

## О РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В НЕКОТОРЫХ ТИПАХ СТАЦИОНАРНЫХ СЛАБОИОНИЗОВАННЫХ СТРУЙ

*Институт теплофизики экстремальных состояний РАН,  
ул. Ижорская, 13/19, г. Москва, 125412, Россия*

Теоретические модели образования и переноса объемного заряда при термоионизации (термодиссоциации) покоящихся и движущихся слабопроводящих сред (в том числе и в электрическом поле), описываемые в настоящей работе, являются естественным развитием моделей публикаций [1, 2] на случаи неизотермических процессов. По-прежнему считаем, что термоионизация (термодиссоциация) происходит по законам классической статистики и кинетики Аррениуса-Больцмана-Гиббса и скорость такой ионизации (диссоциации) в единицу времени в единице объема  $W_{D,I}$  удовлетворяет известному уравнению статистической физики (механики):

$$\frac{\partial W_d}{W_d \partial T} = \frac{u_a}{k_B T^2}, \quad \frac{\partial W_{li}}{W_l \partial T} = \frac{u_i^A - u_e^B}{k_B T^2}. \quad (1)$$

В (1)  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура,  $u_i^A$  – потенциал ионизации атома  $A$  в молекуле среды с ковалентными химическими связями,  $u_a$  – энергия активации молекул сред с ионными связями. В случае диссоциации аналог уравнения (1) для константы такого процесса, вводимой в настоящей статье далее, наряду с константой ионизации выписан в [3] (в [3] исследуется самодиссоциация очищенных от примесей слабопроводящих сред и влияние на нее сильного электрического поля, а в качестве примера такой среды рассматривается широко используемый в практике гептан). При наличии примесей\*, как правило, увеличивающих природную проводимость очищенной среды  $\sigma_0$ , для расчета  $u_{a,i}$  следует учитывать их характеристики, влияющие на термоионизацию (термодиссоциацию). Для применения такой статистической кинетики со средством ковалентного атома  $B$  к электрону  $u_e$  наряду с использованием близких к широко применяемому в статистической физике (механике) уравнений (1) нами постулируется и достаточно известная гипотеза о линейной зависимости объемной скорости образования ионов  $W_{D,I} = W_{D,I}(n_a, n_p)$  от концентрации нейтральных молекул  $n_a$  (при учете и ее монотонно возрастающих зависимостей от модуля  $E$ , ограниченного модулем поля электрического пробоя, а также от достаточно малой величины концентрации, возможно, имеющихся в рассматриваемой среде примесей  $n_p$ , до ее очистки) с соответствующим коэффициентом пропорциональности  $K$ :

$$W_{D,I}(n_a, n_p, T, \left| \vec{E} \right|) = K_{D,I}(n_p, T, \left| \vec{E} \right|) n_a ;$$

$$K_{D,I}(n_p, T, \left| \vec{E} \right|) = K_{D,I}(n_p, T, 0) \Psi(\left| \vec{E} \right|, T) / \Psi(0, T); \quad (2)$$

---

© Апфельбаум М.С., Электронная обработка материалов, 2007, № 1, С. 31–46.

---

\* В частности, по данным [4], определяемая по вольт-амперным характеристикам величина низковольтной проводимости очищенного трансформаторного масла на порядок ниже проводимости такого же неочищенного масла. Для ее усиления в среду нередко специально вводят [5] легкоионизируемые присадки (примеси). В настоящей работе рассматриваются ионизация молекул АВ с ковалентными связями типа  $2AB \rightarrow A^+B + AB^-$ , а также диссоциация молекул с ионными связями типа  $AB \rightarrow A^+ + B^-$ . При ионизации рассматриваются среды с молекулами, состоящими из атомов  $A$  (типа азота в воздухе) с достаточно низким потенциалом ионизации и атомов  $B$  (типа кислорода в воздухе) с достаточно высокой энергией сродства к электрону.

$$\Psi(|\vec{E}|, T) > 1, T > T_0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial T} > 0, \quad n_{\pm} \ll n_a \quad (3)$$

математически замыкающего дифференциальные уравнения теоретических моделей предыдущих работ, например [1, 2]. Считаем, что для рассматриваемых сред справедливо и аналогичное алгебраическое неравенство

$$n_p \ll n_a. \quad (4)$$

Тогда  $n_a = \frac{\rho_a}{m_a} \approx \frac{\rho}{m_a}$ , то есть плотность  $\rho$  смеси в целом приближенно можно считать равной

плотности нейтральной компоненты молекулярной среды-носителя  $\rho_a$ . Здесь  $m_a$  – масса нейтральной частицы. Из интегрирования (1) следует, что

$$\left\{ \begin{array}{l} W_d = C_d \exp\left(-\frac{u_a}{k_b T}\right); \end{array} \right. \quad (5A)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_I = C_I \exp\left(\frac{u_e^B - u_i^A}{k_b T}\right). \end{array} \right. \quad (5B)$$

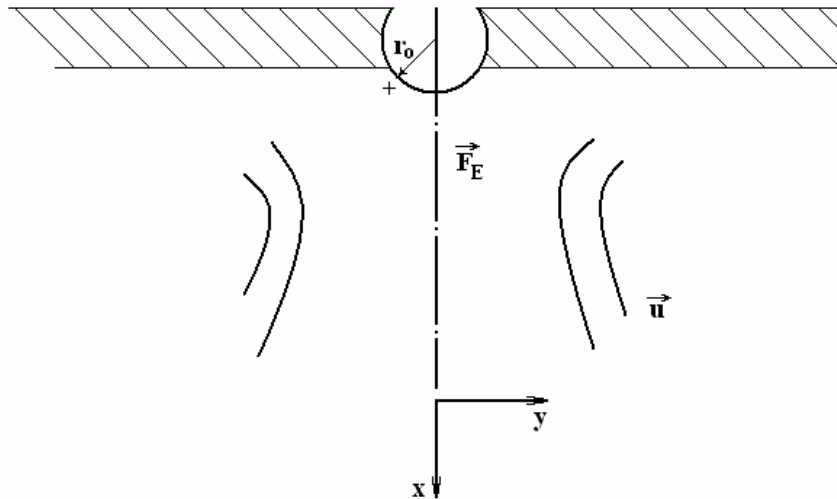


Рис. 1. Простейшая схема электрического ветра (течений слабопроводящих сред в сильном электрическом поле)

Для увеличения модуля скоростей течений слабопроводящих жидких сред в сильном электрическом внешнем поле (рис. 1) вводят примеси иного состава, чем указанные в [5]. Такие примеси усиливают приэлектродные ионизационные электрофизические или электрохимические эффекты, описанные, например, в [6] (как в однородном, так и в неоднородном сильном приложенном электрическом поле), отчего и течения рассматриваемых сред в таких полях становятся более интенсивными. В настоящей работе среды со специально вводимыми примесями не рассматриваются. При этом наряду с очищенными средами исследуются только среды с заранее имеющимися примесями. Коэффициент пропорциональности в линейной зависимости (2) скорости образования простых и сложных (в зависимости от молекулярного состава рассматриваемой среды) ионов от концентрации нейтральных частиц, известный в физико-химической литературе как константа ионизации (диссоциации), считается растущим с ростом температуры и модуля напряженности макроскопического электрического поля  $\vec{E}$ , что учтено при математической записи (2). В общем случае такое поле следует считать электромагнитным, но, как показано в [7], в слабопроводящих (слабоионизованных) средах влияние индуцированных магнитных полей на исследуемые электрогидродинамические явления мало, а приложенные магнитные поля от внешнего источника в настоящей работе не рассматриваются. При этом для теоретического моделирования и расчетов электрогидродинамических характеристик достаточно использовать приближение электрогидродинамики [8], при котором система уравнений Максвелла для макроскопического магнитного поля отщепляется от основной системы уравнений и может во-

