

# Причины ветвления положительного стримера в неоднородном поле

Л. А. Савельева, А. В. Самусенко, Ю. К. Стишков

*Санкт-Петербургский государственный университет,  
Научно-образовательный центр "Электрофизика" физического факультета,  
ул. Ульяновская, д. 3, г. Санкт-Петербург, Петродворец, 198504, Россия, [stishkov@paloma.spbu.ru](mailto:stishkov@paloma.spbu.ru)*

Проанализирован этап инициирования ветвления стримера в неоднородном электрическом поле в системе электродов игла-плоскость в осесимметричной модели в дрейфово-диффузионном приближении. В силу сложности анализа непосредственно этого решения цепь причинно-следственных связей, приводящих к ветвлению, проанализирована в рамках значительно упрощенной модели полуэллиптической идеально проводящей головки. Показано, что затупление головки может происходить даже при условии, что максимум напряженности поля находится в центре ("полюсе") головки, если этот максимум не сильно выражен. Распределение напряженности поля на головке стримера зависит как от потенциала и формы головки, так и от близлежащих заряженных объектов, в частности активного электрода. А благодаря образованию минимума напряженности поля в месте контакта стримера и активного электрода максимум напряженности поля на полюсе головки стримера становится резким. При удалении головки стримера от активного электрода влияние последнего спадает, максимум напряженности становится менее выраженным, и в некоторый момент начинается ветвление. Таким образом, установлено, что в определенных условиях стример способен ветвиться даже в рамках полностью детерминированной модели, не учитывающей флуктуации концентраций заряженных частиц и ионизирующего излучения.

УДК 537.523.3, 537.523.9

Стример – тонкий канал низкотемпературной плазмы, прорастающий за счет ионизации на оконечности канала (в так называемой головке стримера), в области максимальной напряженности поля [1, 2]. Механизм роста стримера – волна ионизации: ионизирующее излучение головки образует затравочные электроны на некотором расстоянии от головки стримера. Дрейфующие к головке электроны лавинообразно размножаются благодаря ударной ионизации в сильно неоднородном поле стримера, и обеспечивают появление новых участков плазмы. Скорость волны ионизации может существенно превышать дрейфовую скорость электронов.

Одиночный положительный стример активно изучается методом конечно-элементного моделирования [12, 8, 7]. Стримеры в воздухе при атмосферном давлении интенсивно ветвятся, однако закономерности этого процесса до сих пор плохо изучены. Нет ясности и в вопросе о том, в какой мере ветвление определяется случайными флуктуациями концентраций заряженных частиц, а в какой – является детерминированным процессом.

## ПРОБЛЕМА ВЕТВЛЕНИЯ СТРИМЕРА В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ МОДЕЛЯХ

В монографиях [1, 2] нет упоминания о каких-либо закономерностях ветвления стримеров.

В [3] есть только следующее предположение: «Поскольку фотоны вылетают и поглощаются случайным образом, возможны ситуации, когда в какой-то момент появляется новое преимущественное направление, по которому идет много вторичных лавин. Так, видимо, появляются зигзагообразные изломы стримера (и искрового канала), которые наблюдаются на опыте». То есть согласно данному предположению эффект ветвления объясняется лишь случайными флуктуациями затравочных электронов. Если это так, в рамках стандартного численного моделирования системы дифференциальных уравнений в частных производных ветвления произойти не может, ведь элемент случайности в модель не включен.

Тем не менее уже многие годы при моделировании возникает эффект «псевдоветвления», когда максимум напряженности смещается с оси симметрии вбок. Поскольку задача осесимметричная, образуется объект, напоминающий полый цилиндр. Такое решение называют стримером-трубой (tube-like streamer). Далее мы будем называть этот эффект псевдоветвлением, чтобы подчеркнуть, что речь идет об осесимметричном решении.

В [4] авторы высказывают точку зрения, что псевдоветвление происходит, когда толщина заряженного слоя на головке стримера становится много меньше радиуса его кривизны, и явно ут-

верждают, что процесс ветвления детерминирован, то есть ветвление может быть получено в рамках описания сплошной среды без учета случайных флуктуаций. Доказательством, по их мнению, служит неизменность решения задачи при измельчении сетки. Сходимость решения с псевдоветвлением по сетке подробно рассматривается в статье [5].

В [6] при помощи метода адаптивного улучшения сетки построена трехмерная модель стримера в дрейфово-диффузионном приближении. Рассматривались «слегка» асимметричные решения, то есть начальные условия (концентрация электронов) задавались в виде суммы осесимметричного распределения и небольшой асимметричной добавки. По порядку величины добавка составляла  $10^{-8}$  от основной части. Анализировалась степень отклонения решения от осесимметричного в зависимости от времени. Показано, что псевдоветвление в осесимметричных моделях соответствует моменту потери осевой симметрии в трехмерной модели. Также высказывается предположение, что подобная неустойчивость возникает перед переходом головки в невыпуклое состояние.

Подводя итоги, можно сказать, что псевдоветвление при моделировании стримеров не есть результат неустойчивости численной схемы. В осесимметричной постановке можно зарегистрировать и изучать начальный этап ветвления – смещение максимума напряженности с оси симметрии; дальше осесимметричное решение становится неустойчивым, и при моделировании трехмерной задачи осевая симметрия теряется. Таким образом, смещение максимума напряженности с оси симметрии модели можно отождествить с инициацией процесса ветвления стримера.

Однако до сих пор не предложен критерий ветвления стримера, который следовал бы из общепризнанных моделей последнего, объяснил бы закономерности этого процесса на опыте и который можно было бы подтвердить при помощи численного моделирования. То есть не сформулированы физические условия, при которых вероятно ветвление, и, напротив, физические условия, при которых стример прорастает устойчиво, как одиночный канал.

#### МОДЕЛЬ ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ГОЛОВКИ СТРИМЕРА

Решение в дрейфово-диффузионном приближении позволяет в рамках замкнутой модели зафиксировать псевдоветвление, однако проанализировать такое решение затруднительно. Поэтому сформулируем существенно упрощенную модель, включающую только элементы, наличие которых принципиально для псевдоветвления. А

затем на основе выводов, сделанных в рамках упрощенной модели, проанализируем результаты более полной – дрейфово-диффузионной модели.

