

# Теоретические предпосылки к расчету электроконвективного тепломассопереноса

Ф. П. Гросу, М. К. Болога, Ал. М. Болога

*Институт прикладной физики АН Молдовы,  
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD-2028, Республика Молдова, [mbologa@phys.asm.md](mailto:mbologa@phys.asm.md)*

Приводятся краткий анализ состояния проблемы тепломассопереноса в аспекте его интенсификации, а также расчет соответствующих тепломассообменников, принцип действия которых основывается на использовании резконеоднородных электрических полей и наличии коронного разряда. На примере электрического фильтра рассмотрены особенности электроконвективного тепломассообменника, основанного на действии коронного разряда. Сформулированы основные задачи, возникающие при расчете тепломассообменного аппарата в плане определения выходных характеристик – температуры как функции от времени в случае теплообмена или концентрации дисперсной фазы при массопереносе. Получено рабочее уравнение и найдены соответствующие частные решения, анализ и применение которых позволили решить поставленные задачи.

УДК 665:37.014

## ВВЕДЕНИЕ

Расчет тепломассопереноса и соответствующих аппаратов, помимо геометрических, предполагает определение физических характеристик, среди которых первостепенными являются временные зависимости температуры  $T(t)$  жидкости и/или концентрации  $\varphi(t)$  дисперсных частиц в случае массопереноса. Эти характеристики можно определить как усредненные по объему тепломассоносителя за вычетом объема пограничных слоев (ПС), где обычно происходят резкие изменения как температуры, так и концентрации. При этом, ввиду интенсивного перемешивания среды, при конвективном тепломассопереносе усредненные величины практически будут совпадать с выходными (см. рис. 1, «Выход»). Автоматически возникает и задача об установившихся (при  $t \rightarrow \infty$ ) режимных значениях. В работе рассматриваются эти и другие вопросы, связанные с нестационарным переносом тепла и массы, имеющие отношение к расчету тепломассообменников и их эксплуатации.

Большей частью расчет аппарата сводится к анализу происходящих в нем процессов, в нашем случае – усложненных наличием электрического поля, применяемого в целях их интенсификации. Ввиду такой специфики процессы носят электроконвективный характер; при этом рабочие среды должны быть диэлектрическими (идеальными или слабопроводящими), допускающими присутствие полей достаточно больших напряженностей ( $E \sim 1$  кВ/см и более). Такие поля приводят к электрогидродинамическим (ЭГД) течениям [1], известным еще под названием электроконвективных [1, 2], благодаря которым переносные процессы и претерпевают существенную интенсификацию.

Специфика интенсифицирующего воздействия электрических полей на тепломассообменные процессы, в частности теплообменные, его причины и закономерности отражены в многочисленных работах, среди которых укажем публикации по теплообмену самих первооткрывателей эффекта [3–7], обзоры [8, 9], монографию [10], а также работы [11–13]. По тематике последняя относится не к традиционно рассматриваемым в электрогидродинамике рабочим средам (диэлектрическим), а к магнитной жидкости (МЖ). В плане применения совместных воздействий на среды в различных прикладных и научно-познавательных целях электрического и магнитного полей данная работа может играть роль связующего звена между электрогидродинамикой и магнитогидродинамикой (МГД). Действительно, постоянное электрическое поле является существенным фактором интенсификации теплоотдачи магнитной жидкости [13], а магнитное поле оказывает магнитогидродинамическое воздействие на МЖ. Следовательно, напрашивается вывод о возможном суммарном и своеобразном ЭМГД эффекте при одновременном наложении на магнитную жидкость электрического и магнитного полей [14]. Это, однако, в перспективе, а здесь коснемся влияния электрического поля на теплообмен в МЖ как на один из многочисленных примеров, специфичных для ЭГД процессов.

Электрические поля оказывают существенное влияние и на массоперенос, например при электрической фильтрации [15], что объясняется как электрической зарядкой дисперсных частиц, так и сопутствующими ЭГД явлениями. Эти и другие вопросы, в частности, сложного тепломассопереноса при конденсации паровоздушной смеси в электрическом поле, были и продолжают

оставаться предметом наших исследований [16]. Один из выводов состоит в том, что процессы тепломассопереноса, вопреки сложности описывающих их уравнений, допускают сравнительно простую и вместе с тем общую физико-математическую трактовку. Эту трактовку можно принять не только как модель для физического объяснения и обоснования наблюдаемых на опыте явлений и фактов, но и в качестве теоретических предпосылок при расчете тепломассообменников.

В дальнейшем понадобится знание конструктивных особенностей тепломассообменников, в связи с чем рассмотрим типичный пример электрического фильтра [15]. В нем применяется система электродов, благоприятствующая возникновению «коронного» разряда как главного фактора, приводящего к наблюдаемым явлениям. Выбор этого фактора в качестве примера не случаен, поскольку он не только наиболее эффективный и легко реализуемый, но и наиболее часто встречаемый в ЭГД тематике в целом [17].

#### 1. ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОТЕПЛОМАССОБМЕННИКА, ОСНОВАННОГО НА ЯВЛЕНИИ «КОРОННОГО» РАЗРЯДА

Традиционно на тепломассоноситель накладывается электрическое поле плоскопараллельного или цилиндрического конденсатора, или какой-либо другой системы электродов. Разумеется, эффект влияния поля на тепломассоперенос оказывается различным, поэтому на практике весьма важен выбор системы электродов. В литературе, в частности [10], встречается много опытных данных по теплообмену в электрических полях различных геометрических конфигураций. Их анализ привел к выводу о том, что наиболее эффективными электротеплообменниками оказались те, в которых используется «коронный» разряд. Аналогичные выводы сделаны при анализе работ по электрической фильтрации [15]. Понятие коронного разряда (КР), присущего газам, авторами распространено и на случай неидеальных диэлектрических (слабопроводящих) жидкостей, их рассмотрением в основном и ограничимся. Основанием для такого расширения понятия КР служат два обстоятельства: его пороговые и гидродинамические аспекты, в общих чертах аналогичные как для газов, так и для жидкостей. Действительно, в обоих случаях коронный разряд характерен для резко неоднородных электрических полей при наличии порога возникновения по электрическому напряжению ( $U_{cr}$ ) и сопровождается ярко выраженными ЭГД явлениями, известными в литературе под названием электрического ветра (ЭВ) [18–20]. Физическая сущность этих явлений заключается в

том, что в резко неоднородных полях в окрестностях активных (заостренных) электродов возможны высокие напряженности поля  $E$ , достаточные для осуществления актов ионизации не только в газах, но и жидкостях. При этом носители зарядов, противоположные знаку активного электрода, нейтрализуются на нем или перезаряжаются. В обоих случаях это приводит к возникновению в достаточно обширной зоне за пределами узкого «коронирующего» слоя, непосредственно прилегающего к поверхности электрода, свободных объемных зарядов с отличной от нуля объемной плотностью ( $\rho \neq 0$ ), взаимодействие поля с которыми в диэлектрической жидкости или газе и приводит к наблюдаемым ЭГД явлениям (ЭВ).