обще не рассматриваться. То же самое касается и уравнения для изменения малой по сравнению с концентрацией молекул среды-носителя концентрации примесей. Но в отличие от магнитного поля, слабо влияющего на исследуемые процессы в рассматриваемых поляризующихся, но не намагничивающихся средах, примеси, как уже указывалось выше, влияют на их проводимость. Поэтому отметим, что возможные типы уравнений для их объемной концентрации близки к выписываемым здесь уравнениям для таких же концентраций заряженных компонент. Последние уравнения приводятся далее, где также будут указаны возможные типы уравнений для примесей. Для напряженности искомого электрического поля макроскопические уравнения Максвелла при постоянной относительной диэлектрической проницаемости рассматриваемых сред  $\varepsilon_r$  выписываются в стандартной форме:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{E} = \frac{q}{\varepsilon_r \varepsilon_0}; \\ \vec{E} = -\nabla \varphi. \end{cases} \quad (6)$$

Система уравнений (6) сводится к одному скалярному уравнению Пуассона второго порядка для потенциала макроскопического электрического поля  $\varphi$ . Методы решения краевых задач для такого уравнения с явно зависящей от пространственных координат правой частью широко описаны в литературе. Но в случае предпробойных процессов правая часть этого уравнения зависит от распределения электрического поля, поэтому наряду с уравнением Пуассона следует решать и другие уравнения, выписываемые ниже. В уравнениях (6)  $q = (n_+ - n_-) Ze_0$  – плотность объемного заряда,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума в системе единиц СИ. В отсутствие приложенного сильного электрического поля или до нагрева рассматриваемые среды (за пределами диффузионных слоев у их границ) электронейтральны. Их низковольтная проводимость  $\sigma_0$  при постоянной температуре до нагрева  $T_0$  обусловлена наличием в объеме сред концентраций  $n_{0+} = n_{0-} = n_0$  зарядов разных знаков, равных по величине. Квазинейтральный фон положительно и отрицательно заряженных частиц может образовываться в среде, не меняющей в целом своего состава, в соответствии с (1) ввиду объемных термоионизационных (термодиссоциативных) эффектов, усиливающихся в предпробойных электрических полях, а также при нагреве или частичном горении рассматриваемых сред. Это приводит, согласно, например, [1, 7], к образованию объемного заряда при неоднородном распределении электрических полей и температур в рассматриваемых вязких и достаточно плотных средах, в которых подвижности от модуля напряженности электрического поля практически не зависят, в отличие от случая разреженных газов. Кроме того, такой заряд, например по [6], может образовываться и у границ рассматриваемых сред с высоковольтными электродами. Возможны также исследования об образовании такого заряда на других границах с твердыми, жидкими или газообразными средами. В случае движущихся (в том числе и в сильном электрическом поле) рассматриваемых сред гидродинамический (газодинамический) перенос образующегося объемного заряда влияет на его распределение в пространстве. Такое влияние в объеме движущейся среды исследовалось нами ранее, например в [2], а также будет описано ниже в настоящей статье, в то время как газодинамический перенос такого заряда у границ рассматриваемых сред в условиях их возможных пробоев описывался, например, в [5]. Величина  $\sigma_0$  определяется теоретически из условий ионизационного (диссоциативного) равновесия, обусловленных ионизацией (диссоциацией) молекул жидкости (газа) с близкой по величине рекомбинацией заряженных частиц. Скорость объемной ионизации (диссоциации) при этом определяется по (2), а скорость рекомбинации можно считать пропорциональной ионным концентрациям  $n_{\pm}$  с коэффициентом пропорциональности  $K_r$ . Экспериментально такую проводимость можно определить по линейному участку вольт-амперных характеристик, наблюдаемому для рассматриваемых сред только в слабых полях. Ее можно найти также в справочной литературе или рассчитать методами физической кинетики.

Зависимость коэффициента или константы рекомбинации  $K_r$  от ионных подвижностей  $b_{\pm}$  зарядов можно определять простым соотношением Ланжевена-Онзагера [9]:

$$K_r = \frac{(b_+ + b_-)Ze_0}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (7A)$$

Положительные и отрицательные свободные (в случае диссоциации, по Бьерруму [9]) ионы при этом для простоты предполагаются зарядами равной величины или кратности (валентности)  $Z$ . Поэтому здесь и в дальнейшем  $e_0$  по величине равно заряду протона. С увеличением кратности (ва-

лентности) заряда иона для его вычисления  $e_0$  следует умножить на соответствующую величину. Формула (7А) получена при условии пропорциональности скорости движения зарядов, обусловленного электрическим полем  $\vec{v}_{\pm E}$  и его напряженности (макроскопической)  $\vec{E}$ , при котором ионная подвижность является соответствующим коэффициентом пропорциональности. Наряду с такими скоростями зарядов следует учитывать их скорость, обусловленную молекулярно-ионной диффузией, по закону Фика [9]  $\vec{v}_{\pm E} = \frac{D_{\pm} \nabla n_{\pm}}{n_{\pm}}$ , а также скорость гидродинамического переноса  $\vec{u}$ . При условиях (3) и (4) эту скорость можно считать близкой к скорости среды. Коэффициенты ионной диффузии  $D_{\pm}$  связаны при плазменной идеальности с их подвижностями  $b_{\pm}$  известным соотношением Нернста–Таунсенда–Эйнштейна:

$$D_{\pm} = \frac{k_B T}{Ze_0} b_{\pm}. \quad (7B)$$

Тогда скорости движения элементарных объемов заряженных компонент

$$\vec{u}_{\pm} = \vec{u} \pm b_{\pm} \vec{E} - \frac{k_B T b_{\pm}}{Ze_0} \frac{\nabla n_{\pm}}{n_{\pm}}. \quad (8)$$

Наряду с приближением Фика (8) для определения макроскопических скоростей компонент среды могут использоваться и другие модели. Так, для определения  $\vec{u}$  (скорости нейтральной компоненты) наиболее часто с учетом вязкости используются при условиях (3) и (4) уравнения Навье–Стокса [10]:

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \rho \nu \Delta \vec{u} + \rho \vec{g} + q \vec{E} + \frac{(\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \nabla (\vec{E}^2)}{2}; \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

В (9)  $p, \nu$  – соответственно давление и кинематическая вязкость нейтральной компоненты среды, близкие при условиях (3) и (4) к соответствующим характеристикам самой среды;  $t$  – время;  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения.

Выражение для объемной плотности сил электрического поля в (9) в случае постоянной  $\epsilon_r$  выписывается в соответствии с [11]. Для несжимаемых сред второе уравнение в (9), являющееся следствием закона сохранения массы, упрощается, потому что для таких сред выполняется условие постоянства плотности  $\rho = \rho_0$  в случае изотермических режимов. Кроме того, в настоящей работе ввиду малости концентрации, возможно, имеющих неочищенных примесей  $n_p$  (по сравнению с концентрацией нейтральных молекул среды-носителя) соответствующие дифференциальные уравнения в частных производных, используемые, например, в [12], для определения ее пространственно-временных распределений не исследуются. Такие дифференциальные уравнения с соответствующими начальными и граничными условиями можно качественно исследовать или количественно решать после решения отщепленных от них электрогидродинамических уравнений для плотности, скорости, давления и температуры среды-носителя, плотностей заряженных компонент и потенциала электрического поля. При этом можно отметить, что для широкого класса дисперсионных сред распределение концентрации примесей удовлетворяет известному уравнению конвективной диффузии. В ряде работ, например в [12], для определения  $n_p$  выписывается уравнение такой диффузии в приближении Фика, используемом здесь для ионных компонент. Вне диффузионных слоев у границ рассматриваемых сред будем использовать постоянное во времени и в пространстве частное решение такого уравнения, считая, что величина концентрации примесей до наложения сильного электрического поля или нагрева среды выравнивается со временем их диффузией и влияет на проводимость в соответствии с (1). Причем в диссоциативном случае могут быть как среды с самодиссоциацией [3], так и с диссоциацией примесей (типа слабых электролитов), рассматриваемых, например в [9]. При этом слабоэлектролитический изотермический случай с диссоциацией только примесных молекул теоретически исследуется аналогично случаю диссоциации (ионизации) нейтральных молекул среды-носителя (а именно в функциональных зависимостях (2) концентрационные аргументы нейтралов среды-носителя и примесей следует поменять местами, как и в последующих выписываемых здесь

формулах). Неизотермический случай зарядообразования в настоящей работе рассматривается только при линейной зависимости скорости ионизации (диссоциации) нейтральных молекул среды-носителя от их концентрации.

