящих средах показано (например, в [3]), что для применения формул Френкеля и Онзагера в исследуемых средах достаточно выполнения плазменного условия их квазинейтральности.

При этом в случае плоского высоковольтного конденсатора стационарная экспоненциальная вольт-амперная характеристика, подтверждаемая экспериментами, автоматически следует из френкелевской формулы для проводимости и закона сохранения заряда. Вид этой трансцендентной зависимости будет приведен ниже. В случае сферического конденсатора для определения пространственного распределения установившегося потенциала электрического поля в межэлектродном промежутке из этого закона получается обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка.

Из аналитического решения такого уравнения, полученного в [4], следует линейность вольт-амперной характеристики в слабых полях и ее квадратичность в предпробойных, что также согласуется с результатами экспериментов разных авторов. Впервые теоретически квадратичность в случае резкого отклонения от квазинейтральности для слабоионизованных газов, видимо, была получена Таунсендом. В случае высоковольтного цилиндрического конденсатора аналогичная задача сводится к аналитически неинтегрируемой, в то время как в таунсендовском случае предпробойной униполярной проводимости аналитически интегрируемой является цилиндрически симметричная задача, а неинтегрируемой – сферически симметричная. Поэтому для исследуемого квазинейтрального случая в [5] описан разработанный алгоритм численного интегрирования при цилиндрической геометрии высоковольтных электродов и френкелевской проводимости.

Результаты расчета, установившиеся после подачи на электроды высокого напряжения от источника постоянного тока вольт-амперных характеристик по этому алгоритму, представленные в [5], подтвердили как их линейность в слабых полях, так и квадратичное отклонение от закона Ома в предпробойных. Поэтому при таких отклонениях актуальными являются нестационарные задачи расчета предпробойных ампер-временных характеристик рассматриваемых сред при наложении силь-

ного электрического поля от высоковольтного источника постоянного напряжения до установления стационарного режима наряду с аналогичными задачами в случае источника переменного напряжения. Результаты измерений таких характеристик описаны, например в [6]. Образование объемного заряда в среде [4] происходит в предпробойных полях и до установления совокупности электрогидродинамических характеристик. При этом установившаяся проводимость может оказаться как таунсендовской униполярной [7], так и квазинейтральной плазменного типа, исследуемой ранее [3, 4] и в настоящей работе. Результат обоснован автором статьи в случае сред с двумя сортами противоположно заряженных частиц, например в [8]. В работе также используется теоретическая модель с двумя сортами заряженных частиц.

Теоретическая модель и предварительные результаты

Для объемных концентраций зарядов и примесей выполняются следующие неравенства в случае слабопроводящих неочищенных сред:

$$\begin{cases} n_{\pm} \ll n_a; \\ n_p \ll n_a. \end{cases} \quad (1)$$

Первое из неравенств (1) можно считать условием слабой ионизации или диссоциации, а также одним из условий слабой проводимости рассматриваемых сред. При этом предполагаем, что скорость объемной ионизации или диссоциации является известной термодинамической функцией концентрации нейтралов и примесей, а также температуры и величины напряженности электрического поля. Кроме того, рекомбинацию зарядов предполагаем двухчастичной:

$$W_I = W_I(n_a, n_p, T, |E|) = W_I(n_a, n_p, T, 0) f(|E|); \quad (2)$$

$$\begin{cases} W_r = K_r n_+ n_-; \\ K_r = \frac{(b_+ + b_-) |e|}{\varepsilon \varepsilon_0}. \end{cases} \quad (3)$$

Выражение, используемое для K_r , получено Ланжевенем в 1903 г., а в 1934 г. – Онзагером только для слабых электролитов. Онзагер теоретически обосновал слабое влияние предпробойных макроскопических электрических полей, самосогласованных с полем образующегося в физически бесконечно малом объеме нескомпенсированного заряда на величину коэффициента такой двухчастичной рекомбинации, в отличие от их достаточно сильного влияния на коэффициент обратной рекомбинации реакции – диссоциации рассматриваемых им слабых жидких электролитов.

Формула Ланжевена применима и для плотных газов с химическими реакциями, а также для твердых слабопроводящих квазинейтральных сред, в которых ионная проводимость бесконечно малого физического объема значительно сильнее соответствующей электронной. Такая проводимость может быть обусловлена наряду с диссоциацией нейтральных молекул с ионными химическими связями ионизацией нейтралов с соответствующими ковалентными связями по причине отрыва электрона от атома одной нейтральной частицы с достаточно низким потенциалом ионизации и его прилипанием к другой, атом которой обладает достаточно высокой энергией сродства к свободному электрону.