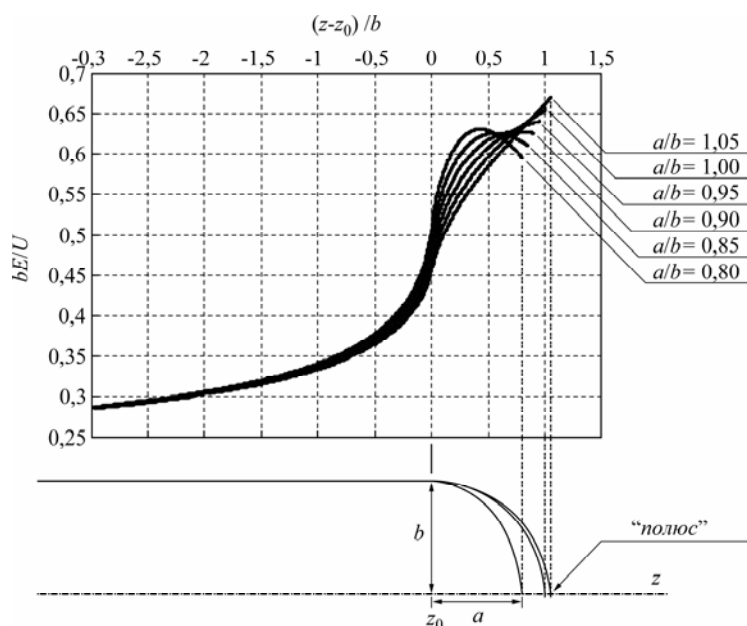
Проанализируем причинно-следственные связи, определяющие рост стримерной головки. Головка стримера прорастает за счет ионизации на ее поверхности. Скорость прорастания в разных точках головки различна и определяется в основном частотой ионизации в данной точке поверхности [2], которая, в свою очередь, зависит от локальной напряженности поля. Головка стримера – хорошо проводящая плазменная область (это показывают в том числе и численные решения [7]), поэтому распределение напряженности на поверхности головки зависит в первую очередь от ее формы, как в случае идеального проводника. Таким образом, в первом приближении ситуация выглядит следующим образом: форма головки в данный момент времени определяет распределение напряженности на поверхности, напряженность – частоту ионизации, а частота ионизации, в свою очередь – локальную скорость роста данного участка головки стримера, что позволяет определить форму головки через небольшой промежуток времени.

В таком наиболее простом виде эта схема должна быть справедлива для головок большого размера, у которых толщина слоя поверхностного заряда много меньше размера головки, а затравочные электроны образуются в непосредственной близости от ее поверхности. Расстояние, на котором образуются затравочные электроны, по порядку величины равно длине поглощения ионизирующего излучения в воздухе, которая при атмосферном давлении составляет 0,22 мм [8].

Характер распределения скоростей по поверхности головки зависит не только от ее формы, но и от величины максимальной напряженности поля (поскольку связь напряженности с частотой ионизации нелинейная), а также от положения заряженных объектов вокруг стримера.

Таким образом, простейшая модель должна включать описание границы головки стримера (границы плазменной области), поскольку форма границы стримера определяет распределение напряженности вокруг него. Рост стримера в рамках данной модели описывается непрерывным изменением положения его поверхности.

Простейшей подобной моделью головки стримера является приближение идеально проводящей полусферической головки с цилиндрическим каналом [1], однако в такой модели максимум напряженности всегда находится на оси симметрии, на “полюсе” полусферы. Рассмотрим следующее приближение, в котором канал остается цилиндрическим, но головка может принимать не только форму полусферы, но и по-



**Рис. 1.** Распределение напряженности поля на поверхности идеального проводника в форме цилиндра с эллиптической головкой. Полуоси эллипсоида –  $a$  и  $b$ .  $U$  – потенциал проводника относительно земли;  $z$  – ось симметрии.

ловины эллипсоида вращения. Пусть размер полуоси, направленной по оси симметрии, –  $a$ , а размер перпендикулярных оси симметрии полуосей –  $b$ . Головка и канал считаются идеально проводящим объектом.

В модели полуэллиптической головки мы не рассматриваем концентрации заряженных частиц и ионизирующего излучения, в результате закон, связывающий напряженность поля на поверхности стримера  $E$  со скоростью движения поверхности  $V$ , остается неизвестным. Однако для целей данного рассмотрения будет достаточно считать, что имеется локальная связь  $V = f(E)$ , где  $f$  – некая неизвестная функция.

Рассмотрим распределение напряженности поля на поверхности стримера с полуэллиптической головкой. Поскольку аналитического решения для такой задачи нет, используем численное моделирование, в котором ищется распределение электрического поля в воздухе вокруг стримера (сам стример считается идеально проводящим, а поле внутри него – равным нулю). Обозначим потенциал стримера  $U$ , а поверхность с нулевым потенциалом удалим от головки на расстояние в  $200b$ . Такое расстояние до заземленной поверхности достаточно велико – напряженность поля на головке определяется только ее потенциалом и геометрическими размерами.

Расчет электростатической задачи (уравнение Лапласа  $\Delta\phi = 0$ ) был проведен численно методом конечных элементов. Рассмотрим распределения напряженности поля по поверхности стримера, приведенные к безразмерному виду (рис. 1). При  $a/b \geq 0,95$  максимум напряженности находится на “полюсе” головки. При дальнейшем затуплении головки  $a/b \leq 0,90$  ситуация ка-

чественно иная – максимум смещается с полюса на поверхность головки. С учетом осевой симметрии получается, что максимальная напряженность поля наблюдается на окружности, охватывающей головку. Таким образом, положение максимума в первом приближении зависит от отношения продольного и поперечного размеров последней.

#### ДИНАМИКА ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ГОЛОВКИ

Рассмотрим ситуацию на простейшей модели стримера с полуэллиптической головкой в динамике. Будем считать, что стример растет, сохраняя эллиптическую форму, но, возможно, меняя параметры – величины полуосей  $a(t)$  и  $b(t)$  и положение центра головки  $z_0(t)$ .

На простейшей модели попытаемся выяснить, какое распределение скорости роста поверхности стримера может привести к смещению максимума напряженности с оси симметрии.

Найдем распределение скоростей по поверхности головки стримера. В силу осевой симметрии задачи оно зависит только от одной переменной, удобно в качестве параметра взять радиальную координату  $r$ . Поверхность головки в цилиндрических координатах  $\{z, r\}$  в фиксированный момент времени описывается хорошо известным уравнением эллипса:

$$\left[ \frac{z - z_0(t)}{a(t)} \right]^2 + \left[ \frac{r}{b(t)} \right]^2 = 1.$$

Отсюда можно выразить  $z$  как функцию  $r$  и  $t$ . Поскольку мы имеем дело не с материальными

частицами, движущимися с определенной скоростью, а с волновым движением, то есть с изменением формально выделенной поверхности, необходимо договориться о направлении, в котором мы будем измерять скорость смещения поверхности. Естественным направлением является нормаль к поверхности: силовые линии электрического поля входят в стример по нормали, а, значит, электронные лавины, приводящие его головку в движение, вливаются в нее по этому направлению. Обозначим таким образом определенную скорость смещения поверхности  $V_n$ . Можно показать, что:

$$V_n(y, t) = \frac{\partial z(r, t)}{\partial t} \frac{1}{\sqrt{1 + \left[ \frac{\partial z(r, t)}{\partial r} \right]^2}}.$$

Рассмотрим для простоты случай, когда в начальный момент времени головка была полусферической:  $a = b = R$ . Как показывают численные модели, приблизительно такая форма головки наблюдается на ранней стадии развития стримера. Получаем:

$$V_n(r, t = 0) = \frac{dz_0}{dt} \sqrt{1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2} + \frac{da}{dt} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right) + \frac{db}{dt} \left( \frac{r}{R} \right)^2. \quad (1)$$

В предыдущем пункте мы выяснили, что в рамках модели полуэллиптической головки стримера смещение максимума напряженности с полюса на кольцо происходит при  $a/b < 0,9$ . Следовательно, если изначально головка полусферическая, смещение максимума напряженности с полюса произойдет в быстро расширяющемся стримере, если  $b$  будет расти быстрее, чем  $a$ , то есть  $db/dt > da/dt$ .