Уравнения неразрывности для заряженных компонент с учетом (8) и диффузионного закона Фика выписываются следующим образом [13]:

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \text{div}[n_{\pm}(\vec{u} \pm b_{\pm}\vec{E}) - \frac{k_B T b_{\pm}}{Ze_0} \nabla n_{\pm}] = K_{D,I}(n_p, T, |\vec{E}|)n_a - K_r n_+ n_- \quad (10)$$

При выводе этих уравнений в векторной форме, например в [13], используются правила дифференцирования поля вектора, меняющегося по времени в движущемся объеме сплошной среды (вопрос о корректности приближения сплошной среды со слабой степенью ионизации (диссоциации) для ее заряженных компонент здесь не рассматривается). В изотермических условиях, а также при условии малости концентрации примесей (4) и постоянной плотности  $\rho = \rho_0$  система уравнений (10) вместе с уравнениями (6) и (9) становится математически замкнутой. При условиях  $\vec{E} = 0$ ,  $T = T_0$  величину  $K_{D,I}$  можно определить по  $\sigma_0$ , где  $\sigma_0$  – проводимость при этих условиях. А именно из равенства  $W_{D,I} = W_r$  в отсутствие нагрева и сильного приложенного электрического поля (вне пограничных слоев у границ рассматриваемой области, где может играть роль диффузия):

$$C_I = \frac{\sigma_0^2 \exp\left[\frac{u_e - u_i(0)}{k_B T_0}\right]}{Z \varepsilon_r \varepsilon_0 e_0 (b_+ + b_-) \rho_0}, \quad C_D = \frac{\sigma_0^2 \exp\left[\frac{u_i(0)}{k_B T_0}\right]}{Z \varepsilon_r \varepsilon_0 e_0 (b_+ + b_-) \rho_0}, \quad u_{a,i} = u_{a,i}(|\vec{E}|)$$

$$K_{D,I}(n_p, T_0, 0) = \frac{\sigma_0^2 n_a}{Z \varepsilon_r \varepsilon_0 e_0 (b_+ + b_-) \rho_0} \quad (11)$$

При получении (11) использованы уравнения (5), известные в физико-химической литературе как уравнения Аррениусовского типа, а также соотношение Ланжевена–Онзагера (7А). Кроме того, Онзагер в [9] обосновал эффект влияния сильного электрического поля на константу диссоциации  $K_D$  для «рыхлых» ионных пар и показал, что такое поле не влияет на коэффициент их рекомбинации. Влияние электрического поля на величину  $K_D$  можно описать\* при условии влияния  $\vec{E}$  только на  $u_i$  (модель Френкеля-Пламли [3, 14] для случая ионной проводимости). При этом как в модели Онзагера [9], так и в используемой здесь модели Френкеля для ионизации [14] или Пламли для диссоциации [3] применяются классическая статистика и кинетика Аррениуса - Больцмана - Гиббса [15]. В теории Онзагера [9] переход к макроскопическим величинам осуществляется после получения решения уравнения типа уравнения Больцмана [8, 15] для функции распределения ансамбля образующихся при диссоциации свободных зарядов в приложенном электрическом поле, а не после решения достаточно простого уравнения (1).

Для замыкания математически дифференциальных уравнений (9)–(11) в случае нагрева или частичного горения рассматриваемых сред следует записывать дифференциальное уравнение притока тепла и алгебраическое уравнение состояния:

$$\rho = \rho(p, T) \quad (12)$$

\* Снижение потенциала ионизации  $\Delta U_i$  электрическим полем по [14] определяется простой формулой:

$$\Delta U_i = \int_{r_M}^{\infty} \frac{e_0^2 dr}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r^2}. \quad \text{Здесь } r_M \text{ – максимум потенциального барьера при кулоновском притяжении ядер и}$$

электронов в поле. При этом  $\frac{e_0^2}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r_M^2} = e_0 |\vec{E}|$  (изменение работы выхода по [18] и энергии ионной связи молекулы  $u_a$  с зарядом частиц  $|e| = Ze_0$  по [3] рассчитывается аналогично). При учете работы электрического поля величину такого снижения согласно [3, 14, 18] следует удвоить. Нами дополнительно предполагается, что на сродство к электрону сильное электрическое поле не влияет, как и по [9], на коэффициент рекомбинации.

Для идеального и совершенного газа функция (12) записывается в виде [13]

$$p = \rho k_B T / m_a, \quad (13A)$$

а для несжимаемой в изотермических условиях жидкости (в приближении Буссинеска) – в виде [12]

$$\rho = \rho_0 [1 - \gamma(T - T_0)]. \quad (13B)$$

Уравнение притока тепла с учетом джоулева нагрева для температуры  $T$  записывается без учета энергетического вклада, обусловленного поляризацией, вязкостью и химическими реакциями, следующим образом:

$$\rho c_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \nabla T \right) = \text{div}(\lambda(T) \nabla T) + \sigma \vec{E}^2. \quad (14)$$

В уравнении (13B) удельный коэффициент теплового расширения считается постоянным. В уравнении (14) теплоемкость при постоянном удельном объеме для идеального газа и несжимаемой жидкости тоже является величиной постоянной. Теплопроводность же предполагается, например, в случае идеального газа с уравнением состояния (13A), зависящей от температуры линейно. Для несжимаемых в изотермических условиях сред с уравнением состояния (13B) ее можно считать слабо зависящей от  $T$ . Уравнения термогазодинамики без учета термоионизации (термодиссоциации) рассматриваемых сред и образования объемного заряда обычно всеми авторами записываются традиционно, как и уравнения Максвелла для макроскопического электрического поля. Уравнения термоэлектродинамики типа (10) разными авторами в учебно-научной литературе записываются по-разному. Так, вместо уравнений с диффузией (10) можно и для ионных концентраций  $n_{\pm}$  выписывать уравнения сохранения импульса типа (9) в виде

$$\rho_{\pm} \vec{a}_{\pm} = -\nabla p_{\pm} + \vec{f}_{\pm}. \quad (15)$$

В (15)  $\rho_{\pm}$  – плотности,  $\vec{a}_{\pm}$  – кинематические ускорения физически бесконечно малых объемов заряженных компонент смеси, а  $p$  и  $\vec{f}_{\pm}$  – давления и объемные плотности внешних сил, действующих на эти объемы. Причем при анализе математических зависимостей плотностей результирующих внешних сил могут по свойствам ионов учитываться или не учитываться силы, обусловленные их вязкостью. В приближении Фика [15–18] вязкость для заряженных компонент в отличие от нейтральной компоненты при условии (3) не учитывается, но следует учитывать их образование, например по [2, 19]. Выписываемые макроскопические уравнения (15) могут быть получены не только описываемыми, например в [10, 13], методами механики сплошных сред, но и из микроскопических при определении соответствующих моментов от кинетического уравнения Больцмана для функций распределения микрочастиц [8, 15]. При выводе выражений для плотностей сил  $\vec{f}_{\pm}$  может быть также учтено влияние на эти силы столкновений между заряженными и нейтральными компонентами, которое нередко исследуется в физике неидеальной, частично ионизованной плазмы [20]. Так, в [21] макроскопические уравнения импульсов для заряженных компонент выписаны в виде

$$\begin{cases} \rho_{\pm} \vec{a}_{\pm} = -\nabla p_{\pm} + n_{\pm} Z e_0 \vec{E} + \alpha_{\pm} n_{\pm} (\vec{u} - \vec{u}_{\pm}), \\ p_{\pm} = n_{\pm} k_B T. \end{cases} \quad (16)$$

В (16)  $\alpha_{\pm}$  – константы, получаемые по характеристикам столкновений заряженных компонент с нейтральными молекулами. Кроме того, уравнения состояния для ионных компонент в (16) выписаны в приближении (13A) идеального ионного газа. При переходе к неидеальному ионному газу эти уравнения с учетом столкновений заряженных компонент и между собой могут стать более сложными. Чаще вместо (16) используются уравнения для импульсов или их потоков, либо в приближении Фика, либо по Эйлеру (без учета вязкости) вместе с соответствующими массовыми уравнениями неразрывности, выписанными выше. Уравнения (16) для ионных компонент частично близки и к той, и к другой модели. Так, в (16) есть все члены, что и в импульсном уравнении, с внешними силами (кроме сил вязкого трения). Именно такое приближение называется уравнениями Эйлера для невязкого газа. В отличие от уравнений Эйлера или (с учетом вязкости) Навье-Стокса, уравнения (16) со-

держат член, в котором учитываются столкновения незаряженных и заряженных компонент, с пропорциональным относительным скоростям количественным эффектом. Для решения задач о характеристиках нагреваемых до температур низкотемпературной плазмы газодинамических струй в [21] предполагается локальное термодинамическое равновесие в них.