Физико-математическая интерпретация сказанного в классическом приближении [18] достаточно проста. В общей формуле для удельной электрической проводимости вне коронирующего слоя ограничиваются лишь слагаемым, которому соответствуют носители электрических зарядов знака активного электрода, что приводит к следующей формуле для плотности тока при КР:

$$\mathbf{j} = k\rho\mathbf{E}. \quad (1)$$

Отсюда в ЭГД приближении – «вмороженности» этих зарядов в жидкости – следует столь же простая и важная формула для движущей силы ЭГД явлений:

$$\mathbf{f} = \rho\mathbf{E} = \mathbf{j}/k, \quad (2)$$

где  $k$  – подвижность носителей знака активного электрода. Примечательность этой формулы состоит в том, что она показывает: именно ток через систему должен быть определяющей характеристикой ЭГД явлений при коронном разряде. Более точные численные расчеты приведены в работе [21], однако классическое приближение хорошо зарекомендовало себя на практике, о чем свидетельствуют многочисленные опытные данные по теплообмену в условиях коронного разряда [10].

Вернемся к конструктивным особенностям электротепломассообменников, принцип работы которых основывается на формулах (1) и (2). В наиболее распространенных случаях – цилиндрического конденсатора, применяемого, например, к тепломассопереносу при конденсации паровоздушной смеси в электрическом поле, или системы электродов «пластина–проволока», используемой при электрической фильтрации (ЭФ) жидких диэлектриков с целью получения сильных полей, применялись проволоки сравнительно больших диаметров (1,0÷2,0) мм, но с перфорированной эмалевой изоляцией [22, 23]. В пер-

форированных местах при подаче на систему высокого напряжения возникают большие напряженности поля, необходимые и достаточные для появления коронирования.

Одновременно с коронированием от перфорированных мест возникают и струйные ЭГД течения, «бьющие» в сторону противоиэлектрода. Средняя скорость ЭВ в струе может быть вычислена по формуле [10]:

$$v = c \cdot \frac{v}{l} \cdot \left( \frac{j l^3}{k \gamma V^2} \right)^{m=(1 \rightarrow 0,5)}, \quad (3)$$

где  $v = \eta/\gamma$  – кинематическая вязкость;  $l$  – характерный размер коронирующей области (ширина перфорации);  $\gamma$  – массовая плотность среды;  $c$  – коэффициент пропорциональности ( $c \sim 1$ ). Показатель степени  $m$  уменьшается от 1 до 0,5 по мере развития ЭВ от ламинарного режима до турбулентного. Из формулы (3) видно, что выражение

$$\text{Re}_E = \left( \frac{j l^3}{k \gamma V^2} \right)^{m=(1 \rightarrow 0,5)} \quad (4)$$

играет роль «электрического» числа Рейнольдса для рассматриваемых ЭГД течений, которое является одной из фундаментальных характеристик не только интенсивности ЭГД явлений в целом при униполярной проводимости (КР – частный случай), когда применимы формулы (1) и (2), следовательно, (3) и (4), но и электроконвективного теплопереноса в этих условиях [24].

Заметим, что конструктивные особенности электродной системы теплообменников не исчерпаны. Схематически конструкция электрофильтра приведена на рис. 1 [15], из которого видно, что к верхнему проволочному электроду  $1$ , играющему роль источника униполярных электрических зарядов, ввиду наличия на нем перфораций  $3$ , подключается высокое напряжение, как правило, отрицательной полярности из-за незначительно большего эффекта воздействия поля на электрическую очистку (ЭО). По понятным причинам этот электрод носит название эмиттера. Вблизи нижнего электрода вмонтирована система дополнительных электродов в виде небольших вертикальных металлических пластинок (перегородок)  $4$ , заизолированных от электродов, потому воспринимающих постоянный потенциал согласно распределению поля в их окрестностях. Эти электроды с так называемыми «плавающими» потенциалами служат ловушками для частиц и вместе с заземленным пластинчатым электродом  $2$  в основании конструкции образуют коллектор, занимающий некоторую область толщиной  $\xi$  (« $\xi$  – слой»). На каждую частицу действует, помимо электрической

кулоновской силы  $qE$ , еще и сила тяжести  $m_0 g$ , где  $q$  и  $m_0$  – заряд и масса частиц соответственно.

Если в схеме рис. 1 условно заменим поток частиц потоком тепла, а коллектор частиц – на нагреватель или охладитель (в случае гомогенной жидкости), то получим разновидность схемы теплообменника. Только коллектор частиц, как следует из рисунка, конструктивно входит в межэлектродное пространство, в то время как нагреватель или охладитель, очевидно, должны быть заизолированы от поля и вынесены за его пределы (« $\xi$ -слой» должен будет находиться с нижней стороны пластинчатого электрода 2).

