

## ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ СКРЕЩЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ

\*\*Государственный аграрный университет Молдовы,  
ул. Мирчеашть, 44, г. Кишинев, MD-2049, Республика Молдова

\*Институт прикладной физики АНМ,  
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD-2028, Республика Молдова, [mbologa@phys.asm.md](mailto:mbologa@phys.asm.md)

**Введение.** Интерес к приложениям скрещенных электрических и магнитных полей вызван необходимостью решения ряда технических задач, таких как разделение изотопов, массоэлектроскопия [1], магнитогидродинамическая сепарация [2], очистка и опреснение воды [3, 4], и др. Применение постоянных полей для этих целей ограничено электролизными эффектами и одним из перспективных путей устранения нежелательных явлений – использованием переменных синхронных электрических и магнитных полей. При этом в качестве одной из первичных возникает задача о движении частицы под воздействием скрещенных полей. Несмотря на существование отдельных решений аналогичных задач, в известной литературе они отсутствуют [5–8].

**Постановка и решение задачи.** Пусть векторы напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и магнитной индукции  $\vec{B}$  заданы равенствами:

$$\vec{E} = \vec{k}E_0 \cos \omega t, \quad \vec{B} = \vec{i}B_0 \cos \omega t, \quad (1)$$

где  $E_0$  и  $B_0$  – амплитуды полей,  $\omega$  – их частота,  $\vec{i}$  и  $\vec{k}$  – единичные орты координатных осей  $x$ ,  $z$  соответственно.

Будем считать, что частица с зарядом  $q$  и массой  $m$  в начальный момент  $t=0$  покоилась в начале координат, то есть

$$\vec{r}|_{t=0} = 0; \quad \vec{V}|_{t=0} = 0. \quad (2)$$

Уравнения движения частицы с учетом (1) примут вид

$$\begin{aligned} V_x' &= 0, \\ V_y' &= \frac{qB_0}{m} V_z \cos \omega t, \\ V_z' - \left( \frac{qE_0}{m} - \frac{qB_0}{m} V_y \right) &= \cos \omega t. \end{aligned} \quad (3)$$

Из первого уравнения системы (3) с учетом (2) следует  $V_x = \text{const} = 0$ , то есть движение частицы происходит в плоскости  $yoz$ .

Для решения оставшихся двух уравнений полагаем

$$\xi = \sin \omega t. \quad (4)$$

Тем самым исключаем из (3)  $\cos \omega t$ :

$$\begin{aligned} V_y' &= \frac{\omega_0}{\omega} V_z, \\ V_z' &= \frac{qE_0}{\omega m} - \frac{\omega_0}{\omega} V_y, \\ \omega_0 &\equiv qB_0 / m, \end{aligned} \quad (5)$$

где штрих означает производную по новой переменной  $\xi$ . Исключив из первого уравнения системы (5)  $V_z$ , получим

$$V_y'' + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} V_y = \frac{qE_0\omega_0}{\omega^2 m}. \quad (6)$$

Определив отсюда  $V_y$ , затем  $V_z$  из (5) с учетом начальных условий (2), окончательно найдем:

$$V_y = \frac{2E_0}{B_0} \sin^2 \left( \frac{\omega_0}{2\omega} \sin \omega t \right), \quad (7)$$

$$V_z = \frac{E_0}{B_0} \sin \left( \frac{\omega_0}{\omega} \sin \omega t \right).$$

Предельным переходом  $\omega \rightarrow 0$  получаем случай постоянных полей [5]:

$$V_y = \frac{2E_0}{B_0} \sin^2 \left( \frac{\omega_0 t}{2} \right), \quad (8)$$

$$V_z = \frac{E_0}{B_0} \sin \omega t.$$

Из (7) и (8) видно, что как и в случае постоянных полей, так и переменных синхронных, имеется средняя, отличная от нуля, составляющая скорости дрейфа частицы в направлении ОУ, перпендикулярном направлению полей. Причем это направление определяется знаком отношений  $\frac{E_0}{B_0}$  и не зависит от знака заряда, в то время как в направлении оси z средняя скорость  $V_z = 0$ .