Посмотрим, какой профиль скорости на поверхности головки приводит к смещению максимума напряженности. Для этого решим обратную задачу: будем считать, что профиль скорости нам известен, и, используя (1), найдем скорости изменения параметров головки  $a$ ,  $b$  и  $z_0$ . Поскольку в рамках данной модели есть три независимых параметра, характеризующих форму головки ( $a$ ,  $b$  и  $z_0$ ), достаточно рассмотреть значения скоростей в трех точках поверхности. Удобно взять характерные точки  $A$  с  $r = 0$  (полюс),  $B$  с  $r = R/2$  и  $C$  с  $r = R$  (граница головки и цилиндрического канала). Выписав по (1) соотношения для  $V_A$ ,  $V_B$  и  $V_C$  и решив систему из трех линейных уравнений, можно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned} \frac{dz_0}{dt} &= -6,5V_A + 8,6V_B - 2,2V_C, \\ \frac{da}{dt} &= 7,5V_A - 8,6V_B + 2,2V_C, \\ \frac{db}{dt} &= V_C. \end{aligned}$$

Как указано выше, смещение максимума с полюса на кольцо будет наблюдаться при  $db/dt > da/dt$ . Поэтому рассмотрим разницу:

$$\frac{da}{dt} - \frac{db}{dt} = 7,5V_A - 8,6V_B + 1,2V_C. \quad (2)$$

Как видно из (2), коэффициент при  $V_C$  в несколько раз меньше коэффициентов при  $V_A$  и  $V_B$ , к тому же сама  $V_C$  обычно невелика, как будет показано при более точном моделировании ниже. Поэтому в первом приближении разница между  $da/dt$  и  $db/dt$  определяется соотношением скоростей  $V_A$  и  $V_B$ . Отбрасывая третье слагаемое из (2), получаем приближенное выражение для  $da/dt - db/dt$ :

$$\frac{da}{dt} - \frac{db}{dt} \approx 8,6(0,9V_A - V_B). \quad (3)$$

Общая закономерность такова – если скорость на полюсе головки существенно больше, чем скорость на ее боковой поверхности, стример утончается,  $b-a$  уменьшается. В обратном случае  $b-a$  растет, стример затупляется, что, как показано выше, приводит к смещению максимума из полюса вбок, а следовательно, к ветвлению.

Наиболее интересный вывод из (3) касается пограничной ситуации: (3) показывает, что головка может затупляться ( $db/dt > da/dt$ ), даже если  $V_B < V_A$ , ведь из (3) следует, что  $db/dt > da/dt$ , если  $V_B/V_A > 0,9$ .

Таким образом разрешается кажущийся парадокс: несмотря на то что при возникновении стримера максимум напряженности и максимум скорости находятся на полюсе головки ( $V_B/V_A < 1$ ), радиальный размер головки все же может с течением времени превысить аксиальный размер – если максимум выражен “не слишком сильно” (условие  $V_B/V_A > 0,9$ ).

Далее на примере моделирования ветвления стримера в дрейфово-диффузионном приближении результаты этого рассмотрения будут сопоставлены с более точным и сложным подходом.

#### ДРЕЙФОВО-ДИФФУЗИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ: СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Перейдем к решению задачи о росте положительного стримера в дрейфово-диффузионном приближении. Как отмечалось выше, это приближение наиболее часто используется для моделирования стримерных процессов [4–6, 7]. Решается система уравнений (4), описывающая ионизованный воздух:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\nabla \varepsilon_0 \nabla \varphi = -|e|(n_+ - n_e - n_n); \\
\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}[-D_e(E) \nabla n_e - \mu_e(E) n_e \vec{E}] = \\
= v_{ion}(E) n_e - v_{att}(E) n_e - c_{ei}(E) n_e n_+ + l c n_{ph}; \\
\frac{\partial n_+}{\partial t} + \text{div}[-D_i \nabla n_+ + \mu_i n_+ \vec{E}] = \\
= v_{ion}(E) n_e - c_{ei}(E) n_e n_+ - c_{ii} n_+ n_+ + l c n_{ph}; \\
\frac{\partial n_-}{\partial t} + \text{div}[-D_i \nabla n_- + \mu_i n_- \vec{E}] = \\
= v_{att}(E) n_e - c_{ii} n_- n_+; \\
-\Delta n_{ph} = -l^2 n_{ph} + g \frac{5l}{c} v_{ion}(E) n_e.
\end{array} \right. \quad (4)$$

В системе (4) искомые функции – концентрации электронов, положительных и отрицательных ионов  $n_e$ ,  $n_+$  и  $n_-$ ; электрический потенциал  $\varphi$ , концентрация ионизирующих фотонов  $n_{ph}$ . Используются общеизвестные константы: диэлектрическая проницаемость вакуума  $\varepsilon_0$  (относительная диэлектрическая проницаемость воздуха считается равной единице), заряд электрона  $e$ , скорость света в вакууме  $c$ . Распределение ионизирующих фотонов описывается уравнением диффузии с источником, данное приближение описано в [8]. Уравнения учитывают реакции ударной ионизации, фотоионизации, прилипания, отлипания, ион-ионной и электрон-ионной рекомбинации. Значения коэффициентов и их смысл приведены в табл. 1.

## ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Рассматривается система электродов игла-плоскости, где игла – цилиндр с полусферическим окончанием. Радиус цилиндра – 0,4 мкм, межэлектродное расстояние – 20 мм.

Модель разделена на два двумерных домена (рис. 2). В меньшем по площади домене “А” рассчитываются все уравнения системы (4), а в домене “В”, занимающем большую часть межэлектродного промежутка, – только уравнение Пуассона для электрического потенциала  $\varphi$  и уравнение на концентрацию фотонов  $n_{ph}$ . Концентрации электронов и ионов оказываются сосредоточены в стримерном канале и головке, а также в тонкой области вокруг стримера. Из-за того что скорость движения волны ионизации превышает скорости дрейфа частиц, электроны и ионы не присутствуют на значительном расстоянии от стримера, поэтому рассчитывать соответствующие уравнения можно только в области движения стримера. Устойчивость решения к изменению границ домена “А” проверялась.