Для коэффициента диффузии зарядов используем известное соотношение Нернста-Эйнштейна:

$$D_{\pm} = \frac{k_B T b_{\pm}}{|e|}. \quad (4)$$

Для математической функции, описывающей скорость роста ионизации или диссоциации среды либо ее примесей в предпробойных макроскопических электрических полях, самосогласованных с полем итогового электрического заряда, образующегося в таких полях и в бесконечно малом физическом объеме, используем известное выражение, полученное Френкелем в [2]:

$$f(\vec{E}) = \exp(\beta |\vec{E}|^2); \quad \beta = \frac{3}{\sqrt{\pi \varepsilon \varepsilon_0} k_B T}. \quad (5)$$

В этих условиях система уравнений зарядообразования при равных по величине подвижностях положительных и отрицательных зарядов выведена для исследуемых слабопроводящих жидкостей и плотных газов в [4]. При таком выводе в используемых макроскопических уравнениях неразрывности с учетом рождения и гибели заряженных компонент их смеси с нейтралами осуществля-

лось простое математическое преобразование от переменных n_{\pm} к новым электрофизическим локальным переменным бесконечно малого физического объема. А именно, к переменным плотности объемного заряда, образующегося в рассматриваемой среде при наложении сильных приложенных электрических полей, пропорционального разности объемных концентраций зарядов с коэффициентом, равным кратности (валентности) $q = (n_+ - n_-)e$ и проводимости вплоть до электрического пробоя всей среды $\sigma = (n_+ + n_-)be$. Уравнения макроэлектродинамики выглядят так:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla q) - \frac{k_B T b}{|e|} \Delta q + (\vec{E}, \nabla \sigma) = -\frac{q \sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \Delta \phi = -\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla \sigma) + b^2 (\vec{E}, \nabla q) - \frac{k_B T b}{|e|} \Delta \sigma - \frac{\sigma^2}{\varepsilon \varepsilon_0} \exp(\beta |\vec{E}| l / 2) + \frac{\sigma^2}{\varepsilon \varepsilon_0} = 0. \quad (6b)$$

Электродинамические уравнения (6) следует замкнуть гидродинамическими или газодинамическими в зависимости от состава рассматриваемой среды. Уравнение типа принятых в литературе общих дифференциальных макроскопических уравнений неразрывности, которое следует из закона сохранения всей массы среды или, при нами выписанных выше условиях (1), ее нейтральной компоненты, запишем для несжимаемых сред так:

$$\text{div } \vec{V} = 0. \quad (7)$$

Уравнение неразрывности в случае (7) достаточно дополнить только уравнением для импульса, не рассматривая при этом уравнение энергии.

Выпишем импульсное уравнение в виде уравнения переноса вихрей

$$\vec{\chi} = \text{rot } V, \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{\chi}}{\partial t} - \rho (\vec{\chi}, \nabla) \vec{V} - \rho \nu \Delta \chi = [\nabla q, \vec{E}]. \quad (9)$$

Начальные общие условия для выписываемых уравнений следующие:

$$q(t=0) = V(t=0) = 0; \quad \sigma(t=0) = \sigma_0. \quad (10)$$

Аналитическое решение для распределения потенциала высоковольтной сферы получено автором работы из выписанных уравнений в [4] при вычисленных условиях квазинейтральности рассматриваемых слабопроводящих сред и слабым влиянии гидродинамики на электродинамику. Решение выглядит таким образом:

$$\phi(r) = \left(\frac{I}{4\pi\sigma_0} \right)^2 \left[\frac{8}{\beta} - \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\tau\sigma_0}} (|\vec{E}|^2 + \frac{8}{\beta}) \right]. \quad (11)$$

$$|\vec{E}| \exp\left(\frac{\beta}{2} |\vec{E}|^2\right) = \frac{I}{4\pi\sigma_0 r^2}; \quad |\phi(r_0)| = U.$$