Для того чтобы иметь лучшее представление о характере движения, найдем из (7) годограф скорости, предварительно представив  $V_y$  в виде

$$V_y = \frac{E_0}{B_0} [1 - (\cos \delta \sin \varphi)], \quad (9)$$

где  $\delta = \omega_0 / \omega$ ;  $\varphi = \omega t$ .

Тогда из (8) и (9) следует

$$\left( V_y - \frac{E_0}{B_0} \right)^2 + V_z^2 = \left( \frac{E_0}{B_0} \right)^2, \quad (10)$$

то есть годограф скорости представляет собой окружность (рис. 1).

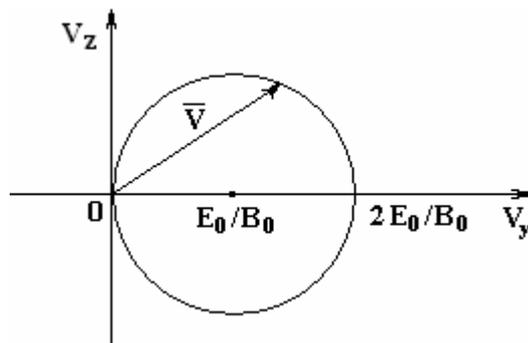


Рис. 1. Годограф скорости

Из рисунка видно, что частица  $V_z$ , совершая колебания, по вертикали дрейфует в направлении  $V_y$  ( $E_0/B_0 > 0$ ).

Далее находим среднее значение дрейфовой скорости  $V_y$ , так как им определяется эффективность воздействия полей на тот или иной процесс.

Усредняя (9) по времени, получаем

$$\bar{V}_y = \frac{E_0}{B_0} \left[ 1 - \overline{\cos(\delta \sin \varphi)} \right],$$

где черта означает среднее значение по времени  $t \rightarrow \infty$ . Теперь воспользуемся соотношением для функций Бесселя [9]:

$$\cos(\delta \sin \varphi) = I_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_{2n}(\delta) \cos 2n\varphi.$$

Учитывая правила усреднения и то, что  $\overline{\cos 2n\varphi} = 0$ , окончательно найдем

$$\bar{V}_y = \frac{E_0}{B_0} [1 - I_0(\delta)], \quad (11)$$

где  $I_0(\delta)$  – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка действительного аргумента  $\delta$ . В случае постоянных полей в (11) следует положить  $\omega = 0$ , то есть  $\delta = \frac{\omega_0}{0} = \infty$ . Следовательно, для постоянных полей

$$\bar{V}_y = \frac{E_0}{B_0},$$

так как  $I_0(\infty) = 0$ .

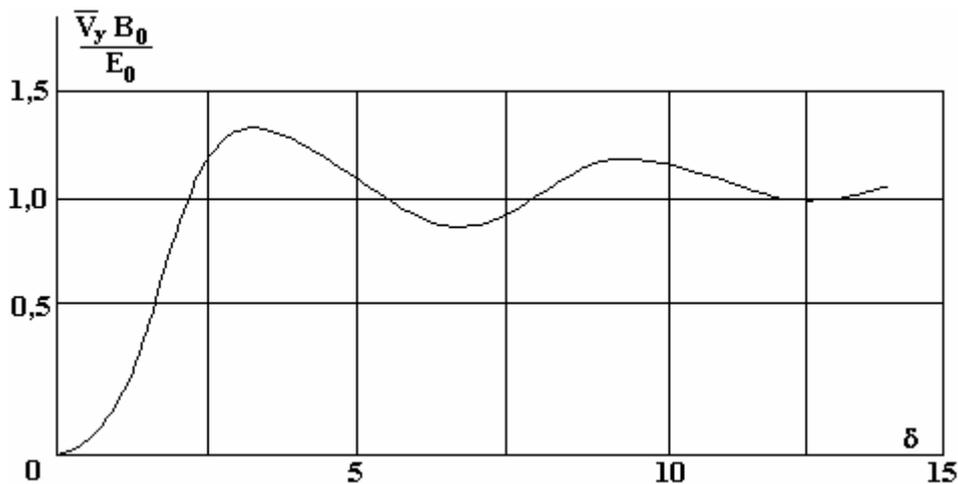


Рис. 2. Зависимость  $(\bar{V}_y B_0) / E_0$  от  $\delta$

График зависимости  $(\bar{V}_y B_0) / E_0$  от  $\delta$  представлен на рис. 2. Как видно, средняя скорость проходит через последовательность убывающих по величине максимумов. Наибольшего значения средняя скорость достигает при  $\delta = 3,8$ , когда