Несколько проще представляется теплообменник типа цилиндрического конденсатора для исследований, например теплопереноса при конденсации паровоздушной смеси [22]. Эмиттером являлся центральный вертикальный электрод с перфорированной эмалевой изоляцией. Внешний цилиндрический электрод в одном конструктивном варианте охлаждался воздушным потоком, в другом – циркулирующей в «рубашке» анода охлаждающей жидкостью (трансформаторное масло). Электрический струйный ветер от центрального электрода «дул» в радиальном направлении и переносил тепло и влагу. Расчеты в данном случае имеют свою специфику [16, 22].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПО РАСЧЕТУ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

Физически более наглядным и изученным представляется случай массопереноса, и в постановочном плане целесообразно с него начать рассмотрение. В качестве принципиальной расчетной конструкции примем схему рис. 1, из которого следует, что все пространство ЭФ условно может быть разделено на две зоны: коллектора толщиной  $\xi$  и эмиттера толщиной  $(l - \xi)$ . Величины, относящиеся к первой зоне, обозначим индексом «1», ко второй – «2». Поскольку пробы для замеров берутся из зоны 2 (см. рис. 1, «Выход»), то этот индекс отнесем к искомым величинам. Задача в общих чертах ставится следующим образом. Дана концентрация дисперсной фазы («загрязнений») на входе в электрофильтр  $\bar{\varphi}_0$ . Требуется найти (рассчитать): 1) зависимость концентрации от времени на выходе из ЭФ  $\bar{\varphi}_2(t)$ , если  $\bar{\varphi}_2(t)|_{t=0} = \bar{\varphi}_0$ ; 2) связь между концентрацией  $\bar{\varphi}_2(t)$  и параметрами задачи, в том числе отражающими влияние электрического поля на ЭО; 3) установившуюся концентрацию по истечении достаточно большого интервала времени  $\bar{\varphi}_2(t)|_{t \rightarrow \infty} = \bar{\varphi}_\infty$ ; 4) время  $t_1$ , необходимое для достижения требуемой величины концентрации  $\bar{\varphi}^{(1)}$ ,

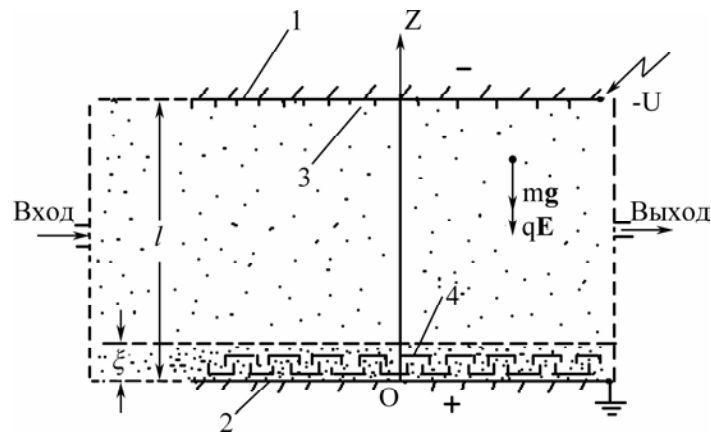


Рис. 1. Принципиальная конструкция электрофильтра.

то есть такое, что  $\bar{\varphi}_2(t)|_{t=t_1} = \bar{\varphi}^{(1)} < \bar{\varphi}_\infty$ ; 5) на основе полученной общей зависимости по пунктам 1), 2) оптимизировать процесс по наибольшему дебиту и минимальному времени очистки; 6) дать рекомендации по подбору конструктивных и полевых параметров массообменного аппарата.

Такая постановка частных задач, как и их решения, возможна для двух гидромеханических режимов. Первый – гидростатический, когда обрабатываемая жидкость вводится в электрофильтр через «вход» (рис. 1) при закрытом «выходе». По заполнению ЭФ закрывается «Вход», и начинается обработка жидкости путем подачи заданного высокого напряжения  $U$ . Таким образом, массоперенос проходит в статическом режиме условно – при нулевом дебите среды через ячейку ( $Q = 0$ ). При этом жидкость в аппарате отнюдь не будет находиться в гидростатическом равновесии, напротив, в ней будет происходить электрическая конвекция (ЭК). Из ячейки через выходной патрубок берутся лишь незначительные пробы для измерения концентрации дисперсных частиц через определенные интервалы времени (5 мин). Вторым режим – гидродинамический (проточный), при отличном от нуля дебите ( $Q \neq 0$ ), когда обработка ведется при непрерывном вынужденном течении жидкости через ячейку. Очевидно, чем больше скорость течения, то есть дебит, тем хуже качество фильтрации (тем больше остаточная концентрация), так как за время прохождения жидкости через ЭФ она не успевает пройти достаточно полную обработку, а в пределе при стремящемся к нулю дебите ( $Q \rightarrow 0$ ) приходим к статическому режиму. Следовательно, статический режим обеспечивает на выходе из ЭФ более качественные пробы по ЭО, однако проточный имеет очевидные преимущества непрерывного процесса. Выбор того или иного режима обработки зависит в первую очередь от требований к качеству очистки и других

факторов. Аналогичны постановки рассматриваемых задач и в случае теплообмена.

Математическую формулировку задачи начнем с получения уравнения для искомых величин  $\bar{\varphi}_2(t)$  и  $\bar{T}_2(t)$ . Применительно к массопереносу в ЭФ (рис. 1) требуемое уравнение получено в [15]:

$$\frac{d\bar{\varphi}_2(t)}{dt} = A_1\bar{\varphi}_2(t) + B_1 \cdot \varphi_0, \quad (5)$$

где

$$A_1 \equiv -(w + B_1)/(l - \xi);$$

$$B_1 \equiv [(\alpha - \mu \cdot w) \cdot (l/\xi)]/(l - \xi), \quad (6)$$

причем

$$w \equiv \frac{b|q|j}{\sigma} + v + m_0 g b \quad (7)$$

– величина суммарной эффективной скорости движения жидкости в направлении к коллектору (речь идет о струйных течениях); первое слагаемое (7) представляет сквозную скорость частиц, обусловленную кулоновской силой, действующей на частицу;  $b$  – ее подвижность;  $q$  – электрический заряд;  $E = j/\sigma$ ;  $j$  – плотность тока разряда;  $\sigma$  – удельная электропроводность;  $v$  – «эффективная» скорость электрического ветра (3); третье слагаемое – скорость оседания частиц под действием силы тяжести;  $\mu$  – усредняющий (подгоночный) параметр  $0 \leq \mu \leq 1$ ,  $\alpha \equiv D_* / \delta$ ;  $D_*$  – обобщенный коэффициент диффузии [15]:

$$D_* \equiv D + \frac{b m_0 \cdot j^2}{\gamma \cdot \sigma} \cdot \left| \frac{d\tau}{d\varphi} \right|, \quad (8)$$

где второму слагаемому в (8) приписан смысл «электрического» коэффициента диффузии, обозначаемый

$$D_e \equiv \frac{b m_0 \cdot j^2}{\gamma \cdot \sigma} \cdot \left| \frac{d\tau}{d\varphi} \right|, \quad (9)$$

где  $\tau = \varepsilon/\sigma$  – время электрической релаксации среды, как смеси;  $b$  – подвижность частиц, определяемая из формулы Стокса [25]:

$$b = 1/(6\pi\eta r). \quad (10)$$

Зная эту величину, обычный коэффициент диффузии можно найти по формуле Эйнштейна:

$$D = kTb = kT/(6\pi\eta r), \quad (11)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура среды;  $r$  – радиус частиц.