Граничные условия указаны в табл. 2.

В качестве начальных условий задается концентрация электронов с Гауссовым профилем:

$$n_e(r, z, t=0) = n_0 \exp\left(-\frac{r^2 + (z - z_0)^2}{a^2}\right). \quad (5)$$

Здесь  $n_0 = 1,6 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ ,  $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ,  $z_0 = -700 \text{ мкм}$ . Гауссов профиль (5) является аналитическим решением для электронной лавины в однородном поле [3] и часто используется при моделировании стримеров в качестве начального условия [12]. При заданных параметрах полное число электронов в модели составляет  $5,7 \cdot 10^3$ . Такое относительно небольшое число позволяет начать расчет с лавинной стадии процесса, когда объемный заряд еще не влияет на электрическое поле (лавинно-стримерный переход происходит при числе электронов в лавине порядка  $10^7 \div 10^8$  [3]). Если решение начато с лавинной стадии, стримерная стадия слабо зависит от начального числа электронов и профиля [12].

## АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим результаты решения.

В промежуток времени от 0 до 0,6 нс напряженность поля отличается от начальной (невозможной объемным зарядом) менее чем на 1%. Это говорит о том, что стример еще не образовался, процесс проходит лавинную стадию. Развитие лавины в неоднородном поле подробно рассмотрено в [7], здесь останавливаться на этом вопросе не будем. Далее следует этап лавинно-стримерного перехода, когда поле уже существенно искажено, но головка стримера еще не сформировалась.

На рис. 3 показано развитие стримера на этапе, когда максимум напряженности поля находится на оси симметрии модели: от 3,6 до 4,4 нс. Качественно картина соответствует предшествующим расчетам развития положительного стримера в неоднородном поле [7]: имеется выраженный максимум напряженности на оконечности головки; головка имеет почти полусферическую форму; радиус головки постепенно возрастает.

На рис. 4 представлены этапы инициации ветвления, начинающегося с 4,4 нс. Как показывают графики, при  $t \approx 4,6 \text{ нс}$  максимум напряженности смещается с оси симметрии на кольцо (с учетом осевой симметрии) на поверхности головки. Постепенно справа от оси симметрии образуется и ярко выраженный локальный максимум концентрации электронов и напряженности электрического поля, то есть стример начинает прорасти не вдоль оси симметрии, а вбок – иницируется ветвление.

Таблица 1. Значения коэффициентов в системе уравнений (4)

Обозначение	Величина	Значение либо источник данных
$D_e(E)$	Коэффициент диффузии электронов	Аппроксимация по [9]
$\mu_e(E)$	Подвижность электронов	Аппроксимация по [3, 9]
$\nu_{ion}(E)$	Частота ударной ионизации	Аппроксимация по [2, 9, 10]
$\nu_{att}(E)$	Частота прилипания	Аппроксимация по [3, 11]
$c_{ei}(E)$	Коэффициент электрон-ионной рекомбинации	Аппроксимация по [11]
$l$	Коэффициент поглощения ионизирующего излучения	$4500 \text{ м}^{-1}$ [8]
$g$	Коэффициент эффективности фотоионизации	$10^{-4}$
$D_i$	Коэффициент диффузии ионов	$10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$
$\mu_i$	Подвижность ионов	$9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$
$c_{ii}$	Коэффициент ион-ионной рекомбинации	$10^{-13} \text{ м}^3/\text{с}$ (усредненное значение по разным типам ионов [3])

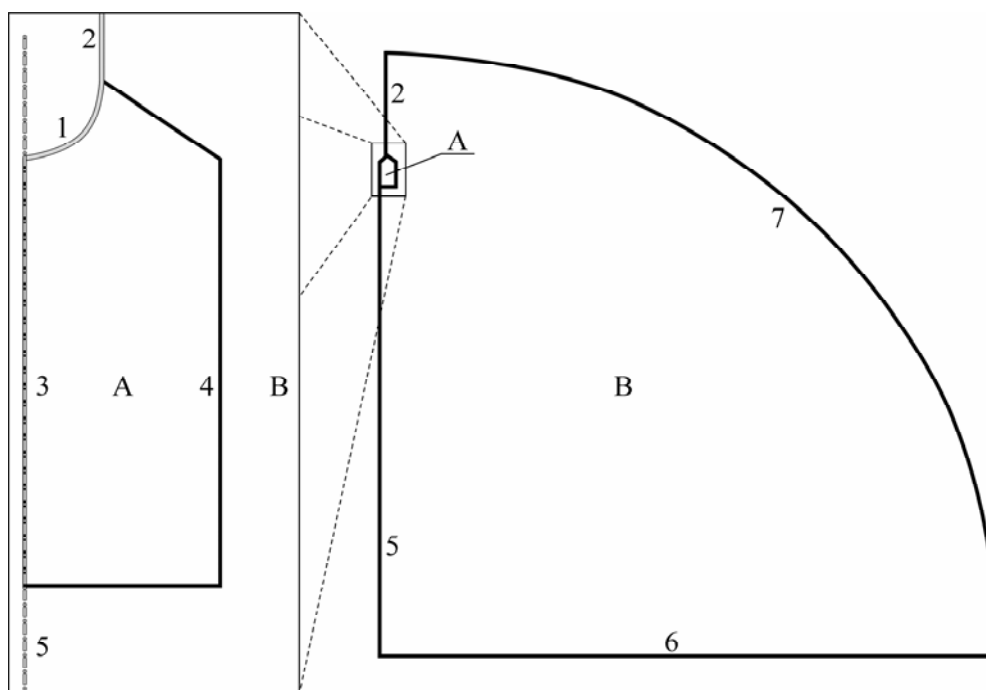


Рис. 2. Нумерация границ и доменов. Граничные условия описаны в табл. 2.

Таблица 2. Граничные условия. Нумерация границ соответствует рис. 2; условие осевой симметрии – равенство нулю производной по радиальной координате от соответствующей искомой функции

№ границы	$\varphi$	$n_{ph}$	$n_e$	$n_-$	$n_+$
1	$\varphi=+U$	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$	Свободное прохождение		Нулевой поток
2	$\varphi=+U$	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$	Свободное прохождение		Нулевой поток
3	Осевая симметрия				
4	–	–	Нулевой поток		Нулевой поток
5	Осевая симметрия				
6	$\varphi=0$	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$	–	–	–
7	$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$			

Напряжение  $U$  равнялось 6 кВ и было неизменно во времени.