Для распределения установившегося или квазистационарного электрического потенциала в межэлектродном промежутке сферического высоковольтного конденсатора трансцендентное аналитическое решение при френкелевской проводимости выглядит примерно так же. Эти же решения можно получить при условиях квазинейтральности и из более сложной системы уравнений, выведенной автором статьи при разных подвижностях положительных и отрицательных зарядов и в условиях слабого влияния на эти кинетические коэффициенты предпробойного электрического поля. Для высоковольтного цилиндрического конденсатора такая же задача аналитически не решается, хотя формула для напряженности поля близка к формуле для этой характеристики в случае высоковольтного сферического конденсатора или одиночной высоковольтной сферы. В случае плоского конденсатора электрическое поле вне приэлектродных погранслоев нарушения квазинейтральности электрических зарядов остается однородным при выводе уравнения для E . Это показано в предыдущих работах автора статьи, а также в публикациях других авторов.

Вместе с тем в случае сильного отклонения от квазинейтральности в предпробойных полях нарушаются, как показано, например, в [7], и однородность таких полей во всем межэлектродном промежутке для плоских, и их лапласовость для любых конденсаторов. Поэтому в случае высоковольтного постоянного напряжения только в условиях квазинейтральности предпробойная вольт-

амперная характеристика в начальные моменты времени при наложении такого напряжения на электроды плоского конденсатора легко рассчитывается по ампер-временной характеристике.

В случаях сферического и цилиндрического конденсаторов соответствующие квазинейтральным условиям одномерные задачи расчета предпробойных ампер-временных характеристик до их установления (в отличие от случая плоского конденсатора) аналитически не решаются даже при использовании такого же постоянного напряжения. В работе ограничимся только анализом полученного аналитического решения выписываемых уравнений, описывающего временную эволюцию проводимости рассматриваемых сред в межэлектродном промежутке высоковольтного плоского конденсатора. Поле в этом случае сохраняется однородным вне приэлектродных погранслоев, в которых квазинейтральность рассматриваемых сред при предпробойных режимах нарушается.

Ампер-временная характеристика в случае поля высоковольтного плоского конденсатора, приложенного к рассматриваемой среде, по такой трансцендентной зависимости проводимости от времени рассчитывается достаточно легко.

Кроме того, отметим, что так как в работе не учитывается влияние гидродинамики на электродинамику, то описываемые результаты можно использовать и для случая твердых слабопроводящих сред. Но общая же система макроскопических уравнений предпробойного зарядообразования в твердых диэлектриках должна отличаться от системы, выписываемой в работе для жидкостей и газов. В ней должны содержаться члены, описывающие деформацию твердого заряженного элементарного объема в сильном электрическом поле, а не перенос зарядов движущейся жидкой или газообразной средой. Меняются в связи с этим и общие условия, при которых влияние аналога гидродинамики (где вместо тензора скоростей деформаций определяющим является тензор деформаций) на предпробойные электродинамические процессы в твердых диэлектриках слабое. Поэтому условия применимости полученных результатов к случаю твердых слабопроводящих диэлектриков представляют самостоятельный интерес и не анализируются.

Не рассматривается в работе и случай разреженных газов, для которого влияние сильного электрического поля на подвижности заряженных компонент следует учитывать. Здесь же эти кинетические коэффициенты считаются, как, например, в [9–11], константами. При нагреве рассматриваемых сред вплоть до температур низкотемпературной плазмы следует учитывать влияние температуры на подвижности зарядов.

В более проводящих по отношению к рассматриваемым средам сильных электролитах эффект Вина, согласно [12], обусловлен влиянием предпробойных полей не на концентрации ионов, как в слабых электролитах по [11], а на кинетические коэффициенты. В рассматриваемых средах влияние предпробойных полей на проводимость обусловлено, как и в слабых электролитах, увеличением концентраций их заряженных компонент с усилением внешних воздействий.

Эмпирическая вольт-амперная характеристика для рассматриваемых сред в случае высоковольтного плоского конденсатора известна как кривая Никурадзе [13], состоящая из омического участка при низких полях типа плато, где ток не меняется с ростом напряжения и экспоненциального в предпробойных полях (см. рис. 1). В ряде случаев участок типа плато отсутствует.