При этом  $\vec{a}_{\pm} = 0$ , и из (16) получаются диффузионные уравнения Фика (8). В [21] эти уравнения, являющиеся в общем случае математически незамкнутыми, решались в случае

$$|\vec{u}_{\pm}| \ll |\vec{u}|. \quad (17)$$

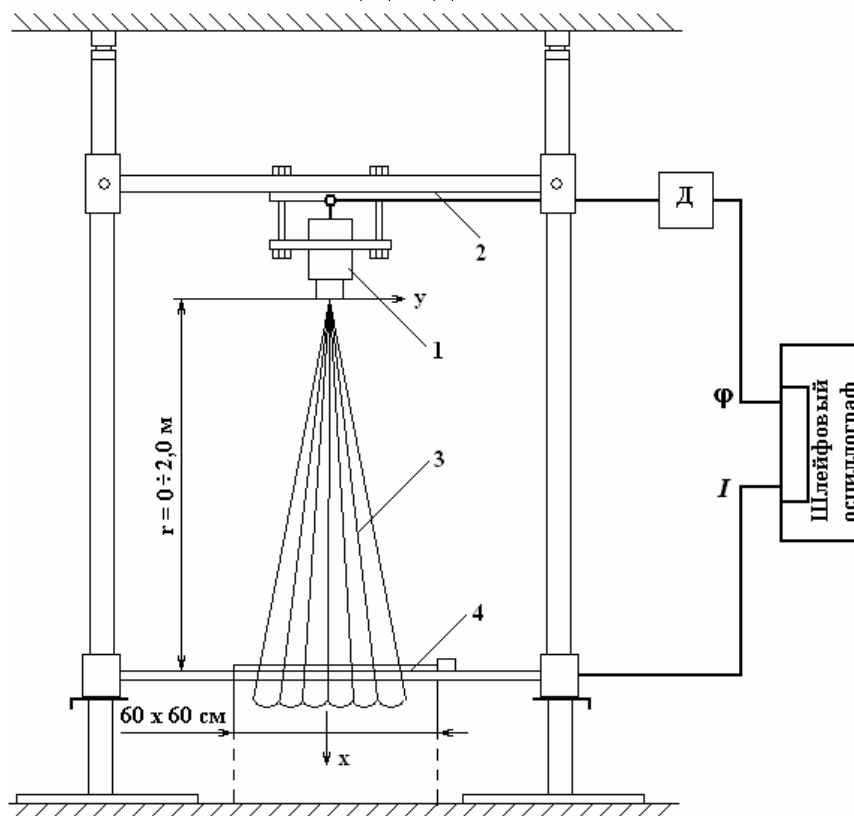


Рис. 2. Схема эксперимента [21] по определению распределения потенциала в термоионизированных струях: 1 – термодиффузор, 2 – фиксатор, 3 – струя, 4 – электрод для определения потенциала

В задачах о распределении потенциала электрического поля, образующегося в нагреваемых турбулентных газодинамических струях (рис. 2), допущение (17) оправдано. При этом замыканием уравнений (16) являются только уравнения Максвелла (5). В предположении квазинейтральности, более характерном для плазменных с  $T > 1000$  К сред [20, 21], уравнения (16), видимо, можно решать без использования уравнений Максвелла (5). Таким методом эти уравнения решались в [21]. В общем же случае уравнений (5) и (16) даже при известных распределениях  $u$ ,  $T$  недостаточно для получения математически замкнутых уравнений термоионизации (термодиссоциации), из-за чего их следует дополнять уравнениями типа неразрывности (10). В [22] именно таким образом уточнялись теоретические решения для электрического потенциала вдоль осей термоионизированных затопленных и не обтекающих сплошные твердые стенки струй, опубликованные в [21].

Вместе с тем при получении решений [21] учитывался вклад диффузии и дрейфа зарядов в электрическом поле, а в [22] только вклад за счет гидродинамического переноса образующегося объемного заряда в нагретой струе, но без предположения плазменной квазинейтральности. Обобщение и уточнение результатов доклада [22] будут описаны далее в настоящей работе. При этом теоретическая модель [21] вряд ли применима к задачам расчета характеристик термоионизации (термодиссоциации), проводимости и течений в области сильных электрических полей, в частности к [23]. В то же время описываемая здесь теоретическая модель для расчета теплофизических и электротехнических характеристик слабоионизованных (слабодиссоциирующих) теплоносителей, применяемых в энергетических устройствах, может быть использована и для случаев сильных приложенных электрических полей (рис. 1). При этом, в отличие от нашей предыдущей статьи [24], в настоящей работе рассматривается другая постановка задачи при постоянном в рассматриваемой пространственной об-

ласти  $p = p_0$ . А именно задача о влиянии давления слабопроводящей (слабоионизованной) среды на вольт-амперные характеристики в сильном приложенном неоднородном электрическом поле (в [24] задача решалась только применительно к результатам экспериментов [23], в которых для изменения давления  $p_0$  использовался специальный вакуумный насос и исследовалось влияние величины этого давления на Таунсендовское напряжение зажигания короны (наблюдаемой)  $U_k$ , фиксировавшиеся экспериментально). Описываемая здесь более сложная, чем в [24], постановка задачи вызвана возможностью применения решений ее для расчета энергии, потребляемой электрофильтрами в зависимости от давления окружающей среды, и среды, подвергающейся очистке в этих устройствах (давно применяемых в промышленности)  $p_0$ . Для этой цели используем, как и в наших предыдущих работах, укороченную (упрощенную) систему уравнений (5)–(10) без учета диффузии. Кроме того, не будем учитывать влияние струй электрического ветра как гидродинамического (газодинамического) переноса образующегося объемного заряда на потенциал  $\phi$ . С учетом различия подвижностей  $b_{\pm}$  эта система отличается\* от аналогичной, выписанной, например, в [1], дополнительным слагаемым:

$$\begin{cases} q = -\varepsilon_r \varepsilon \bar{E} \nabla \sigma / \sigma & (-\bar{E} \nabla \sigma / \sigma = \text{div}(\bar{E})); \\ \varepsilon_r \varepsilon b_+ b_- \bar{E} \nabla q = \sigma_0^2 \frac{\Psi(|\bar{E}|, T)}{\Psi(0, T_0)} - \sigma^2 + (b_+ - b_-) q \sigma; \\ \bar{E} = -\nabla \phi. \end{cases} \quad (18)$$

При получении (18), помимо соотношения Ланжевена (7А), использовано также уравнение (11). Без учета ударной ионизации свободными электронами в сильном электрическом поле, более характерной для разреженных газов, явный вид функции добавочной ионизации (диссоциации)  $\Psi(|\bar{E}|, T)$  может быть выписан по Френкелю [14] или аналогично, только при диссоциации, по [3], а также по Онзагеру [9].