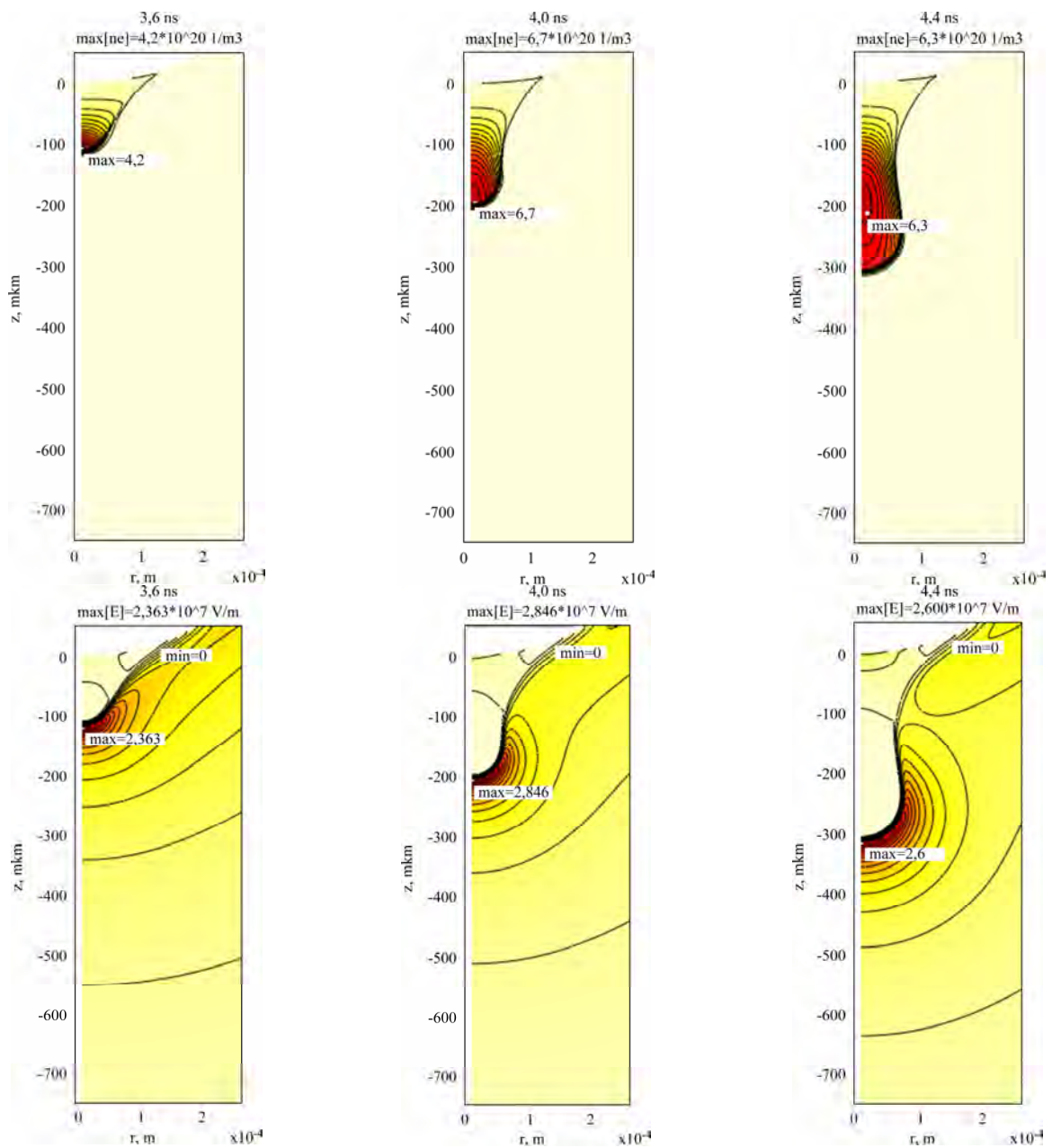


Рис. 3. Концентрация электронов (верхний ряд) и напряженность поля (нижний ряд) в период времени от 3,6 до 4,4 нс.

### ДИНАМИКА ПОВЕРХНОСТИ СТРИМЕРА

Для выявления причин ветвления проведем анализ движения поверхности стримера в дрейфово-диффузионной модели, сопоставляя полученные результаты с выводами, сделанными по упрощенной модели полуэллиптической головки. Под поверхностью стримера в дрейфово-диффузионной модели будем понимать тонкий слой поверхностного заряда, окаймляющий плазму стримера (рис. 5).

Головка стримера, полученного в дрейфово-диффузионной модели, не обладает в точности полуэллиптической формой. Чтобы сопоставить результаты с упрощенной моделью полуэллиптической головки, представленной выше, определим большую полуось  $b$  и характерные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  для стримера произвольной формы так, как показано на рис. 6.

На рис. 7 представлена зависимость модуля напряженности поля на поверхности стримера от  $z$ -координаты в разные моменты времени. На начальном этапе распространения (примерно до 4,0 нс), пока головка стримера недалеко ушла от поверхности анода, напряженность поля быстро спадает в направлении от оси стримера. Быстрый спад обеспечивается тем, что поверхность стримера почти перпендикулярна поверхности анода, и в месте контакта стримера с электродом образуется минимум напряженности поля (см. рис. 3,  $t = 4,4$  нс). В дальнейшем головка все дальше уходит от анода, и влияние активного электрода на напряженность у поверхности головки стримера ослабляется; зависимость напряженности от  $z$ -координаты становится более пологой.

Влияние электрода на распределение поля по поверхности стримера хорошо прослеживается