Именно результаты последних экспериментов в случае плоского конденсатора подтверждают формулу расчета стационарной или установившейся предпробойной вольт-амперной характеристики в условиях френкелевской квазинейтральности рассматриваемых сред. Ее можно легко получить из соответствующего интеграла одномерного уравнения сохранения заряда в дифференциальной форме. Эта зависимость выглядит следующим образом:

$$\sigma_0 \frac{U}{d} \exp \left[\frac{\beta}{2} \left(\frac{U}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = \frac{I}{S}. \quad (12)$$

Аналитическое решение для случая высоковольтного плоского конденсатора

Как показано в [9], условием того, что система электродинамических уравнений типа (6) отщепляется от системы гидродинамических типа (7)–(9), является условие $Re_q \ll 1$. Здесь, как и в [9], электрическое число Рейнольдса Re_q равно отношению характерной скорости течений среды к соответствующей скорости дрейфа ее зарядов в электрическом поле. Например, в [3] показано, что отщепление вне квазинейтральных погранслоев осуществимо и при соизмеримости таких скоростей. При этом с учетом уже полученных аналитических или численных решений дифференциальных электродинамических уравнений типа (6) можно для некоторых условий не решать, а использовать

уже известные решения гидрогазодинамических уравнений с достаточно большими скоростями течений рассматриваемых сред. Например, в [4] для описания струйных течений слабопроводящих сред от тонких высоковольтных электродов использовались аналитические решения типа решений Ландау-Слезкина и Шлихтинга для затопленных гидродинамических струй.

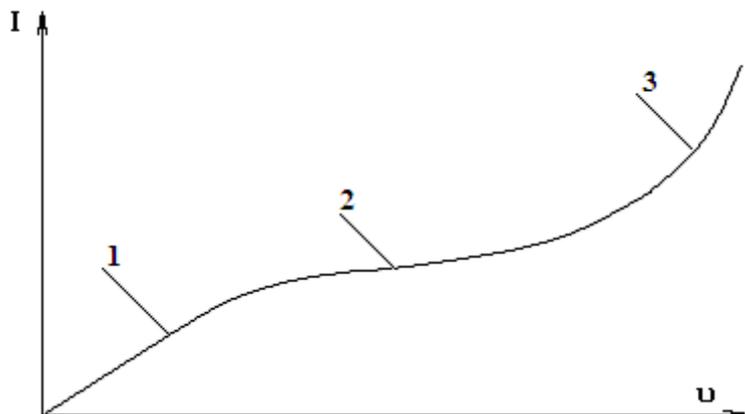


Рис. 1. Кривые Никурадзе для вольт-амперных характеристик в системах высоковольтных электродов для плоских конденсаторов и слабопроводящих сред по [13]. 1 — линейный участок для слабых полей; 2 — участок тока насыщения; 3 — нелинейный участок типа экспоненты для предпробойных полей плоских электродов

В то же время в [13] при малых электрических и гидродинамических числах Рейнольдса для анализа ползущих предпробойных течений в плоском конденсаторе использовались решения типа вихря Хилла. Такой способ правомерен, в частности, в случаях резкого убывания плотностей ponderomotorных сил с ростом расстояния от высоковольтных электродов. Тогда электродинамические характеристики влияют только на исходные условия при расчетах гидродинамических. В случае сильно неоднородных полей резкое убывание сил обосновано теоретически в предыдущих публикациях автора настоящей работы, например в [14], а в случае предпробойных приложенных полей плоского конденсатора — экспериментально в [15].

Гидродинамическое число Рейнольдса Re , определяемое, как и в соответствующей литературе, может быть как малым, так и большим по [4]. Переход же к турбулентности при $Re \gg 1$ здесь, как и в предыдущих статьях, не рассматривается. Независимо от структуры вихревых течений в межэлектродном промежутке плоского конденсатора электродинамическим уравнениям (6) удовлетворяет достаточно простое частное решение:

$$J = \sigma S U / d, q = 0, |\vec{E}| = U / d,$$

$$\sigma = \frac{\epsilon \epsilon_0 [\sigma_0 \tau + \epsilon \epsilon_0 - (\epsilon \epsilon_0 - \sigma_0 \tau) e^{-2t/\tau}]}{\tau [\sigma_0 \tau + \epsilon \epsilon_0 + (\epsilon \epsilon_0 - \sigma_0 \tau) e^{-2t/\tau}]}, \quad (13)$$

$$\tau = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\tau_0 \exp(0,5\beta |\vec{E}|^{1/2})}.$$

Решения уравнений (6), удовлетворяющие в зависимости от материалов рассматриваемых сред и электродов электрохимическим или ионизационным граничным условиям и условию лапласовости электрического поля в начальный момент времени, близки за пределами погранслоев к частному решению (13). Экспериментально это утверждение обосновано в [15], а теоретически может быть обосновано традиционными методами асимптотических погранслоевых разложений [16] по малым параметрам, соответствующим режимам квазинейтральности, при членах уравнений (6) с пространственными производными.