Условия пренебрежения диффузионными и конвективными составляющими плотностей токов выведены в [2] и являются частью условий близости ионизации (диссоциации) и рекомбинации. При этом система электродинамических макроскопических уравнений (18) вместе с уравнениями Максвелла (5) отщепляется от гидродинамических уравнений [10, 13] Навье-Стокса и может решаться независимо. Для получения условия химического или ионизационного (диссоциативного) равновесия (за границей диффузионного погранслоя и в гидростатическом приближении) перейдем в (18) к безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} E_* &= U/L, \quad \sigma_* = \sigma_0, \quad b_* = (b_+ + b_-)/2, \quad n_* = \sigma_*/(2b_* Z e_0); \\ \tilde{\phi} &= \phi/L, \quad \tilde{T} = T/T_*, \quad \tilde{\sigma} = \sigma/\sigma_*, \quad \tilde{b}_{\pm} = b_{\pm}/b_*, \quad \tilde{q} = q/(n_* Z e_0). \end{aligned}$$

При таком обезразмеривании  $L$  – характерный размер изменения переменных,  $U$  – приложенное электрическое напряжение,  $\sigma_*$  – проводимость самонейтрализующегося фона типа проводимости квазинейтральной плазмы [20] или электролита [17], обусловленная диссоциацией (ионизацией) жидкости (плотного газа),  $T_*$  – характерная температура. Тогда система уравнений (5) и (18) выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{q} = -\delta \tilde{E} \tilde{\nabla} \tilde{\sigma} / \tilde{\sigma}, & \delta = \frac{2\varepsilon_r \varepsilon_0 b_* E_*}{\sigma_* L}; \\ \frac{\delta^2}{4} \tilde{b}_+ \tilde{b}_- \tilde{E} \tilde{\nabla} \tilde{q} = \frac{\tilde{\Psi}(|\tilde{E}|, \tilde{T})}{\Psi(0, T_0)} - \tilde{\sigma}^2 + (\tilde{b}_+ - \tilde{b}_-) \tilde{q} \tilde{\sigma}; \\ \tilde{E} = -\tilde{\nabla} \tilde{\phi}. \end{cases} \quad (19)$$

\* В задачах [22] о потенциале нагретых до плазменных температур струй подвижности могли быть и равными, и неравными по величине. При квазинейтральности из (19) следует, что их отличие влияет слабо на величины искомых характеристик. Влияние потока на распределение  $\phi$  в электрофильтрах несущественно, а в нагретых струях является доминирующим для случаев невысоких  $\phi$  в образующейся плазме.



В (19) дифференцирование производится по безразмерной координате (характерный размер  $L$ ),  $\tilde{\Psi}(\tilde{E}, \tilde{T}) = \Psi(E_*, \tilde{E}, T_*, \tilde{T})$ .

В нулевом приближении по  $\delta$  ( $\delta \ll 1$ ) проводимость является известной функцией напряженности электрического поля, которое в этом же приближении не является Лапласовским. Образующийся в первом приближении по  $\delta$  объемный заряд влияет на суммарную величину  $\vec{E}$ . Его плотность  $q$  в этом приближении определяется из уравнений, получаемых из (19). В размерных переменных:

$$\begin{cases} q = -\varepsilon_r \varepsilon \vec{E} \nabla \sigma / \sigma; \\ \sigma = \sigma_0 \frac{\Psi^{1/2}(|\vec{E}|, T)}{\Psi^{1/2}(0, T_0)}; \\ \vec{E} = -\nabla \varphi. \end{cases} \quad (20)$$

Аналогично можно получить дополнительные условия диссоциативного (ионизационного) равновесия в случае движущихся сред. Для игольчатого высоковольтного электрода, близкого к точечному, ввиду его малых размеров достаточно искать решения (20), зависящие только от одной пространственной координаты  $r$ , не учитывая их изменений по широте и долготе. Различие величин  $b_{\pm}$  в данной задаче (в отличие от задач [21]) здесь дает вклад в члены квадратичного порядка малости по  $\delta$ . В случаях, когда при  $T = \text{const}$  проводимость в слабых полях  $\sigma_0$  обусловлена только примесями, безразмерный критерий подобия исследуемых явлений  $\delta$  с ростом величины  $E$  увеличивается и в сильных полях становится достаточно большим. При условии  $\delta \gg 1$ , когда образование вне погранслоев объемного заряда обусловлено не только  $\nabla \sigma$ , но и эмиссией (инжекцией) из катода, решения (19) можно искать в виде

$$\sigma = b_- q. \quad (21)$$

Последнее неравенство может выполняться и при увеличении подвижности среды (в частности, подвижность увеличивается при фазовом переходе от жидкости к разреженному газу, при котором усложняются как общая модель (в ней становится целесообразным учет образования электронов), так и вид  $\Psi$  например, из-за, возникающей ударной ионизации молекул такими свободными электронами, ускоряющимися сильными электрическими полями). Также это верно в отсутствие роста  $\sigma$  с ростом модуля напряженности поля. Решения типа (21) можно применять ввиду пренебрежения диффузией только вне погранслоевой окрестности высоковольтного электрода. Такую униполярную заряженную зону в теории коронного разряда принято называть внешней зоной разряда [7]. При положительно заряженном (тоже иногда оптически коронирующем) электроде вместо (21) для такой зоны следует использовать класс решений

$$\sigma = b_+ q. \quad (22)$$

Оно соответствует также случаю  $\delta \gg 1$ . Тогда ток на границе как в случае (21), так и в случае (22), обусловлен лишь носителями одного знака.

Для эмиссионных граничных условий по плотности тока

$$(j_- = j(r_0)) = b_- q E \quad (23)$$

на игольчатом высоковольтном катоде и  $j_+ = j(d) = 0$  на аноде) одномерное решение такой системы получено, в частности, в [24]. При этом

$$E^2(r) = \frac{C}{r^4} + \frac{I}{b \pi \varepsilon_r \varepsilon_0 b_- r}. \quad (24)$$

В (24)  $I$  – сила тока, протекающего через систему электроды-слабопроводящая среда, который в настоящей работе, как и приложенное к электродам высокое напряжение, рассматривается только постоянным по времени (течения в переменном электрическом поле описаны, например, в [6]). Константа интегрирования уравнений униполярной проводимости  $C$  в (24) определяется по работе выхода  $e_0 \chi$  с учетом влияния электрического поля на работу выхода [18]:

$$I = 4\pi r^2 j, \quad \tilde{I} = \frac{I}{4\pi r_0^{1/2} A_T T_w^2}, \quad \chi = \frac{e_0}{8\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 r_a};$$

$$C = r_0^4 \left\{ \frac{16(k_B T)^4 (\pi \varepsilon_r \varepsilon_0)^2}{e_0^6} \left( \frac{e_0 \chi}{k_B T} - \frac{u_e}{k_B T_w} + \ln \tilde{I} \right) - \frac{\tilde{I}}{6\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 b_-} \right\}. \quad (25)$$

Такое граничное условие доминирования термоэмиссии (по отношению к другим ионизационным или инжекционным поверхностным процессам) с последующим прилипанием электронов к молекулам для определения  $C$  целесообразно использовать у нагретого хотя бы до температур низкотемпературной плазмы катода. Его можно использовать и для исследования процессов в окрестности пламени, помещенном в сильное электрическое поле [18], но при сохранении состава среды в такой окрестности (только в области частичного горения). Решение (24) с константой интегрирования  $C$ , определяемой из эмпирических граничных условий при комнатных температурах, отмечалось в большом числе публикаций, где рассматривались только среды с униполярной проводимостью, а также только электродинамические задачи без учета гидродинамики.

В рассматриваемом случае определения  $C$  по (25)  $A_T$  является универсальной по Ричардсону-Дешману константой термоэмиссии, определяемой квантово-механическими методами;  $T_w$  – температура катода до наложения поля;  $r$  – характерный радиус электрода с приэлектродным диффузионным пограничным слоем. В настоящей работе считается, что электрический ток, протекающий по цепи типа той, что изображена на рис. 1, слабо меняет температуру нагретого катода, в окрестности которого наряду с электрической конвекцией может возникать и термогравитационная. Ранее расчеты напряжения типа «зажигания короны» и других искомым величин проводились по формулам, содержащим варьируемую в разумных пределах константу  $r_0^4$ . При разработке методики расчета искомым характеристик в данной работе получены формулы, не содержащие этой константы. При этом учтено, что межэлектродное расстояние удовлетворяет условию  $d \gg r_0^4$ . Используя это условие, можно получить для сред выражение для приложенного напряжения, которое является интегралом от  $E$ , определяемым по (24):

$$U \approx \sqrt{\frac{2Id}{3\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 b_-}}. \quad (26)$$