Таким образом, в рамках представленных формул (5)–(11) массопереносная часть постановки задачи осуществлена. Переходя к тепловой, ограничимся принципиально необходимыми сведениями о происходящих процессах. Цель состоит в получении уравнения для  $\bar{T}_2$ , аналогичного (5). Для этого исходим из общего уравнения конвективного теплообмена [25, 26]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T = a\nabla^2 T + \varepsilon_q, \quad (12)$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности среды;  $\varepsilon_q$  – интенсивность внутренних источников тепла, например джоулева нагрева жидкости, предполагаемая постоянной по объему и во времени. Чтобы найти температуру  $\bar{T}_2$  на выходе из теплообменника, интегрируем (усредняем) уравнение (12) по всему объему жидкости  $V$ :

$$\frac{d\bar{T}}{dt} + \overline{(\mathbf{v}\nabla)T} = a\overline{\nabla^2 T} + \varepsilon_q; \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{T} &\equiv (1/V) \cdot \int_{(V)} T \cdot dV; \\ \overline{\nabla^2 T} &= (1/V) \cdot \oint_{(S)} (\partial T / \partial n) \cdot dS; \\ \overline{(\mathbf{v}\nabla)T} &= (1/V) \cdot \oint_{(S)} v_n T \cdot dS. \end{aligned} \quad (14)$$

При получении последних двух формул (14) воспользовались теоремой Гаусса–Остроградского. Считая весь объем жидкости заполненным, а ограничивающие его стенки непроницаемыми ( $v_n \equiv 0$ ), последним интегралом в (14) пренебрегаем. Предпоследний же равен нулю на теплоизолированных участках поверхности и отличен от нуля на нагреваемых или охлаждаемых участках, на которых образуются пограничные тепловые слои некоторой толщиной  $\delta$ . Поэтому этот интеграл

$$\begin{aligned} \overline{(\mathbf{v}\nabla)T} &= (1/V) \cdot \oint_{(S)} (\partial T / \partial n) \cdot dS \approx \\ &\approx -(1/V) \cdot S \cdot (\bar{T}_2 - T_s) / \delta, \end{aligned} \quad (15)$$

первый

$$\begin{aligned} \int_{(V)} T \cdot dV &= \int_{(V_2)} T \cdot dV + \int_{(V_1)} T \cdot dV = \\ &= \bar{T}_2 \cdot V_2 + \bar{T}_1 \cdot V_1. \end{aligned} \quad (16)$$

В силу неравенства  $V_2 \gg V_1$  (при  $\bar{T}_1$  и  $\bar{T}_2$  одного порядка) интегралом по объему ПС ( $V_1$ ) можем пренебречь. Тогда из (13) с учетом  $V_2 \approx V$  следует

$$\frac{d\bar{T}_2}{dt} = A_2 \cdot \bar{T}_2 + B_2, \quad (17)$$

где введены обозначения:

$$A_2 = -\frac{aS}{V\delta}; B_2 \equiv \frac{aS}{V\delta} \cdot T_s + \varepsilon_q \equiv -A_2 \cdot T_s + \varepsilon_q. \quad (18)$$

В приведенных формулах  $S$  означает площадь участков с отличной от нуля нормальной составляющей теплового потока,  $T_s$  – температура «стенки».

Как видно из (5) и (17), решение вопроса о выходных характеристиках теплообменников ( $\bar{\Phi}_2(t)$  и  $\bar{T}_2(t)$ ) сводится к линейному уравнению общего вида

$$dy/dt = Ay + B, \quad (19)$$

где роль функции  $y(t)$  играют либо  $\bar{\Phi}_2(t)$  – в случае массопереноса, либо  $\bar{T}_2(t)$  – при теплообмене, а коэффициентами  $A$  и  $B$  служат пары коэффициентов  $(A_1, B_1)$  либо  $(A_2, B_2)$  соответственно.

Уравнение (19) представляет ту самую модель, о которой шла речь выше, и она присуща многим физическим процессам, и в первую очередь релаксационным. Постоянные  $A$  и  $B$  отражают все их характерные особенности. Применительно к конвективному теплообмену уравнение типа (19) получается благодаря двум физическим обстоятельствам. Во-первых, при теплообмене этого типа происходит достаточно сильное перемешивание рабочей жидкости, выравнивающее температуры или концентрации, усредненные по объему, которые и предстоит отыскать по п. 1), 2) намеченной выше общей постановкой задач. Во-вторых, резкое изменение этих величин лишь в пограничных слоях обмена позволяет применить идеи теории пограничного слоя, которые, вообще говоря, и приводят к линейной зависимости правой части (19) от искомой функции  $y(t)$  (температуры или концентрации).

Заметим, что преобразование уравнений конвективного теплообмена для средних по объему значений искомых функций возможно и по-другому. Ограничимся случаем рис. 1. Предположим, что речь идет не о потоке частиц, направленных от верхнего электрода к нижнему, а о конвективном потоке тепла, усредненного по

горизонтальным координатам, который, будучи направленным сверху вниз и имея постоянную скорость  $u$ , на границе с коллектором ( $z = \xi$ ) приведет к образованию определенного пограничного слоя. С учетом отрицательного направления скорости  $u$  при перечисленных выше условиях уравнение (12) примет такой же вид, как и уравнение диффузии:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = u \frac{\partial T}{\partial z} + a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \varepsilon_q. \quad (20)$$

В основном ядре течения частные производные справа в (20) малы, а в пограничном слое велики и согласно представлениям теории ПС их аппроксимируем формулами [25]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial z} &\approx \alpha_1(T - T_s); \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \approx \alpha_2(T - T_s); \quad \alpha_1 \sim 1/\delta; \\ \alpha_2 &\sim 1/\delta^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Подстановка (21) в (20) и последующее усреднение полученного уравнения по координате  $z$  приведут к виду уравнения (19) относительно температуры на границе ПС, которую приближенно можно принять за искомую. Интересно отметить, что аппроксимации (21) могут быть растолкованы и как следствия закона Ньютона для теплообмена между поверхностью твердого тела (стенкой) и потоком жидкости, так что приведенные формулы представляются естественными.

