

## О ТЕОРЕТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ОХЛАЖДЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Объединённый институт высоких температур РАН,  
ул. Ижорская, 13, строение 2, 125412, г. Москва,  
Московский физико-технический институт,  
Долгопрудный, Институтский переулок, 4/9, [msa@ihed.ras.ru](mailto:msa@ihed.ras.ru)

### Введение

Впервые отклонения от закона Ома для слабоионизованных сред в предпробойных постоянных по времени приложенных полях плоского конденсатора экспериментально обнаружил Пуль [1].

Теоретически этот экспоненциальный рост проводимости рассматриваемых сред с ростом модуля напряженности электрического поля обосновал Френкель [2], используя уравнение типа Арениуса для зависимости объёмной скорости ионизации от температуры. Переход к зависимости проводимости от температуры при этом осуществлялся в [2] постулированием равенства объёмных скоростей ионизации нейтральных молекул и рекомбинации зарядов без учёта нестационарных эффектов, влияния диффузии и скорости дрейфа заряженных частиц в сильных электрических полях на проводимость, а также течений рассматриваемых сред в таких полях на распределение свободных зарядов.

В [3] показано, что для применения такой формулы Френкеля как для изотермических, так и неизотермических режимов достаточно выполнения плазменного условия квазинейтральности исследуемых сред в слабых и предпробойных электрических полях. Неизотермическим высоковольтным режимом можно считать охлаждение маслонаполненных трансформаторов, температура которых может превышать у их нагреваемых поверхностей комнатную температуру на 100К[4]. Поэтому для охлаждения трансформатор заполняется теплопроводным, жидким теплоносителем (трансформаторным маслом). Макроскопическое (термодинамическое) описание такого охлаждения с учётом взаимодействия рассматриваемого теплоносителя с генерируемым трансформатором предпробойным электрическим полем и предлагается в настоящей работе.

### Теоретическая модель и анализ влияния предпробойного напряжения на охлаждение трансформаторов

Представленная модель разработана автором настоящей статьи не только для изотермических предпробойных режимов. Считаем, что объёмные концентрации положительных и отрицательных зарядов, а также нейтральных и молекул, возможно, имеющих примесей удовлетворяют соотношениям

$$n_{\pm} \ll n_a, \quad (1)$$

$$W_I = W_I(n_a, n_p, T, |E|) = W_I(n_a, n_p, T, 0) f(|E|). \quad (2)$$

Первое из приведенных выше соотношений является необходимым условием слабой частичной диссоциации исследуемых сред сложного молекулярного состава. При выписывании второго учтено наблюдаемое в экспериментах влияние примесей на их низковольтную проводимость. Рассматриваем только ионную рекомбинацию зарядов, коэффициент которой удовлетворяет соотношению

$$\begin{cases} W_r = K_r n_+ n_- \\ K_r = \frac{(b_+ + b_-) |e|}{\varepsilon \varepsilon_0} \end{cases} \quad (3)$$

Это соотношение для  $K_r$  получено Ланжевеном в 1903 году, а для коэффициента диффузии используем более известное соотношение Нернста-Эйнштейна

$$D_{\pm} = \frac{k_B T b_{\pm}}{|e|}. \quad (4)$$

Для анализа влияния предпробойной напряжённости на объёмную скорость диссоциации рассматриваемых сред используем соотношение, полученное Френкелем в [2]:

$$f(\vec{E}) = \exp(\beta|\vec{E}|/2); \quad \beta = \frac{3}{\sqrt{\pi\epsilon\epsilon_0} k_B T}. \quad (5)$$

Система макроскопических уравнений предпробойного объёмного зарядообразования в рассматриваемых средах (с учётом ионной диффузии, а также дрейфа заряженных частиц в самосогласованном с полем образующегося объёмного заряда электрическом поле) и гидродинамического переноса образующегося объёмного заряда вязким потоком, в том числе и течениями в достаточно сильных (предпробойных) электрических полях в соответствии, например, с нашей предыдущей работой [3], получается в виде