Выражения для критериев подобия описываемых явлений отмечены, например, в [4]. Там же проведены оценки величин этих параметров для исследуемых предпробойных режимов. При этом показано, что для достаточно широкого класса рассматриваемых сред условия квазинейтральности могут выполняться и для случая сильных электрических полей.

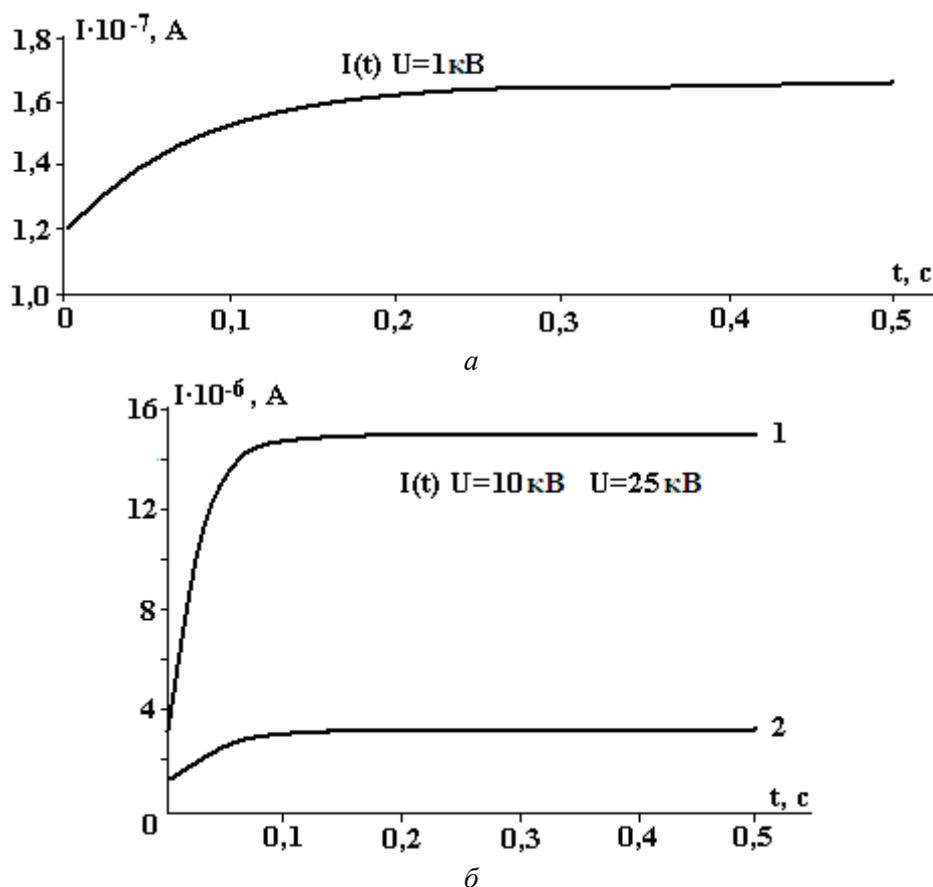


Рис. 2. Ампер-временные характеристики предпробойных полей в межэлектродном промежутке плоского конденсатора со слабопроводящим трансформаторным маслом: а – при полях порядка 1 кВ; б – при предпробойных: 1 – при 25 кВ; 2 – при 10 кВ

Тогда независимо от структуры вихревых электрогидродинамических течений рассматриваемых вязких теплопроводных сред в межэлектродном промежутке высоковольтного плоского конденсатора соответствующую ампер-временную характеристику можно рассчитать по формуле (13). Ее график для условий опытов [17] с трансформаторным маслом представлен на рис. 2. На рис. 2,а график соответствует самому низкому значению высокого напряжения, а на рис. 2,б – предпробойным напряжениям. Температура для таких расчетов выбиралась комнатной ввиду слабого джоулева нагрева, не обнаруженного экспериментально в указанных опытах с трансформаторным маслом. Меж-электродное расстояние в этих опытах $d = 1$ см, а площадь пластины конденсатора равна 120 см². Значение диэлектрической проницаемости для сред типа трансформаторного масла выбиралось равным $2,24$ из справочников, а низковольтная проводимость определялась из соответствующего линейного участка стационарной вольт-амперной характеристики опытов [17]. При этом низковольтное время релаксации, используемое в экспериментах [17] среды, оказалось равным $0,1$ с. Из представленных графиков, как из (13), следует, что с ростом приложенного напряжения усиливаются и временные отклонения предпробойных токов до установления, что согласуется с результатами опытов [6].