Случаи массопереноса в задачах о фильтрации несколько по-другому, но аналогично рассмотрены в работе [23]. Там же решается уравнение (5) с коэффициентами (6), (7) и приводится анализ решения.

Встречаются еще важные для приложений задачи, которые сводятся к уравнениям типа (19), например, в работе по теплоотдаче к МЖ [13], а также задача о теплопереносе при электрообработке молочной сыворотки с целью получения белковых концентратов и превращения лактозы в лактулозу [27].

Отметим важное обстоятельство: казалось бы, приведенные уравнения не отражают факторов влияния электрических полей на тепло-массоперенос. Однако такое влияние неявно отражено в толщине пограничного слоя  $\delta$ , которая напрямую связана с числом Рейнольдса. При этом не важно, какой природы оно, в частности в нашем случае – «электрическое», даваемое формулой (4). Согласно теории ПС толщина слоя  $\delta$  обратно пропорциональна корню квадратному из числа Рейнольдса, в данном случае «электрического»:

$$\delta = F(\text{Pr}) \cdot \text{Re}_E^{-1/2}, \quad (22)$$

где коэффициентом пропорциональности служит некоторая функция числа Прандтля, обычно обратно пропорциональная корню кубическому из этого числа [25], то есть  $F(\text{Pr}) \sim \text{Pr}^{-1/3}$ . Таким образом, имеется прямая зависимость средней температуры от полевых параметров посредством электрического числа Рейнольдса, однако в подстановке (20) в (21) и непосредственно через скорость  $u$ . Учитывая частое применение уравнения (19), остановимся на его решениях в плане влияния коэффициентов  $A$  и  $B$ .

### 3. ОСОБЕННОСТИ ВЫХОДНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

Применительно к тепло-массопереносу независимой переменной является время  $t$ , а функциями  $y(t)$  – либо температура  $\bar{T}_2(t) > 0$ , либо концентрация  $\bar{\varphi}_2(t) > 0$ , которые примем положительными согласно физическому смыслу. Условие однозначности для уравнения (19) – только начальное:

$$y(t)|_{t=0} = y_0 > 0. \quad (23)$$

При условии (23) решение уравнения (19) для общего случая параметров  $A$  и  $B$  имеет вид

$$|y(t) + (B/A)| = |y_0 + (B/A)| \cdot \exp(A \cdot t). \quad (24)$$

Равенство (24) для абсолютных величин распадается на два обычных:

$$y(t) = -p + (y_0 + p) \cdot \exp(A \cdot t) \quad (25)$$

при

$$(y + p)(y_0 + p) > 0 \quad (26)$$

и

$$y(t) = -p - (y_0 + p) \cdot \exp(A \cdot t) \quad (27)$$

при

$$(y + p)(y_0 + p) < 0,$$

где введено обозначение

$$p \equiv B/A. \quad (28)$$

Прежде всего отметим тривиальное решение уравнения (24):

$$y(t) = -p = y_0 = -B/A \text{ при } y_0 + p = 0, \quad (29)$$

когда процесс вовсе не идет, и в дальнейшем оно не будет нас интересовать. Заметим, что решение (27) не удовлетворяет начальному условию (23), поэтому оно также выпадает.

Дальнейшему анализу подлежит решение (25) вместе с условием (26), сводящимся к рассмотрению знаков коэффициентов  $A$  и  $B$  и их количественного соотношения. В свою очередь эти параметры вытекают из физической природы рассматриваемых процессов тепло- и массопере-

носа с учетом наличия электрического поля. Однако эти специфические вопросы пока не затрагиваем, ограничиваясь общим анализом (25), (26), а при необходимости – и исходного уравнения (19) без конкретизации физических аспектов результатов, которые заслуживают отдельного анализа.

Найдем частные случаи решения (25) при условии (26), рассмотрев три из них.

**1.  $A = 0$ .** Полагая в (25)  $A = 0$  с учетом (28), (29), получаем неопределенность  $(\infty - \infty)$ , которую раскроем, заменив при  $A \rightarrow 0$  в (25) экспоненту на эквивалентную ей величину  $(1+At)$ . Вычислив соответствующий предел, получим

$$y(t) = y_0 + Bt, \quad (30)$$

что непосредственно вытекает и из уравнения (19), положив  $A = 0$  и решив полученное уравнение.

На основе (30) рассмотрим следующие подслучаи:

1.1.  $B = 0$  – тривиальный,  $y(t) = y_0 = \text{const}$ , уже анализирован.

1.2.  $B > 0$  – функция (30) неограниченно возрастает, что может иметь место при теплопереносе – при непрерывном нагреве среды и недостаточно интенсивном теплоотводе. При массопереносе речь может идти об обратном процессе – загрязнении среды, если, к примеру, процесс очистки провести с предварительно неочищенным электрическим фильтром (массообменником).

1.3.  $B < 0$  – функция уменьшается от начального значения  $y_0$  до нулевого за конечное время

$$t_0 = -y_0/B \equiv y_0/|B|. \quad (31)$$

Это указывает на то, что при теплообмене возможно охлаждение вплоть до нуля (условного), а при электроочистке в принципе возможна полная (100%) очистка за конечное время  $t_0$  (31). Характерная особенность данного решения – его линейная зависимость от времени, что делает удобным сравнение теоретических выводов с экспериментальными данными.

Качественные графики всех рассмотренных подслучаев представлены на рис. 2.

**2.  $A > 0$ .** Исходным является уравнение (25). Возможны предыдущие подслучаи:

2.1.  $B = 0$  – из (28)  $\Rightarrow p = 0$ , условие (26) выполняется ввиду  $y_0 > 0$ , и функция экспоненциально возрастает по простейшему закону:

$$y(t) = y_0 \cdot \exp(At), \quad (32)$$

что возможно при непрерывном внутреннем нагреве и отсутствии достаточно быстрого охлаждения среды; случай, аналогичный 1.2, только другой характер роста  $y(t)$ .