Обоснование правомерности применения этой формулы для холодного катода описано в нашей предыдущей работе [24]. В случае нагретого до плазменных температур катода достаточное условие для применения формулы (26) выведено при выполнении настоящей работы в виде неравенства  $\frac{C}{r^3} \ll 1$ . Это неравенство получено нами из (24), (25) и второй теоремы о среднем для определенного интеграла Римана. Для идеальных газов с уравнением состояния (13А) формулу (26) можно использовать при анализе влияния давления на предпробойные вольт-амперные характеристики. При этом квадратичная зависимость тока от напряжения по (26) количественно подтверждается (рис. 3) результатами экспериментов [23], при проведении которых «корона» у высоковольтного острия в воздухе наблюдалась, что бывает далеко не всегда в рассматриваемых жидкостях и плотных газах. Именно для построения теоретической кривой рис. 3 по (26) использовались уравнение состояния (13А), а также наряду с (7А) еще одно соотношение Ланжевена о постоянстве произведения плотности и подвижности. Квадратичная вольт-амперная характеристика получается и при обработке предпробойных экспериментов с диэлектрическими слабопроводящими жидкостями [6]. Она может быть подтверждена теоретически и в условиях равновесной, объемной изотермической диссоциации (ионизации) в случае  $\Psi(|\vec{E}|, T_0) / \Psi(0, T_0) = \Psi_0(|\vec{E}|)$ , определяемой по Френкелю [14] или по [3] с кратным  $Z$  элементарным зарядом:

$$\beta(T) = \frac{(Ze_0)^2}{(\pi \varepsilon_r \varepsilon_0)^2 k_B T};$$

$$\beta(T_0) = \beta_0;$$

$$\Psi_0(|\vec{E}|) = \exp(\beta_0 |\vec{E}|^2). \quad (27)$$

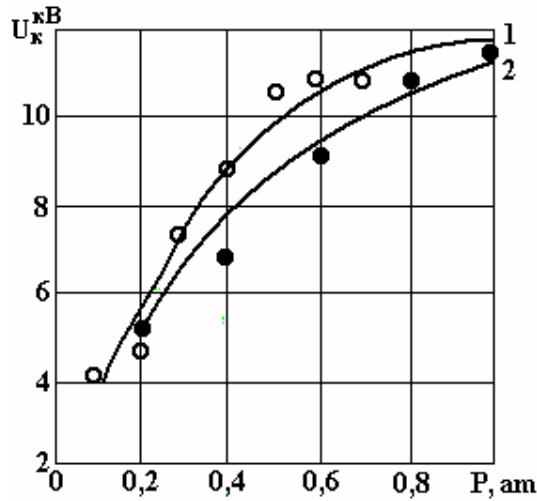


Рис. 3. Сопоставление теоретической зависимости напряжения “коронного” разряда от давления окружающей среды по (26) с результатами измерений [23]: 1 – результаты экспериментов [23]; 2 – теоретическая кривая, соответствующая уравнению (26) и условиям опытов [23]

В этом случае для поля в окрестности высоковольтного сферического или полусферического электрода малого (по сравнению с межэлектродным расстоянием) радиуса (см. рис. 1) в предыдущих работах, например в [16], получено аналитическое решение уравнений (20):  $E_0 = |\vec{E}(r_0)|$ ;

$$|\vec{E}| \exp(\beta_0 |\vec{E}|^2) = \frac{I}{4\pi\sigma_0 r^2};$$

$$\varphi_w = \varphi(r_0'); \quad (28)$$

$$|\varphi_w| = U = \left| \int_{r_0}^{\infty} E dr \right| = \frac{1}{2} \left( \frac{I}{\pi\sigma_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{8}{\beta_0} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\beta_0 E_0^2}{4}\right) \right] - E_0^2 \exp\left(-\frac{\beta_0 E_0^2}{4}\right) \right).$$

Из (28) видно, что отличие модуля напряженности самосогласованного электрического поля от величины приложенного мало только при условии

$$\beta_0 E_0^2 \ll 1, \quad (29)$$

то есть для неразвитых по [6] течений от высоковольтных электродов. С ростом  $I$  или  $U$  вольт-амперная характеристика (29) становится нелинейной, а при величине

$$\beta_0 E_0^2 \gg 1 \quad (30)$$

из (29) соответствующим предельным переходом получается

$$U = \frac{4}{\beta_0} \left( \frac{I}{\pi\sigma_0} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (31)$$

При этом влияние  $r_0$  на вольт-амперную характеристику мало, как и в режимах униполярной сильно неравновесной ионизации (диссоциации), для которых это следует из (29).

Сохранение квадратичной вольт-амперной характеристики в условиях влияния гидродинамического переноса заряда при электрическом ветре жидких слабопроводящих сред на его пространственное распределение экспериментально показано в [6] не только для униполярно заряженных жидкостей. При этом по [6] такая же эмпирическая зависимость от  $U$  наиболее характерна и для скоростей развитых течений. Для неразвитых течений эмпирический показатель степени по [6] в зависимостях осевой скорости струй (см. рис. 1) от напряжения больше. Ниже это будет показано и теоретически.

Для таких течений  $u(x, 0) \propto u^{\varkappa}$ ,  $\varkappa = 3$  по [6]. Теоретически уменьшение такого показателя степени при увеличении  $U$  и переходе при этом от неразвитых течений электрического ветра к развитым может быть получено в условиях равновесной ионизации (диссоциации), для которых вольт-амперная характеристика определяется формулами типа (29), (31). В [16] в этих условиях использовалась аналогия (в случае активных высоковольтных игольчатых и сферических электродов (см. рис. 1), близких к точечным) электрического ветра и гидродинамической осесимметричной, истекающей из сопла в пространство, заполненное той же средой, и не обтекающей стенки или другие твердые тела типа цилиндров, эллипсоидов, конусов после истечения струи. Использовать такую аналогию впервые предложил Остроумов [7], но в случаях, когда струя является дополнительным источником массы такая аналогия, как указано в [6], неприменима. Она может быть применима для структуры течения (например, для бесконечно тонких струй Ландау [10]) со слабым влиянием малой по сравнению с массой среды дополнительной массы, вносимой струей; но, с другой стороны, не являющаяся источником массы струя электрического ветра может сопоставляться с бесконечно тонкими струями с точечным источником импульса [10] только тогда, когда плотность кулоновских сил резко убывает с расстоянием от близкого к точечному активного высоковольтного электрода. Тогда вычисление векторной константы импульса струи  $P$  по [10], при вычислении скоростей которой характеристики источника массы предполагаются близкими к нулю, сводится к вычислению интеграла

$$\vec{p} = \int_V q\vec{E}dV = \vec{F}_e, \quad (32A)$$

где  $V$  – объем полупространства в направлении от игольчатого или полусферического высоковольтного электрода (см. рис. 1). Математическое доказательство равенства (32A) приведено в предыдущих индивидуальных работах автора настоящей статьи, хотя само утверждение высказывалось и в публикациях других авторов, например в [12]. Так как в сферических координатах

$$dV \propto r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\zeta,$$

то такой интеграл сходится в случае

$$|q\vec{E}| < \frac{F}{r^{3+\varkappa}}, \quad (32B)$$

где  $\varkappa > 0$ ,  $F$  – постоянная мажоранта;  $r$  – расстояние до центра активного электрода, близкого при его малых размерах по топологии к точечному (сферическому малых размеров), или радиальная координата. Равновесные решения (29) условию (32) удовлетворяют, а сильно неравновесные (23) – нет. Поэтому в [25], где рассматривались униполярно заряженные струи в сильном неоднородном электрическом поле (см. рис. 1), структура полученных решений оказалась более сложной, чем в [2], где использовались решения Ландау-Шлихтинга [11, 12] и импульс  $P$  был вычислен по решениям (29). Отметим, что в магнитной гидродинамике, например в [12], тоже широко используется описанная выше аналогия, но аналогичного (32) критерия точечности Амперовой силы, вызывающей магнитогидродинамические струи, не получено. В предельном случае (30A) для неразвитых течений получается по

[16]  $u \sim U^{\frac{5}{2}}$ , что согласуется с результатами опытов Гиббинса [19]. В предельном случае (30B) при  $r = \sqrt{x^2 + y^2} \gg r_0$  (см. рис. 1) для струи Шлихтинга [12] формулы получаются следующими:

$$P = 2\pi\rho_0 \int_0^\infty u_x^2 y dy = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 U^2}{8}; \quad (33A)$$

$$u_x = \frac{3p}{8\pi\rho_0 x(1 + \xi^2/4)}, u_y = \frac{\sqrt{3p}(\xi - \xi^3/4)}{2\sqrt{\pi\nu\rho_0} x(1 + \xi^2/4)}, \xi = \frac{\sqrt{3p}}{2\sqrt{2\pi\rho_0\nu} x}. \quad (33B)$$

При этом квадратичная зависимость по  $U$  или линейная по  $I$  получается из (32A) для осевой скорости развитых струй. Кроме того, формулы (33) подтверждают наблюдаемую в опытах слабую зависимость величин скоростей предпробойных течений от радиуса кривизны тонкого высоковольтного электрода. А независимость по (33) величин скоростей таких течений от  $Z$  свидетельствует о возможности применения этих формул для расчета скоростей без дополнительного определения этой исходной константы расчетным или опытным методом по составу молекул среды (ее диэлектрическая проницаемость считается нами исходной справочной константой, как подвижность и низковольтная проводимость). Для предпробойных струй с плоской симметрией (плоских струй от высоко-

вольтных лезвиеобразных электродов) ранее [2] тоже использовались соответствующие формулы Шлихтинга.