Обозначения

σ_0 – низковольтная проводимость среды; U – приложенное электрическое напряжение; d – межэлектродное расстояние; e – заряд протона или иона; k_B – постоянная Больцмана; D – коэффициент диффузии; b – коэффициент подвижности; q – объемная плотность заряда; V – скорость среды; n – концентрация; E – напряженность электрического поля; S – площадь поверхности; r – радиальная координата; t – время; χ – завихренность; ϵ – диэлектрическая проницаемость; I – сила тока; T – абсолютная температура; f – функция скалярного или векторного аргумента; W – объемная скорость образования зарядов или нейтралов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Poole H.H.* On the dielectric constant and electrical conductivity of mica in intense field // *Philosophical magazine*. 1916. S. 6. V.2. № 187. P. 112–129.
2. *Френкель Я.И.* К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных полупроводниках // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1938. Т. 8. Вып. 12. С. 1291–2001.
3. *Апфельбаум М.С.* Уравнения равновесной ионизации продуктов горения в электрическом поле // *Физика горения и взрыва*. 1988. № 2. С. 60–65.
4. *Апфельбаум М.С.* Об одной расчетной схеме электрогидродинамических течений // *Электрохимия*. 1986. Вып. 11. С. 1463–1471.
5. *Апфельбаум М.С.* Одномерные стационарные задачи расчета предпробойных вольт-амперных характеристик слабоионизованных сред // *Электронная обработка материалов*. 2005. № 2. С. 50–54.
6. *Dikarev B., Karasev G., Romanets R., Shimon N.* Modeling and experimental research of the non-stationary processes of conduction and space charge accumulation in dielectric liquids // *Proceedings of the 13th ICDL. Nara*, 1999. P. 33–36.
7. *Тиходеев Н.Н.* Дифференциальное уравнение униполярной короны и его интегрирование в простейших случаях // *Журнал технической физики*. 1955. Т. 24. Вып. 8. С. 1449–1457.
8. *Апфельбаум М.С.* Ионизация и течение слабопроводящей жидкости в неоднородном электрическом поле // *Электронная обработка материалов*. 1988. №1. С. 60–65.
9. *Stuetzer O.M.* Magnetohydrodynamics and electrohydrodynamics // *Physics fluids*. 1962. 5. P. 167–181.
10. *Plumley H.J.* Conduction of electricity by dielectric liquids at high field strengths // *Physical review*. 1941. V. 59. P. 200–209.
11. *Onsager L.* Deviation from Ohms law in a weak electrolytes // *Journal of Chemical Physics*. 1934. V. 2, 9. P. 599–615.
12. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Теоретическая физика. Том X. Физическая кинетика. М., Физматлит., 2001.
13. *Felici N.J.* Direct current conduction in liquid dielectrics // *Direct current*. 1971. V. 1. P. 90–99. V. 2. P. 147–165.
14. *Апфельбаум М.С., Козыренко В.Е.* Физическое моделирование и расчет электрогидродинамических течений // *Электрохимия*. 1991. Вып. 7. С. 855–863.
15. *Стишков Ю.К.* Электрогидродинамические течения и механизмы электризации технических жидких диэлектриков // *Электронная обработка материалов*. 1977. № 6. С. 29–32.
16. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М., 1973.
17. *Петриченко Н.А.* Измерение давления в электроизолирующей жидкости у острия игольчатого электрода при наложении электрического поля // *Электронная обработка материалов*. 1976. № 6. С. 35–39.

Поступила 22.06.05

Summary

The theoretical model of electrohydrodynamic pre-breakdown phenomena in the weakly ionized media is proposed. Differential equations and initial conditions for describing these problems are written. The 1D analytical and numerical solutions of these equations for calculations current-voltage and current-time characteristics are given. The calculation results are in agreement with experiments for high-voltage plane, cylindrical and spherical capacitors.