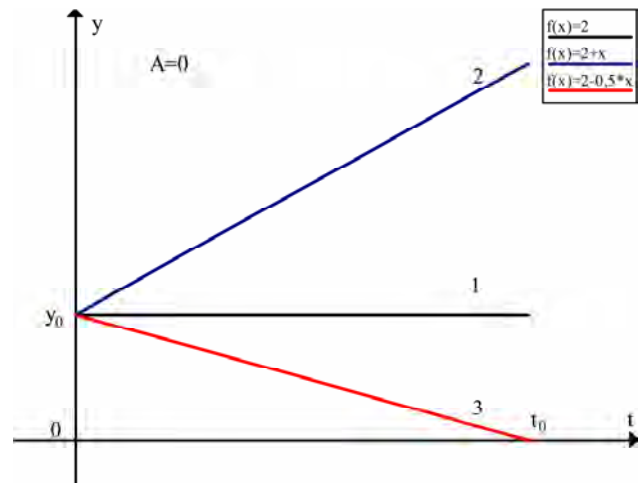


Рис. 2. Графики функции  $y(t)$  при  $A = 0$  и различных знаках  $B$ : 1 –  $B = 0$ ; 2 –  $B > 0$ ; 3 –  $B < 0$ .

2.2.  $B > 0$  – согласно (28)  $\Rightarrow p > 0$ ; условие (26) выполняется; функция неограниченно возрастает, следуя зависимости, формально совпадающей с более общей (25) при условии (26):

$$y(t) = -p + (y_0 + p) \cdot \exp(At), \quad (33)$$

аналогично зависимости (32), однако зависящей еще от одного параметра –  $p$ .

2.3.  $B < 0$  – (28)  $\Rightarrow p < 0$ , в уравнении (25) для наглядности заменяем  $p \equiv -|p|$ . Получим:

$$y(t) = |p| + (y_0 - |p|) \cdot \exp(At). \quad (34)$$

Возможны подслучаи:

2.3.1.  $y_0 > |p|$  – из (34) видна та же возрастающая зависимость, (26) выполняется.

2.3.2.  $y_0 < |p|$  – формулу (34) перепишем следующим образом:

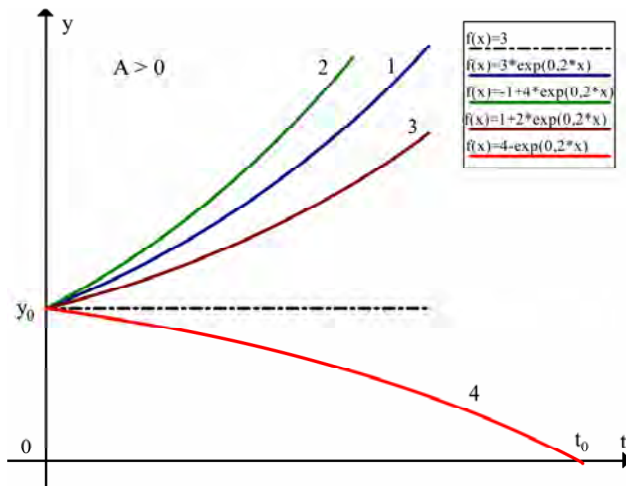
$$y(t) = |p| - (|p| - y_0) \cdot \exp(At). \quad (35)$$

Из (35) следует уменьшение по экспоненте величины функции от начального  $y_0$  до нулевого значения за конечный промежуток времени:

$$t_0 = \frac{1}{A} \cdot \ln \frac{|p|}{|p| - y_0}. \quad (36)$$

Выводы к формуле (36) такие же, как и к (31), только в рассматриваемом случае имеет место не линейный спад рассматриваемых функций  $\bar{T}_2(t)$  или  $\bar{\Phi}_2(t)$ , а экспоненциальный. Это означает, например, что полная очистка при условии 2.3.2 может быть достигнута быстрее, чем при – 1.2. Но в последнем случае время  $t_0$  характеризуется только одним параметром –  $B$ . Во втором же – еще отношением  $p$ , что приводит к усложнению процесса, но при одновременном выигрыше во времени его протекания. На рис. 3 представлены

зависимости функции  $y(t)$  для всех четырех рассмотренных подслучаев.



**Рис. 3.** Качественные зависимости функции  $y(t)$  при  $A > 0$  и различных знаках  $B$ : 1 –  $B = 0$ ; 2 –  $B > 0$ ; 3 –  $B < 0$ ;  $y_0 > |p|$ ; 4 –  $B < 0$ ;  $y_0 < |p|$ .

**3.  $A < 0$ .** Это, по-видимому, наиболее важный и вместе с тем сложный случай, часто встречаемый на практике. Подставляя в (25) и (28)  $A = -|A|$ , находим равенства:

$$y(t) = -p + (y_0 + p) \cdot \exp(-|A| \cdot t); \quad p \equiv -B/|A| \quad (37)$$

при тех же условиях (26).

Как и выше, рассмотрим подслучаи:

3.1.  $B = 0$  – (28)  $\Rightarrow p = 0$  – убывающая по экспоненциальному закону функция

$$y(t) = y_0 \cdot \exp(-|A| \cdot t), \quad (38)$$

имеющая нулевую горизонтальную асимптоту, свидетельствующую о том, что, например, процесс полной ЭО может длиться сколь угодно долго. Следовательно, можно ставить вопрос о времени, необходимом для достижения наперед заданной степени очистки.

3.2.  $B > 0$  – (28)  $\Rightarrow p < 0$ ; заменяем  $p = -|p|$  и из (37) получим:

$$y(t) = |p| + (y_0 - |p|) \cdot \exp(-|A| \cdot t). \quad (39)$$

Далее имеем:

3.2.1.  $y_0 > |p|$  – зависимость (39) не меняется. Носит экспоненциальный убывающий характер, однако в отличие от (38) не с нулевой, а с отличной от нуля асимптотой  $y(t) = |p|$ , лимитирующей процесс снизу. Применительно к ЭО это означает невозможность полной очистки.