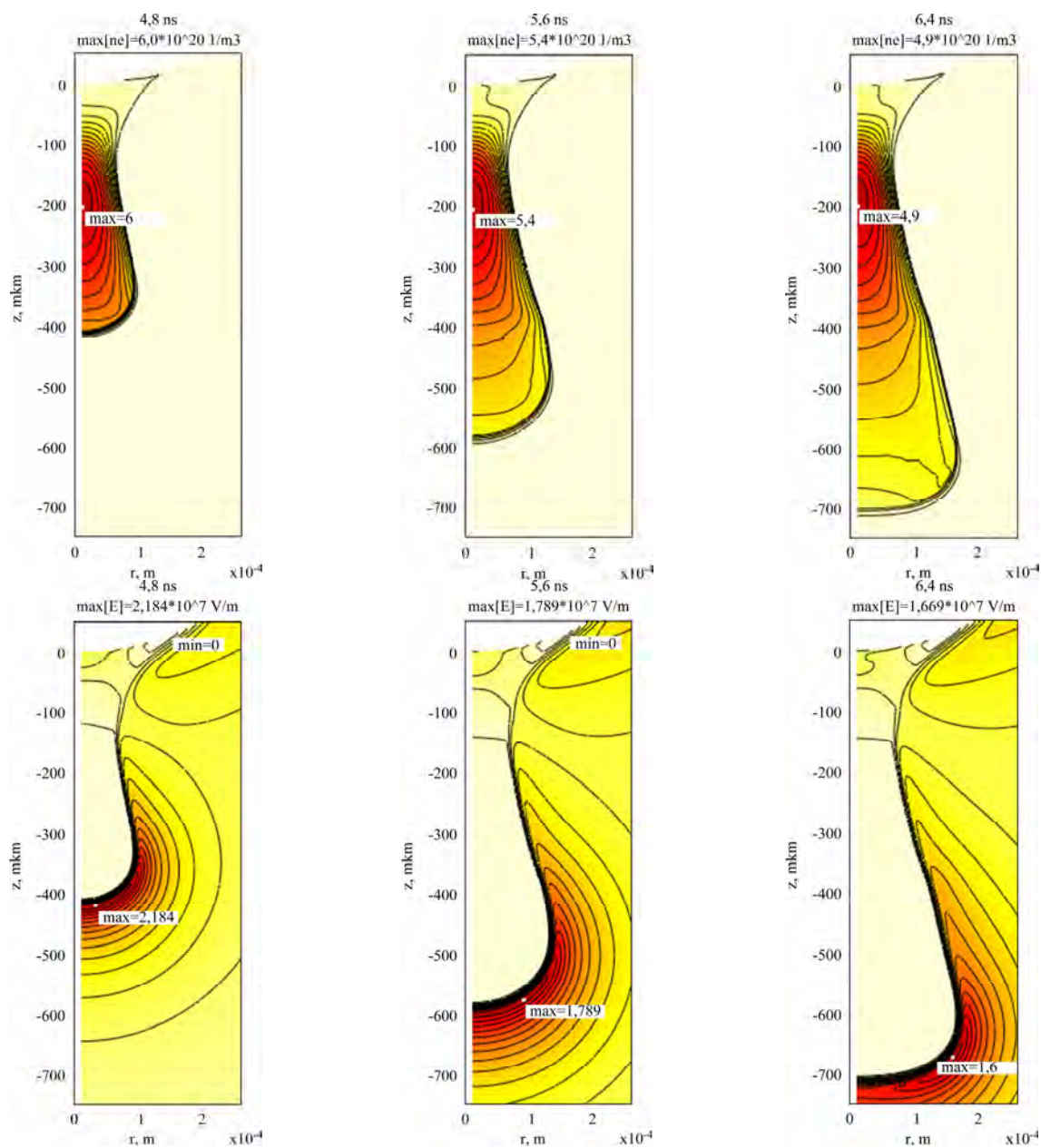


Рис. 4. Концентрация электронов (верхний ряд) и напряженность поля (нижний ряд) в период времени от 4,8 до 6,4 нс.

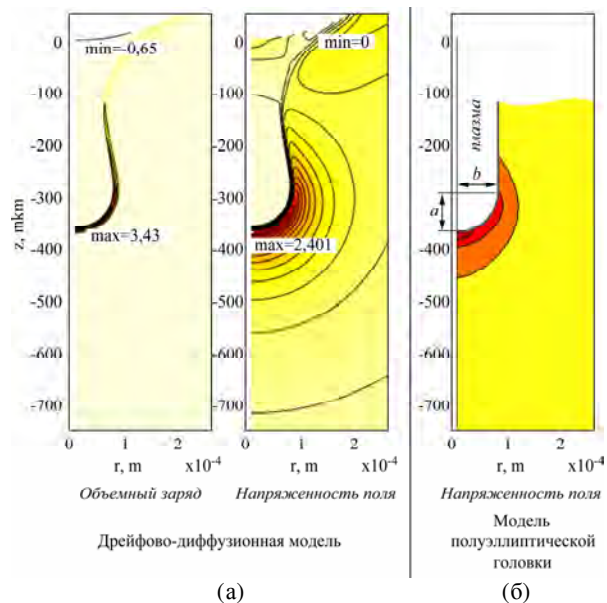


Рис. 5. Распределение напряженности поля и объемного заряда в момент времени  $t = 4,6$  нс в дрейфово-диффузионной модели (а) и приближенное описание стримера в модели полуэллиптической головки (б).



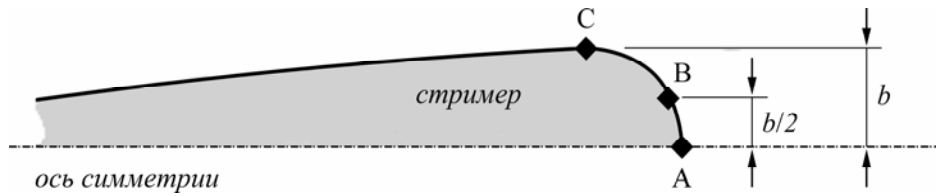


Рис. 6. Определение точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  для осесимметричного стримера с произвольной формой головки.

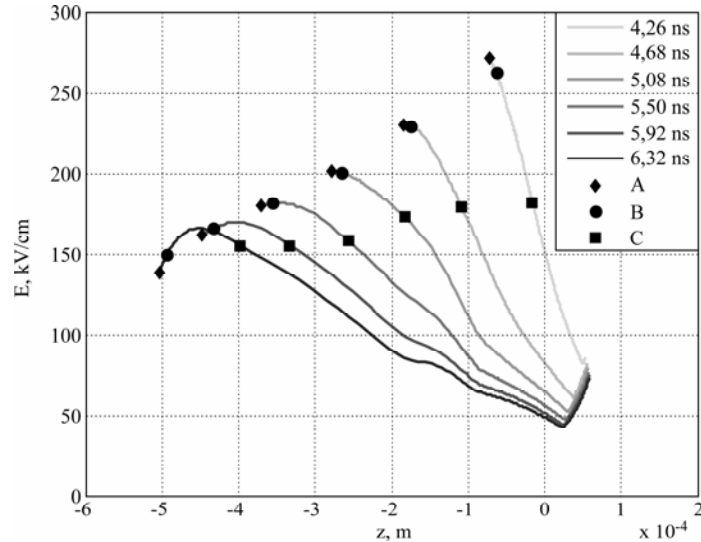


Рис. 7. Зависимость напряженности поля на поверхности стримера от аксиальной координаты в разные моменты времени. Отмечены характерные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  (см. рис. 6).