Отметим, что для струй Шлихтинга структура (33В) сохраняется и для турбулентных режимов с заменой кинематической вязкости на кажущуюся турбулентную вязкость. Тогда импульс  $P$  газодинамических (плазменных) струй реактивных двигателей (см. рис. 2) в соответствии с (32А) равен их тяге. При этом и для нагретых сред нередко можно использовать уравнение состояния (13В). В частности, в случае бесконечно тонких (слабо расширяющихся) струй таких сред. Оценки, проведенные при выполнении данной работы для условий опытов [21], показывают, что плотностью гравитационной силы в уравнении импульсов (9) можно пренебречь по сравнению с инерциальным членом в этом уравнении. Формулы для определения установившегося распределения абсолютной температуры  $T$  при постоянной теплопроводности в таких струях с учетом (33В) (что описано, например, в монографиях Лойцянского, в которых рассмотрены и затопленные струи, обтекающие стенки) можно получить из (14). Для осевого распределения электрического потенциала из (6) при близких к (17) условиях вдоль оси таких струй и выполнении соотношений

$$|\sigma \vec{E}| \ll |q \vec{u}|, q = q(x), \vec{j} = q \vec{u}, I = \int_s q \vec{u} d\vec{S} = 2\pi q \int_0^\infty u_x y dy \quad (33С)$$

получаем одномерное уравнение Пуассона, используя также закон сохранения заряда в интегральной форме:

$$\begin{aligned} \int_s \vec{u} d\vec{S} &= J = 0,04 \sqrt{\frac{P}{\rho_0}} x; \\ qJ &= I = S_c A_r \exp\left(\frac{U_e - e_0 \chi}{k_B T_c}\right); \\ S_c &= \pi(R_c + r_c) l_c, \Delta\varphi = -\frac{I}{0,404 \epsilon_r \epsilon_0 \sqrt{\frac{P}{\rho_0}} x}. \end{aligned} \quad (34)$$

Для этого уравнения граничные условия можно выписать в стандартном виде:

$$\begin{aligned} \varphi(S_c) &= \varphi(0) = 0, \varphi(d_m) = \varphi_0; \\ -h_c &\leq x \leq d_m, h_c = \sqrt{l_c^2 - (R_c - r_c)^2}. \end{aligned} \quad (35)$$

В (35)  $r_c, R_c, l_c$  – характерные размеры сопла струи,  $d$  – максимальное расстояние между диффузором и сеточным электродом (см. рис. 2), на котором может быть измерена величина электрического потенциала в струе. Вопрос о замене эмпирического граничного условия на расстоянии  $d$  от сопла более строгим (из теоретических соображений) нами пока не решен. Вместе с тем полный электрический ток в данной работе в отличие от ряда предыдущих публикаций определялся не эмпирически, а по известной формуле Ричардсона-Дешмана для плотности тока (из металлического сопла). Причем в отличие от [26, 27] здесь использовалась ее модификация (34). Это позволяет получать итоговые формулы для расчетов пространственного распределения искомого потенциала с учетом влияния энергии сродства к электрону молекул движущейся нагретой среды на пространственное распределение образующегося в ней электрического поля. Ранее такое влияние не рассматривалось в наших статьях. При токе  $I$ , определяемом по (33), решение (34) с граничными условиями (35) пространственного распределения потенциала получается в одномерном приближении следующим (расход  $J$  в (34) выписан по формуле Шлихтинга в случае сильной (турбулентной) струи, вывод которой приведен, например, в [28]):

$$\varphi(x) = \frac{\varphi_0 x}{d_m} - \frac{I_x \ln(x/d_m)}{0,404 \sqrt{\frac{P}{\rho_0}} \epsilon_r \epsilon_0}. \quad (36)$$

В отличие от полученных ранее решений выписываемых макроскопических уравнений (16), полученных в [21], распределение (36) позволяет рассчитать наблюдаемый в опытах [21] максимум в пространственном распределении потенциала. При этом близкое к измеренному экстремальное зна-

чение по (36) получается на расстоянии  $\frac{d_m}{\exp(1 - \frac{1}{\tilde{I}})}$  от источника, тоже близком к эмпирическому

[21], где

$$\tilde{I} = \frac{Id_m}{0,404\varphi_0\varepsilon_r\varepsilon_0\sqrt{\frac{P}{\rho_0}}} . \quad (37)$$

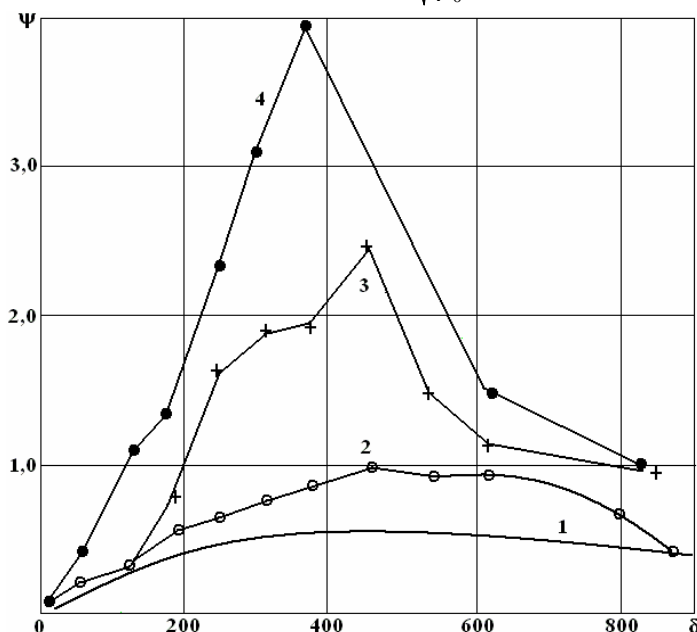


Рис. 4. Распределение потенциала электрического поля в струе (вдоль оси)  $\delta = x/d_m$ ,  $\tilde{\Phi} = \Phi/\Phi_m$  : 1 – теоретическое решение [36]; 2 – эксперимент с сеточным электродом; 3 – эксперимент с металлическим электродом; 4 – эксперимент с жидким электродом (вода)