3.2.2.  $y_0 < |p|$  – зависимость (39) перепишем в следующем виде:

$$y(t) = |p| - (|p| - y_0) \cdot \exp(-|A| \cdot t), \quad (40)$$

откуда видно, что функция (40) носит экспоненциальный возрастающий характер от  $y_0$  до  $|p|$ .

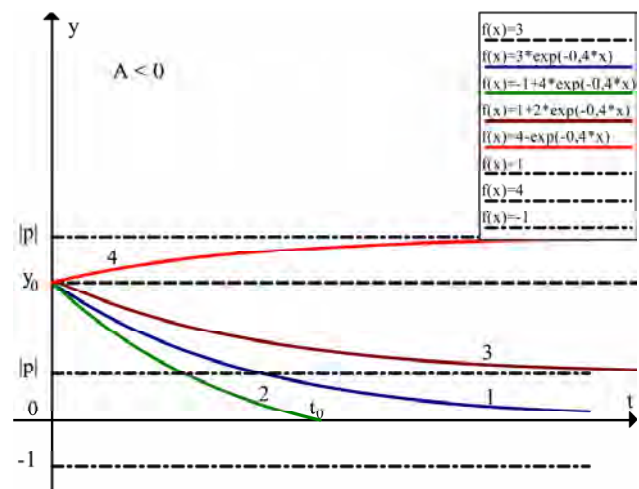
3.3.  $B < 0 \Rightarrow B = -|B| \Rightarrow p = |B|/|A| > 0$  – уравнение (37) остается без изменений, видоизменится формула для  $p$ , а искомая функция примет вид

$$y(t) = -p + (y_0 + p) \cdot \exp(-|A| \cdot t); \quad p = |B|/|A|. \quad (41)$$

Следовательно, функция экспоненциально убывающая, и, поскольку отрицательных значений принимать не может, убывает до нулевого значения за время

$$t_0 = (1/|A|) \cdot \ln[1 + (y_0 / p)]. \quad (42)$$

Соответствующие случаю  $A < 0$  графики представлены на рис. 4.



**Рис. 4.** Качественные зависимости функции  $y(t)$  при  $A < 0$  и различных знаках  $B$ : 1 –  $B = 0$ ; 2 –  $B < 0$ ; 3 –  $B > 0$ ;  $y_0 > |p|$ ; 4 –  $B > 0$ ;  $y_0 < |p|$ .

Таким образом, исчерпаны всевозможные знаки и комбинации параметров задачи  $y_0$ ,  $A$  и  $B$ , при которых процесс тепломассопереноса, описываемого уравнением (19) с начальным условием (23), возможен. Ввиду сравнительно большого количества частных возможностей проведем их обсуждение и некоторую систематизацию.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И РЕШЕНИЕ ЧАСТНЫХ ЗАДАЧ

Представленные графики (рис. 2–4) можно разделить на две группы – возрастающих и убывающих зависимостей. Применительно к теплопереносу обе группы одинаково практически важные, так как конвективный теплообмен может сопровождаться как увеличением, так и уменьшением среднеобъемной температуры теплоносителя. Применительно к массопереносу ограничимся задачами электрической фильтрации, когда со временем средняя по объему элек-



трофильтра концентрация только убывает. Перед расчетом того или иного теплообменника, сначала следует определиться с его назначением и остановиться на соответствующем виде характеристической кривой согласно рис. 2–4. Допустим, что требуется понижение температуры до условного нуля, то есть воспользуемся характеристиками, пересекающими ось времени, – это рис. 2 (прямая 3), рис. 3 (кривая 4) либо рис. 4 (кривая 2). Для этих целей рис. 2 (прямая 3) не подходит, поскольку рисунку соответствует  $A = 0$ , в то время как согласно формулам (18)  $A$  не может равняться нулю. Поэтому обращаемся к рис. 4 (кривая 2), которому соответствуют  $A > 0$ ;  $B < 0$ ;  $p < 0$ , а  $y_0 < |p|$ . Эти условия также не подходят ввиду  $A < 0$  согласно (18). Не подходит и рис. 4 (кривая 2), так как  $B < 0$ , в то время как по той же формуле (18)  $B > 0$ . Общий вывод: в рамках предлагаемых моделей такая задача неразрешима, то есть температуру нельзя снизить до нуля. Математической модели (18) отвечают кривые 3 при  $y_0 > |p|$  и 4 при  $y_0 < |p|$ . Поскольку нас интересует убывание температуры, то из этих двух случаев приемлема кривая 3, однако с ограничением снизу до асимптотического значения  $|p|$ . В других моделях как математических, так и конструктивных можно добиться любых знаков для  $A$  и  $B$ . Рассматриваемый подход анализа полученных аналитических зависимостей и графиков открывает большие возможности и, конечно, требует дальнейших уточнений и совершенствования.

Теперь обратимся к решению вопросов, сформулированных в п. 2; на первые – 1) и 2) ответы даны посредством формул (30)–(42) и графиков рис. 2–4. В указанных формулах косвенно отражены ответы и на другие вопросы, например о влиянии электрического поля на теплоперенос через толщину пограничного слоя согласно формуле (22) и другим, приведенным выше. Установившиеся значения искомых величин (концентрации, температуры) вытекают из представленных выше формул. Вопрос 4) о нахождении времени  $t_1$ , необходимого для получения наперед заданного значения величины  $y^{(1)}$ , решается очевидным образом – по обратной функции, например для формулы (38):

$$t_1 = \frac{1}{A} \cdot \ln \frac{y_0}{y^{(1)}}.$$

Эта же формула позволяет решить вопрос и об оптимальных условиях достижения наилучшего эффекта (очистки) путем анализа физических параметров, фигурирующих в ней, а также оценить параметры аппарата, в том числе полевые и конструктивные.

На основе полученных результатов представляется возможным сделать следующие выводы:

1. Кратко рассмотрено состояние вопроса о теплопереносных процессах под воздействием внешних электрических полей. Подчеркивается особая роль коронного разряда, с позиций которого обосновывается интенсифицирующее воздействие электрических полей на тепло- и массоперенос.

2. На примере электрического фильтра проанализированы особенности конвективного теплопереноса в теплообменниках, работающих на основе использования коронного разряда.

3. Сформулированы основные задачи по расчету теплообменников, в том числе и в физико-математическом аспекте.

4. Получено уравнение по расчету выходных характеристик теплообменников, температуры теплоносителя на выходе из аппарата и концентрации дисперсной фазы в случае массопереноса.