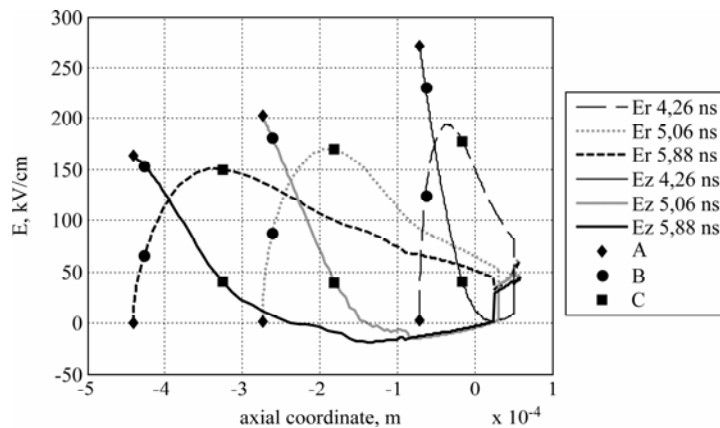


Рис. 8. Аксиальная ( $E_z$ ) и радиальная ( $E_r$ ) компоненты электрического поля на поверхности стримера в разные моменты времени.

на графике зависимости компонент напряженности поля на поверхности стримера от аксиальной координаты (рис. 8). На раннем этапе (момент времени 4,26 нс) максимум радиальной компоненты напряженности поля в 1,4 раза меньше максимума аксиальной компоненты, что способствует прорастанию стримера вдоль оси симметрии. Однако с течением времени разница между максимумами радиальной и аксиальной компонент сокращается – это вызвано удалением головки стримера от электрода и создает возможность для прорастания стримера вбок.

Количественно снижение влияния электрода на поле головки стримера приводит к тому, что отношение напряженностей  $E_B/E_A$  в точках  $A$  и  $B$

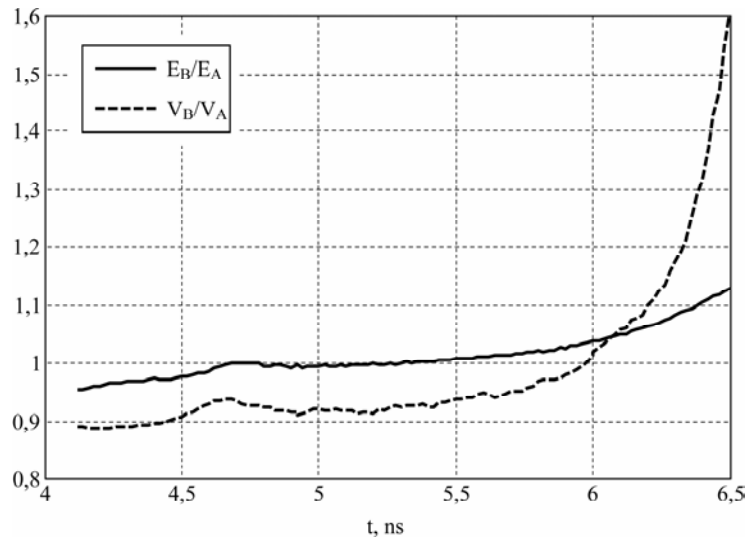
возрастает (рис. 9). Как указывалось выше, скорость роста поверхности зависит в основном от напряженности поля в данной ее точке. И действительно, скорость роста поверхности ведет себя почти синхронно с напряженностью, но из-за нелинейной связи частоты ионизации с напряженностью поля связь непропорциональная (рис. 9).

Кривые на рис. 9 показывают, что вплоть до 6,0 нс  $V_A > V_B$ , то есть максимум скорости находится на полюсе головки, однако уже в 4,7 нс  $E_B$  достигает  $E_A$ , то есть максимум напряженности смещается с полюса. Эта ситуация может показаться противоречивой, однако рассмотрение в рамках упрощенной модели полуэллиптической

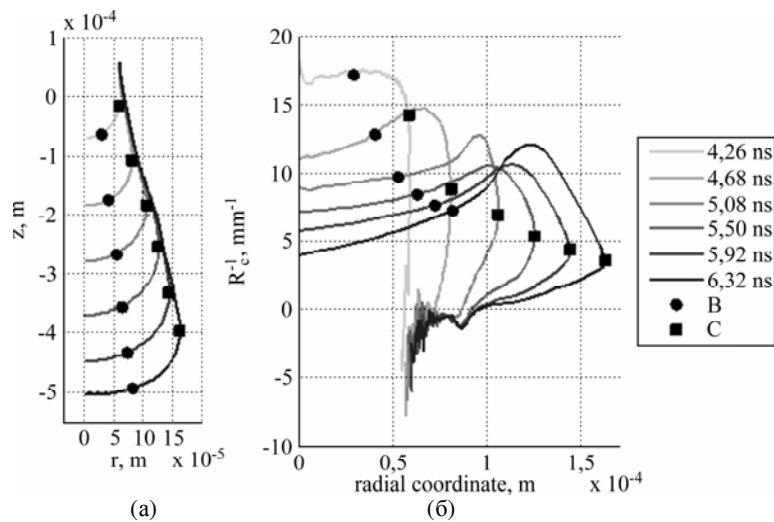
головки, проведенное выше, показывает, что затупление стримера (в рамках модели полуэллиптической головки увеличение отношения  $b/a$ ), приводящее к смещению максимума, возможно и при  $V_A > V_B$ .

На рис. 10а приведены контуры границы стримера, восстановленные по распределениям объемного заряда. Видно, что поверхность стри-

мера смещается лишь на его закругленной оконечности – головке. Боковая поверхность остается практически неподвижной, но при этом удлиняется. В этом смысле отмеченная на рис. 10 точка С, формально определяемая как точка поверхности с максимальной радиальной координатой, разграничивает стримерную головку и стримерный канал. Скорость волны ионизации



**Рис. 9.** Отношение параметров в точках А и В (см. рис. 6) на поверхности головки стримера в зависимости от времени.  $E_B/E_A$  – отношение напряженностей поля;  $V_B/V_A$  – отношение скоростей волны ионизации.



**Рис. 10.** Форма поверхности стримера (а) и зависимость кривизны фронта  $R_c^{-1}$  от радиальной координаты (б) в разные моменты времени. Отмечены характерные точки А, В и С (см. рис. 6).

вблизи этой точки резко падает.

Уже по контурам стримерной поверхности (рис. 10а) заметно затупление стримерной головки. Однако для анализа необходимо количественно описать этот процесс. Покажем, что затупление головки действительно происходит, причем на раннем этапе развития стримера, за некоторое время до смещения максимума напряженности. В качестве показателя заостренности либо затупленности поверхности головки можно использовать радиус кривизны поверхности или обратную к нему величину – кривизну. Полу сфе-

рическая головка имела бы однородное распределение кривизны, у заостренной головки на оси симметрии имеется локальный максимум кривизны, у затупленной, напротив, локальный максимум смещен с оси симметрии.