$$\bar{V}_{y, \max} \cong 1,403 \frac{E_0}{B_0}. \quad (12)$$

Независимость направления дрейфа частицы от знака их заряда означает, что как положительные, так и отрицательные частицы мигрируют в одном направлении, что делает возможным применение скрещенных переменных полей в целях отделения заряженных подсистем более перспективным по сравнению с другими методом, в том числе и методом разделения зарядов в противоположные стороны, когда возникает препятствующая движению разность потенциалов.

Максимальная средняя скорость движения частиц почти в полтора раза превышает таковую в случае постоянных полей. Оценим частоту  $\omega$ , при которой должен наблюдаться 1-й максимум. Приняв  $m \sim 10^{-26}$  кг,  $q \sim 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $B_0 \sim 10^{-3}$  Тл, найдем  $\omega_0 = 5$  кГц.

Такая частота легко может быть реализована на практике.

Заметим, что увеличение массы частицы требует пропорционального увеличения индукции магнитного поля для достижения максимума ( $\delta = 3,8$ ), что, с другой стороны, приводит к уменьшению средней скорости из-за множителя  $E_0/B_0$ , поэтому применение переменных полей предпочтительнее для очистки среды от микрочастиц, например для обессоливания.

Если все-таки массы велики, а увеличение индукции магнитного поля нежелательно, то режим процесса можно вести на более далеких максимумах, следующий из которых достигается при  $\delta \approx 10$ , когда  $\bar{V}_{y \max} \sim 1,25 \frac{E_0}{B_0}$ .

Сами скорости частиц при незначительных напряженностях полей достигают значительных величин. Так, для приведенного выше числового примера при  $E_0 \sim 1B/m$   $V_{y \max} \sim 1,4$  км/с. Это, конечно, большая величина, что обусловлено, в первую очередь, неучетом сил вязкости при движении частиц в реальных средах. Поэтому описанные здесь эффекты прежде всего должны проявиться в газах.

Наконец отметим еще одну особенность воздействия на среды поперечных переменных синхронных полей, а именно зависимость средней скорости  $V_y$  от массы частиц. Такая зависимость делает возможным извлечение из замкнутой фазы той или иной фракции путем регулирования частоты и индукции магнитного поля.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Арцимович А.А., Лукьянов С.Ю. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. М.; Л.: Наука, 1972.
2. Поех И.Л., Чекин Б.В. Магнитогидродинамическая сепарация. Киев: Наукова думка, 1978.
3. Слесаренко Н.Н. Современные методы опреснения морских и соленых вод. М.: Энергия, 1973.
4. Усатенко Н.Т. Влияние электрофизического воздействия на водосодержащие жидкие системы // Магнитная обработка водных систем. М.: 1981.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1978.
6. Росси Б.С., Ольберт С. Введение в физику космического пространства. М.: Атомиздат, 1974.
7. Акасофу С.И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. Ч.2. М.: Мир, 1975.
8. Гросу Ф.П., Болога М.К., Кожухарь И.А. Движение заряженной частицы в постоянном поле плосконе параллельного конденсатора // Электронная обработка материалов. 2004. № 3. С. 28–36.
9. Янке Е., Эмде Ф., Лейт Ф. Специальные функции. М., 1977.

Поступила 05.11.07

## Summary

Deduction of the formulas for velocity of charged particle in the external crossed electric and magnetic fields, synchronously varying according to a cosine law, is given. Physical peculiarities of the motions under the consideration as well as their practical applications are discussed.

---