5. Проанализированы частные решения рабочего уравнения и построены соответствующие их графики.

6. Обсуждаются полученные зависимости и рекомендации по расчету электроконвективных теплообменников.

7. Приведенные результаты, являясь теоретическими предпосылками к расчетам электрических теплообменников, заслуживают более глубокого теоретического осмысления и постановки новых задач в экспериментальном плане.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Остроумов Г.А. *Взаимодействие электрических и гидродинамических полей*. М.: Наука, Физматгиз, 1979. 319 с.
2. Остроумов Г.А. Электрическая конвекция. *ИФЖ*. 1966, **10**(5), 683–695.
3. Senftleben H. A Hadrons and Nuclei. *Phys. Z.* 1931, **32**, 550–564.
4. Senftleben H., Braun W. Der Einflub Elektrischer Felder Auf Den W<sup>a</sup> Rmestrom in Gasen. *Phys. Z.* 1936, **102**(7/8), 480–506.
5. Kronig R., Schwazz N. On the theory of Heat Transfer from a Wire in an Electric Field. *Appl. Sci. Res.* 1947, **A1**, 35–46.
6. Ahsmann G., Kronig R. The Influence of Electric Fields on the Convective Heat Transfer in Liquids. *Appl. Sci. Res.* 1951, **A3**(1), 83–91.
7. Мотулевич В.П., Петров Ю.Н., Макаренко И.И. Экспериментальное исследование конвективного теплообмена в электрических полях. *Физическая газодинамика, теплообмен и термодинамика газов высоких температур*. М.: АН СССР, 1962.

8. Аладьев И.Т., Ефимов В.А. Интенсификация теплообмена в электрических полях. *ИФЖ*. 1963, **6**(8), 125–132.
9. Бабой Н.Ф., Болога М.К., Семенов К.Н. Воздействие электрических полей на теплообмен в жидкостях и газах. *Электронная обработка материалов*. 1965, (1), 57–71.
10. Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А. *Электроконвекция и теплообмен*. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
11. Жакин А.И., Кузько А.Е. Расчет ЭГД-теплообменника. *Сб. докладов IX Международной научной конференции „Problems of Electrophysics and Electrohydrodynamics of Liquids (MPEEL)“*. г. С.-Петербург, 2009. С. 44–47.
12. Самусенко А.В., Серпутыко А.М., Стишков Ю.К. Особенности теплообменных устройств на основе электрического ветра в воздухе. *Proceedings of 10-th International Conference on "Modern Problems of Electrophysics and Electrohydrodynamics of Liquids"*, Saint Petersburg, 25–28 June, 2012. С.132–134.
13. Шаталов А.Ф., Попов А.А., Кожевников Е.М. Электроконвективные потоки диэлектрических жидкостей, охлаждающих тонкий нагреватель. *Вестник СевКавГТУ. Серия физико-химическая*. Ставрополь. 1999, **3**, 66–70.
14. Ткачева Е.С., Закиян А.Р., Диканский Ю.И. Неустойчивость жидкой диэлектрической полосы в магнитной жидкости под действием магнитного и электрического полей. *Proceedings of 10-th International Conference on "Modern Problems of Electrophysics and Electrohydrodynamics of Liquids"*, Saint Petersburg, 25-28 June 2012. С. 86–87.
15. Grosu F.P., Bologa M.K., Leu V.I. and Bologa Al.M. Time Dependence of the Mass Transfer During Electro-separation. *Surf. Eng. and Appl. Electrochem.* 2012, **48**(3), 253–259.
16. Болога М.К., Гросу Ф.П., Поликарпов А.А., Моторин О.В. Конденсация парогазовой смеси в электрическом поле. *Электронная обработка материалов*. 2009, **45**(3), 57–60.
17. Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей. *Сборник докладов X Международной научной конференции 25–28 июня 2012 года*. Санкт-Петербург. СПб.: СОЛО, 2012. 290 с.
18. Капцов Н.А. *Электрические явления в газах и вакууме*. М.: Гостехиздат, 1950.
19. Райзер Ю.П. *Физика газового разряда*. Долгопрудный, 2009. 736 с.
20. Петриченко Н.А. *Электрический ветер в изолирующих жидкостях*. Автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. физ.-мат. наук. Ленинград, ЛГУ, 1973.
21. Ватажин А.Б., Лихтер В.А., Улыбышев К.Е. «Ионный ветер» в коронном разряде и его взаимодействие с внешним потоком. *Сборник докладов X Международной научной конференции „Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей“*. 25–28 июня 2012 года. Санкт-Петербург. СПб.: СОЛО, 2012. С. 44–46.
22. Bologa M.K., Grosu F.P., Polikarpov A.A. and Motorin O.V. Condensation of a Gas-vapor Mixture under the Conditions of a Corona Discharge. *Surf. Eng. and Appl. Electrochem.* 2011, **47**(4), 340–343.
23. Grosu F.P., Bologa M.K., Leu V.I. and Bologa Al.M. Electrical filtration of dielectric liquids from semiconducting and conducting particles. *Surf. Eng. and Appl. Electrochem.* 2011, **47**(4), 318–328.
24. Гросу Ф.П. Термоэлектроконвективные явления и их прикладные аспекты. Автореф. дис. на соискание ученой степени докт. хаб. техн. наук. ИПФ АНМ, Кишинев, 2009.
25. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Гидродинамика*. Наука, 1988. 733 с.
26. Лыков А.В. *Теория теплопроводности*. М.: Высшая школа, 1967. С. 600.
27. Врание Е.Г., Болога М.К., Гросу Ф.П. Теплоперенос при электрофизической обработке молочной сыворотки. *Электронная обработка материалов*. 2012, **48**(6), 74–79.

Поступила 21.03.12

### Summary

A brief analysis of the state-of-the-art in the area of heat and mass transfer from the point of view of its intensification, as well as the design of the heat exchangers based on the use of strongly non-uniform electric field and the presence of corona discharge is presented. An electric precipitator is taken as an example for consideration of peculiarities of electroconvective heat and mass exchanger based on the principle of corona discharge. The main problems that arise in the design of heat and mass transfer exchangers are formulated. A working equation describing the above mentioned problems is obtained and the corresponding partial solutions are found.