Отметим, что в экспериментах [21] вносимая струей масса слабо влияла на массу вовлекаемой ею в движение струи ввиду малости объема сопла по сравнению с объемом рассматриваемой среды (см. рис. 2). Поэтому теоретические решения уравнений движения вязких сред [10, 12], полученные аналитически, как указано в [28], в приближении бесконечно тонкой струи, применяются в настоящей работе для описания как электроконвективных, так и термоионизованных струй. График пространственного распределения (36) с расчетом  $I$  по предложенной нами модификации формулы Ричардсона-Дешмана (34) представлен на рис. 4 в виде теоретической кривой 1, рассчитанной для условий опытов [21] с сеточным электродом. Температура струи у сопла равнялась 2370 К (для обеспечения такой величины  $T$  использовалось нитроглицериновое баллистное топливо), а ее скорость истечения из него – 1380 м/сек, что свидетельствует о правомерности использования формул для турбулентной струи при расчетах искомого потенциала. Критический радиус усеченного конуса сопла составлял 2,2 мм, образующая такого конуса – 75 мм, а высота сопла – 50 мм. Тяга струи равнялась 230 Н, а максимальное расстояние от сопла, на котором была измерена величина электрического потенциала вдоль оси струи, – 2 м. Так как диэлектрическая проницаемость воздуха при комнатной температуре равняется 1,1, то есть близка  $r_1$ , то такой она предполагалась и в нагретой воздушной струе. Работа выхода электронов из стального сопла по справочной литературе выбиралась равной 4,36 эВ, а энергия сродства молекул кислорода в воздухе к электрону – 1,8 эВ. Отметим, что простой сравнительный анализ величин работ выхода, потенциалов ионизации и энергий сродства к электрону описан, например, в [20] (в диссоциативном случае аналогами тока эмиссии и работы выхода из поверхности электрода являются, например, по [17] ток обмена и электрохимический потенциал у электродной поверхности). Но для слабодиссоциирующих сред анализ токов обмена и электрохимических потенциалов проведен значительно менее полно, чем в [17] и других монографиях по электрохимии для случая сильных электролитов. При проведении расчетов распределений электрических потенциалов в нагретых струях по формулам (36) и сопоставлении их результатов с экспериментальными нами улучшено согласие таких расчетных результатов с результатами опытов [21] по сравнению

с сопоставлением результатов расчетов, опубликованных в предыдущих публикациях, с результатами этих опытов, например в [26, 27] (при проведении расчетов [26, 27] не учитывалось влияние энергии сродства молекул кислорода воздушной струи к электронам, эмитирующим из металлического сопла, на искомое распределение электрического потенциала в ней). В этой работе, как и в предыдущих публикациях, теоретически анализировались только опыты с сеткой (см. рис. 2, 4). Для анализа опытов со сплошным металлическим и жидким электродами требуется решать двумерные и трехмерные электродинамические задачи. Практическое применение описанных теоретических результатов, видимо, вполне осуществимо как в установках, уже давно действующих в промышленности (таких как электрофильтры или электродегидраторы нефти), а также в авиационной технике (реактивные двигатели), так и при разработке конструкций новых электрогидродинамических устройств, например таких, как электрогидродинамические насосы [29] или генераторы [30]. В устройствах первого типа использование расчетов объемных зарядов, электрических полей и вольт-амперных характеристик по предлагаемым здесь методикам, как синтезу методик [31] и [32], могут привести к уточнению величин потребляемой электрической мощности и энергии. Кроме того, эти методики можно использовать для диагностики предотвращения электрических пробоев в таких изделиях.

Для внедряемых в промышленность электрогидродинамических насосов и генераторов при их конструировании расчеты генерируемых ими напоров, расходов и мощностей можно проводить, используя предлагаемые здесь аналитические формулы для определения электрических полей, давлений и скоростей течений, обусловленных полями тонких высоковольтных электродов. Описание одной из конструкций электрогидродинамического насоса с таким использованием и методикой расчета его напора и расхода изложено, например, в нашей работе [29], где показана целесообразность применения высоковольтных лезвиеобразных электродов, а не игольчатых, как в [30]. Аналогично для случая термоионизованных течений в [27] показана целесообразность применения плоских струй как электрогидродинамических генераторов при сопоставлении максимумов расчетных потенциалов в таких и осесимметричных струях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Апфельбаум М.С., Янтовский Е.И.* Объемный заряд и пондеромоторные силы в покоящемся слабопроводящем жидком диэлектрике со сферическим и плоскими электродами // *Электрохимия*. 1984. Том 20. Выпуск 7. С. 872–878.
2. *Янтовский Е.И., Апфельбаум М.С.* О насосном действии тонкого высоковольтного электрода в слабопроводящей диэлектрической жидкости // *Журнал технической физики*. 1980. Т. 50. Вып. 7. С. 1511–1520.
3. *Plumley H.J.* Conduction of electricity by dielectric liquids at high field strength // *Physical review*. 1941. Volume 50. 2. P. 200–207.
4. *Петриченко Н.А.* Термические явления, сопровождающие электрический ветер в жидкостях // *Электронная обработка материалов*. 1973. № 6. С. 44–45.
5. *Любимов Г.А.* Об условии пробоя приэлектродного слоя в потоке ионизованного газа // *Журнал прикладной математики и технической физики*. 1973. 3. С. 16–23.
6. *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л., 1989.
7. *Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев, 1977.
8. *Гогосов В.В., Полянский В.А., Семенова И.П., Якубенко А.А.* Уравнения электрогидродинамики и коэффициенты переноса в сильном электрическом поле // *Механика жидкости и газа*. 1959. 2. С. 31–45.
9. *Onsager L.* Deviation from Ohms law in weak electrolytes // *Journal of chemical physics*. Volume 2, 9. P. 599–615.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М., 1954.
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М., 1957.
12. *Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.Е.* Электровихревые течения. Рига, 1985.
13. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. М., 1994. Том 1.
14. *Френкель Я.И.* К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных полупроводниках // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1938. Вып. 12. С. 1293–1301.
15. *Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А.* Курс теоретической физики. М., 1971. Т. 2.
16. *Apfelbaum M.S., Apfelbaum E.M.* One model of conduction and electric field distributions in a liquid insulator // *Journal of electrodynamics*. 2001. Volume 50. P. 131–142.

17. *Дамаскин Б.Б., Петрий О.А.* Введение в электрохимическую кинетику. М., 1975.
18. *Лаутон Дж., Вайнберг Ф.* Электрические аспекты горения. М., 1976.
19. *Gibbins J.C. and Mackey A.M.* Charge convection in electrically stressed low-conductivity liquids. Part 3: Sharp electrodes // *Journal of electrostatics*. 1981. Volume 11. P. 119–134.
20. *Храпак А.Г., Фортов В.Е., Якубов И.Т.* Физика неидеальной плазмы. М., 2004.
21. *Усачев В.К., Ставров Ю.П., Тамбовцев В.И.* Электрокинетическое явление в струе ионизованных продуктов сгорания // Тезисы докладов научно-практического семинара по электрофизике горения. Караганда, 1985. С. 66–67.
22. *Apfelbaum M.S.* The space electric field distribution in thermoionization strong jets // *The 3-rd workshop on magneto-plasma aerodynamics in aerospace applications*. Moscow, 2001. P. 317–318.
23. *Усачев В.К.* Исследование характеристик коронного разряда с острия в условиях понижения давления // Сборник “Автоматизация энергосистем и энергоустановок промышленных предприятий” Челябинск, Челябинский политехнический институт. 1981. С. 127–129.
24. *Апфельбаум М.С.* Уравнения ионизации при коронном разряде слабопроводящих газов // *Электронная обработка материалов*. 1996. № 4–6. С. 38–44.
25. *Жакин А.И.* Об электроконвективных струях в жидких диэлектриках // *Механика жидкости и газа*. 1964. С. 13–19.
26. *Апфельбаум М.С.* Пространственное распределение электрического поля в термоионизованных струях // *Электронная обработка материалов*. 2005. № 1. С. 50–53.
27. *Apfelbaum M.S.* The space electric field distribution in the thermoionization jets // *Proceeding of fifteenth international conference on MHD energy conversion and sixth international work-shop on magneto-plasma aerodynamics*, Moscow, 2005. Volume 1. P. 196–197.
28. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М., 1978.
29. *Апфельбаум М.С.* Об одной методике расчета характеристик электрогидродинамических течений и насосов // *Электронная обработка материалов*. 1990. № 6. С. 39–42.
30. *Бортников Ю.С., Рубашов И.Б.* Электрогазодинамические эффекты и их применение // *Магнитная гидродинамика*. 1975. 1. С. 23–34.
31. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М., 1979.
32. *Тиходеев Н.Н.* Дифференциальное уравнение униполярной короны и его интегрирование в простейших случаях // *Журнал технической физики*. 1955. Т. 24. Вып. 8. С. 1449–1457.

*Поступила 11.10.06*

### **Summary**

The analytical method for calculation of the space electric distribution at the stationary weakly ionized jets is described. The electric wind and thermal ionization jet are considered. The calculations of the field distributions are compared with experiments. The results may be used for the electrification diagnostics.