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla q) - \frac{k_B T b}{|e|} \Delta q + (\vec{E}, \nabla \sigma) = -\frac{q\sigma}{\epsilon\epsilon_0}, \quad \Delta\phi = -\frac{q}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla \sigma) + b^2 (\vec{E}, \nabla q) - \frac{k_B T b}{|e|} \Delta \sigma - \frac{\sigma^2}{\epsilon\epsilon_0} \exp(\beta|\vec{E}|/2) + \frac{\sigma^2}{\epsilon\epsilon_0} = 0. \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (8)$$

$$\vec{\chi} = \operatorname{rot} \vec{V} \quad (9)$$

$$\rho \frac{d\vec{\chi}}{dt} - \rho (\vec{\chi}, \nabla) \vec{V} - \rho \nu \Delta \vec{\chi} = [\nabla q, \vec{E}]. \quad (10)$$

Начальные условия выглядят следующим образом:

$$q(t=0) = V(t=0) = 0; \quad \sigma(t=0) = \sigma_0. \quad (11)$$

Граничные условия зависят от характера ионизационных (электрохимических) реакций и гидродинамики теплоносителя у поверхности трансформатора, а также у свободной границы масла, которым он наполняется и охлаждается. В частности, с учётом достаточно большой вязкости рассматриваемых масел у твёрдой поверхности трансформатора по [5] соблюдается условие прилипания. При выводе системы (6)–(11) из выписанной нами ранее системы уравнений в [3] теряются решения с точностью до ротора рассматриваемых дифференцируемых функций. Но на описываемое охлаждение может влиять только вихревая составляющая течений, обусловленных взаимодействием теплоносителя с предпробойным электрическим полем. Поэтому в настоящей работе уравнения выписаны только для этой составляющей.

В случае теоретического моделирования охлаждения трансформаторов, а также любого другого типа теплообмена с учётом влияния на него предпробойных электрогидродинамических течений к выписанной выше системе уравнений по [5] следует добавить уравнение притока тепла, в котором коэффициент теплопроводности в рассматриваемом диапазоне температур масел можно считать константой в соответствии, например, с [4]. В [3] такое же уравнение притока тепла выписывалось нами

для плазмы продуктов частичного сгорания легко воспламеняющихся сред. Отличие будет только в уравнениях. В [3] для продуктов частичного горения жидкостей и плотных газов использовалось уравнение состояния идеального газа. По [5] для исследуемого предпробойного охлаждения в качестве уравнения состояния можно использовать линейную зависимость плотности от  $T$  (приближение Буссинеска). Такое приближение для уравнения состояния жидкостей, взаимодействующих с электромагнитным полем, используется и при более высоких температурах в случае магнитогидродинамического теплообмена [6]. Для описания предпробойного охлаждения трансформатора маслом можно использовать как теоретическую, так и техническую литературу. Теоретическая формула из [5]:

$$\text{Nu}=\text{C}, \quad (12)$$

полученная с использованием указанной выше системы гидродинамических и термодинамических уравнений Буссинеска при малых  $\text{Re}$  (без учёта предпробойной электрогидродинамики) и небольших  $\text{Pr}$ , согласуется с представлениями технической литературы об охлаждении вязкими теплоносителями импульсных трансформаторов и других нагреваемых устройств, в которых отсутствует высокое напряжение. С учётом такого напряжения выведем формулу, уточняющую (12), для трансформаторов, генерирующих переменное электрическое поле, так как наблюдаемые при охлаждении таких трансформаторов течения масла [7], обусловленные предпробойным электрическим полем и описываемые системой уравнений (6)–(10), влияют на такое охлаждение. При разложении в ряд по малым числам дополнительного критерия к  $\text{Re}$  и  $\text{Pr}$  получается в первом приближении:

$$\text{Nu}=\text{C}+k\text{He}, \quad (13)$$

где вводимый нами в настоящей работе для описания охлаждения высоковольтных устройств вязкими теплопроводными средами электрогидродинамический аналог магнитогидродинамического числа Гартмана [8] является отношением не амперовых, как в [8], а кулоновских сил к силам вязкого трения. А именно:

$$\text{He} = U \sqrt{\frac{\sigma_0}{\rho\nu}}, \quad (14)$$

где кинематическую вязкость в рассматриваемом диапазоне температур можно считать константой. Ввиду временной переменности генерируемого трансформатором высокого напряжения при выводе (13) наряду с эффективным напряжением  $U$  рассматривается не остроумовское по [9] выражение для установившегося  $q$ , а выражение для  $q$  в начальные моменты его образования, выведенное в нашей предыдущей статье [9]. При этом формула (13) получается из соображений подобия и размерностей [5] как первое приближение разложения дифференцируемой функции  $f(\text{He})$  в тэйлоровский ряд по степеням  $\text{He} \ll 1$ . Оценки свидетельствуют, что формулу (13) можно применять для трансформаторов переменного тока, разработанных на эффективное напряжение 100 кВ·А, например, для трансформаторов с эффективным напряжением 500 кВ первое приближение ряда по степеням  $\text{He}$ , приводящее к (13), уже неприменимо. Неприменимо оно и для импульсного трансформатора, так как в таких трансформаторах объёмный заряд, являющийся причиной течений, образовываться не успевает. Вместе с тем из формулы (14) следует, что безразмерный коэффициент теплоотдачи  $\text{Nu}$  от трансформатора в масло может существенно зависеть от генерируемого трансформатором эффективного напряжения, а также от вязкости, плотности и низковольтной проводимости теплоносителей (масел).

График зависимости  $\text{Nu}(U)$  по (13) является обычной линейной зависимостью для предпробойных  $U$ ,  $\sigma_0$  – низковольтная проводимость трансформаторного масла;  $U$  – генерируемое трансформатором электрическое напряжение;  $C$  – константа;  $e$  – заряд иона при частичной диссоциации молекул теплоносителя (трансформаторного масла);  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $D$  – коэффициент диффузии;  $b$  – коэффициент подвижности;  $q$  – объёмная плотность заряда;  $V$  – скорость среды;  $n$  – концентрация;  $E$  – напряженность электрического поля;  $\text{Nu}$  – число Нуссельта;  $\text{Re}$  – число Рейнольдса;  $t$  – время;  $\chi$  – завихренность;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость;  $I$  – сила тока;  $T$  – абсолютная температура;  $f$  – функция скалярного или векторного аргумента;  $W$  – объёмная скорость образования зарядов;  $k$  – коэффициент пропорциональности;  $\text{He}$  – электрогидродинамический аналог магнитогидродинамического числа Гартмана;  $\text{Pr}$  – число Прандтля.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Poole H.H.* On the dielectric constant and electric conductivity of mica in intense fields // *Philosophical Magazine*, 1916, S. 6, V.2, №187, p. 112–129.
2. *Френкель Я.И.* К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных полупроводниках // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1938. Т. 8. Вып. 12. С. 1291–1301.
3. *Апфельбаум М.С.* Уравнения равновесной ионизации продуктов горения в электрическом поле // *Физика горения и взрыва*. 1988. № 2. С. 60–65.
4. *Мамедов Ф.Ф., Кулиев Ф.А., Азизов А.Г.* Теплофизические свойства энергетических масел // *Химия и технология топлив и масел*. 1999. № 6. С. 26–28.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 730 с.
6. *Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В.* Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985. 315 с.
7. *Дарьян Л.А., Коробейников С.М.* Диффузионные процессы в маслonaполненном оборудовании // *Сборник докладов VIII Международной научной конференции “Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей”*, Санкт-Петербург, 2006. С. 49–51.
8. *Брановер Г.Г. и Цинобер А.Б.* Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. М.: Наука, 1970. 380 с.
9. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979.
10. *Апфельбаум М.С.* Об одной расчётной схеме электрогидродинамических течений // *Электрохимия*. 1986. Вып. 11. С. 1463–1471.

*Поступила 01.03.10*

### Summary

The theoretical model of electrohydrodynamic prebreakdown phenomena in the weakly ionized media is proposed. Differential equations and initial conditions for describing heat transfer in transformer are written. The Nusselt number dependence on high voltage is obtained.

---