На рис. 10б приведено распределение кривизны поверхности стримера в разные моменты времени. Видно, что на начальных этапах развития (до  $t = 4,26$  нс) распределение кривизны еще практически однородное (то есть головка почти полусферическая), а на боковой поверхности стримера кривизна быстро падает. С течением

времени кривизна головки медленно падает, так как последняя расширяется и медленно сплющивается. Подобная динамика развития должна привести к смещению максимума кривизны с оси симметрии, и в момент времени  $t \approx 4,4$  нс локальный максимум кривизны появляется у боковой границы стримера. При этом максимум напряженности все еще находится на оси симметрии и  $E_B/E_A = 0,97 < 1$ . Смещение максимума напряженности с полюса головки происходит примерно при  $t \approx 4,6$  нс (см. рис. 3–4), то есть позже, чем смещение максимума кривизны.

Итак, затупление головки начинается еще до смещения максимума напряженности с оси симметрии, как и предсказывается моделью полуэллиптической головки, рассмотренной выше. Значение  $V_B/V_A = 0,9$  в момент смещения максимума кривизны с оси симметрии соответствует вычисленному в рамках модели полуэллиптической головки пороговому значению  $V_B/V_A = 0,9$ , при котором заострение головки сменяется ее затуплением.

В рамках предложенного объяснения стример прорастает не ветвясь, пока напряженность поля на его поверхности спадает от полюса (центра головки) достаточно резко. В рассмотренном случае быстрый спад обеспечивался влиянием активного электрода-иглы. Ветвление инициировалось, если бы стример отошел от электрода на расстояние 300 мкм – порядка радиуса иглы (400 мкм), – когда влияние активного электрода на распределение поля на поверхности головки стримера ослабло. Предложенная гипотеза, таким образом, объясняет экспериментально выявленную закономерность – длина начального неразветвленного участка стримера (так называемого “стебля”) примерно равна радиусу активного электрода [2].

## ВЫВОДЫ

Проанализирован этап инициирования ветвления стримера в неоднородном электрическом поле в системе электродов игла-плоскость в осесимметричной модели в дрейфово-диффузионном приближении. В силу сложности анализа непосредственно этого решения цепь причинно-следственных связей, приводящих к ветвлению, проанализирована в рамках значительно упрощенной модели полуэллиптической идеально проводящей головки.

Показано, что затупление головки может происходить, даже если максимум напряженности поля находится в центре (“полюсе”) головки, если этот максимум не сильно выражен. Затупление головки – предвестник ветвления, на этом этапе максимумы напряженности поля и скорости волны ионизации еще находятся в полюсе головки, но максимум кривизны смещается из

“полюса”. Затем из “полюса” смещается максимум напряженности поля, далее – максимум скорости, и стример начинает прорастать не только вдоль оси симметрии, но и под углом к ней. Как показано в [6], такое осесимметричное решение неустойчиво, при переходе в такое состояние осевая симметрия теряется, и происходит ветвление.

Распределение напряженности поля на головке стримера зависит как от потенциала и формы головки, так и от близлежащих заряженных объектов, в частности активного электрода. Показано, что благодаря образованию минимума напряженности поля в месте контакта стримера и активного электрода максимум напряженности поля на полюсе головки стримера становится резким. При удалении головки стримера от активного электрода влияние электрода спадает, максимум напряженности становится менее выраженным, и в некоторый момент начинается ветвление.

Таким образом, установлено, что в определенных условиях стример способен ветвиться даже в рамках полностью детерминированной модели, не учитывающей флуктуации концентраций заряженных частиц и ионизирующего излучения.

Предложенная схема объясняет связь длины неразветвленного участка канала с радиусом активного электрода и рост интенсивности ветвления с ростом неоднородности поля [13].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Базелян Э.М., Райзер Ю.П. *Физика молнии и молниезащиты*. М.: Физматлит, 2001.
2. Базелян Э.М., Райзер Ю.П. *Искровой разряд*. М.: Изд-во МФТИ, 1997.
3. Райзер Ю.П. *Физика газового разряда*. Долгопрудный: Интеллект, 2009. 736 с.
4. Ebert U., Montijn C., Briels T.M.P., Hundsdorfer W., Meulenbroek B., Rocco A., van Veldhuizen E.M. The Multiscale Nature of Streamers. *Plasma Sources Science and Technology*. 2006, **15**, 118–129.
5. Montijn C., Ebert U., Hundsdorfer W. Numerical Convergence of the Branching Time of Negative Streamers. *Physical Review E*. 2006, **73**, 065401.
6. Chao Li, Ute Ebert, Willem Hundsdorfer Spatially Hybrid Computations for Streamer Discharges with Generic Features of Pulled Fronts: I. Planar Fronts. *Journal of Computational Physics*. 2010, **229**(1), 200–220.
7. Пек Б.Э., Самусенко А.В., Стишков Ю.К. Моделирование катодонаправленного стримера в неоднородном электрическом поле. *Вестник СПбГУ. Серия 4: физика, химия*. 2010, (4), 24–34.
8. Alejandro Luque, Ute Ebert, Carolynne Montijn, Willem Hundsdorfer Photoionization in Negative Strea-

mers: Fast Computations and Two Propagation Modes. *Applied Physics Letters*. 2007, **90**, 081501.

9. Gallagher J.W., Beatty E.C., Dutton J., Pitchford L.C. An Annotated Compilation and Appraisal of Electron Swarm Data in Electronegative Gases. *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 1983, **12**(1), 133.
10. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. *Физика импульсного пробоя газов*. М.: Наука, 1991.
11. Dutton J. A Survey of Electron Swarm Data. *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 1975, **4**(3), 577–856.
12. Luque Alejandro, Ratushnaya Valeria and Ebert Ute. Positive and Negative Streamers in Ambient air: Modelling Evolution and Velocities. *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2008, **41**, 234005.
13. Stishkov Yu.K., Samusenko A.V., Subbotskii A.S. and Kovalev A.N. Experimental Study of Pulsed Corona Discharge in Air. *Technical physics*. 2010, **55**(11), 1569–1576.

*Поступила 11.03.12*

## Summary

A stage of streamer branching initiation in non-uniform electric field (the point-plane electrodes system) is analyzed in the drift-diffusion approximation. A chain of cause-and-effect relations is analyzed using a sufficiently simplified model of a semi-ellipsoidal ideally conductive streamer head. It is revealed that bluntness of the head may occur even if the maximum of electric field intensity is located in the center of the head (on the “pole”) if the maximum is feebly marked. The electric field distribution on the streamer head depends on the potential and form of the head, as well as on the adjacent charged objects, in particular, on the active electrode. The electric field minimum in the area of the electrode-streamer contact makes the maximum of the field intensity on the head to be sharper and prevents branching. When the streamer head moves away from the active electrode, the maximum of the field intensity gets less sharp. It makes the head blunter; due to this the maximum of the electric field shifts from the pole and branching starts. Thus, it is revealed that under certain conditions a streamer can branch even in an entirely determined model where all fluctuations are neglected.