С.О. Ширяева, А.И. Григорьев

О СТАБИЛИЗАЦИИ КАПИЛЛЯРНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СТРУИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ ОБЪЕМНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
ул. Советская, 14, г. Ярославль, 150000, Россия, shir@uniyar.ac.ru

Введение. Явлению неустойчивости заряженной поверхности жидкости, приводящему к выбросу на нелинейной стадии реализации феномена неустойчивой поверхностью сильно заряженных струй, распадающихся полидисперсным образом на отдельные капли, посвящено большое количество экспериментальных и теоретических исследований в связи с многочисленными академическими, техническими и технологическими приложениями (см., например, обзоры и монографии [1–12]), в них проанализировано состояние исследований в различных сферах использования обсуждаемого явления.) Несмотря на обилие теоретических и экспериментальных работ по изучению неустойчивости движущейся струи жидкости и феномена дробления ее на отдельные капли, многое в физике происходящих процессов остается до сих пор не выясненным и по-прежнему привлекает внимание исследователей.

Формулировка задачи. Пусть дана бесконечная, движущаяся вдоль оси симметрии с постоянной скоростью U_0 цилиндрическая струя идеальной несжимаемой жидкости с массовой плотностью ρ, диэлектрической проницаемостью ε_{in} и коэффициентом поверхностного натяжения σ, имеющая радиус *R*. Окружающее струю пространство характеризуется диэлектрической проницаемостью ε_{ex} и пренебрежимо малой массовой плотностью. Примем, что струя заряжена и что в рамках модели "вмороженного" заряда он распределен равномерно по объему с плотностью μ, при этом на единицу длины струи приходится заряд $\eta \equiv \pi R^2 \mu$.

Поскольку мы рассматриваем бесконечную струю, то для упрощения задачи перейдем в инерциальную систему координат, движущуюся вместе со струей с такой же скоростью U_0. Очевидно, что в такой системе отсчета поле скоростей течения жидкости в струе $U(r,t)$ полностью определяется возможными (имеющими, например, тепловую природу) капиллярными осцилляциями ее поверхности и является величиной такого же порядка малости, что и амплитуда колебаний. Будем искать критические условия реализации неустойчивости капиллярных колебаний поверхности такой струи.

Все расчеты проведем в цилиндрической системе координат с осью *OZ*, совпадающей с осью симметрии струи, орт n_z которой направлен вдоль вектора скорости U_0. В безразмерных переменных, где радиус струи *R*, плотность жидкости ρ и коэффициент поверхностного натяжения σ выбраны в качестве основных масштабов $(R = \rho = \sigma = 1)$, уравнение свободной поверхности струи, подверженной произвольным осцилляциям малой амплитуды, может быть записано в виде

$$r = 1 + \varepsilon \cdot \xi(\varphi, z, t);$$

где ε – амплитуда колебаний $(\varepsilon \ll 1)$; $\xi(\varphi, z, t)$ – возмущение поверхности струи $|\xi(\varphi, z, t)| \sim 1$, вызванное капиллярными волнами на ее поверхности.

Математическая формулировка задачи о расчете капиллярных осцилляций струи состоит из уравнений гидродинамики и электростатики (в предположении, что скорость движения жидкости много меньше релятивистской):

$$\frac{\partial U}{\partial t}+(U\bullet\nabla)U=-\frac{1}{\rho}\nabla p; \qquad divU=0.$$

$$\Delta\Phi^{in}=-4\pi\frac{\mu}{\varepsilon_{in}},\ \Delta\Phi^{ex}=0,$$

с граничными условиями:

$$r=R+\xi: \quad \frac{dF}{dt}=0,\ \ F(r,\varphi,z,t)=r-\left(1+\varepsilon\cdot\xi(\varphi,z,t)\right)=0;$$

$$-(P-P_{\text{атм}})+div\vec{n}-P_q=0;\ \Phi^{in}=\Phi^{ex};$$

$$\varepsilon_{in}\,\vec{n}\cdot\nabla\Phi_{in}=\varepsilon_{ex}\,\vec{n}\cdot\nabla\Phi_{ex};$$

$$r\to 0: \quad \Phi^{in}\to 0; \quad |U|<\infty;$$

$$r\to\infty:\Phi^{ex}\to 0.$$

$P_{\text{атм}}$ – давление атмосферы; $U(r,t)$, $P(r,t)$– поле скоростей и поле давлений внутри струи; P_q – давление электростатического поля на поверхность струи; Φ^{in} и Φ^{ex} – электрические потенциалы внутри и вне струи соответственно.

Кроме выписанных условий должно выполняться требование постоянства объема участка струи, длина которого равна длине волны λ:

$$\int\limits_{z_0}^{z_0+\lambda}\int\limits_{0}^{1+\xi}\int\limits_{0}^{2\pi} dzrdrd\varphi=\pi\lambda.$$

Дисперсионное уравнение. Решение сформулированной задачи можно представить в виде

$$\xi(\varphi,z,t)=C_1\cdot\exp\left[i(kz-\omega t+m\varphi)\right];$$

$$\psi(\vec{r},t)=C_2\cdot I_m(kr)\cdot\exp\left[i(kz-\omega t+m\varphi)\right];$$

$$\Phi_{in}(\vec{r},t)=C_3\cdot I_m(kr)\cdot\exp\left[i(kz-\omega t+m\varphi)\right];$$

$$\Phi_{ex}(\vec{r},t)=C_4\cdot K_m(kr)\cdot\exp\left[i(kz-\omega t+m\varphi)\right]. \qquad (1)$$

$I_m(k)$ и $K_m(k)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода; m - азимутальный параметр. Не останавливаясь на процедуре отыскания решения, детально описанной в [9–10], сразу выпишем дисперсионное уравнение задачи для осесимметричных волн [9]:

$$\omega^2=g(k)\left[k^2-1+W\cdot F(k,\varepsilon_{in},\varepsilon_{ex})\right]; \qquad (2)$$

$$F(k,\varepsilon_{in},\varepsilon_{ex})\equiv\frac{1}{\left(\varepsilon_{in}\cdot g(k)-\varepsilon_{ex}\cdot h(k)\right)\cdot\varepsilon_{in}\cdot\varepsilon_{ex}}\Big[(\varepsilon_{in}-\varepsilon_{ex})^2\cdot g(k)\cdot h(k)+$$

$$+\varepsilon_{in}\cdot(\varepsilon_{in}-\varepsilon_{ex})\cdot g(k)+3\varepsilon_{ex}\cdot(\varepsilon_{in}-\varepsilon_{ex})\cdot h(k)+4\varepsilon_{in}\cdot\varepsilon_{ex}\Big];$$

$$W\equiv\pi\mu^2\equiv\eta^2/\pi; \qquad g(k)\equiv k\cdot I_1(k)/I_0(k); \qquad h(k)\equiv -k\cdot K_1(k)/K_0(k).$$

Здесь следует отметить, что зарядовый параметр W определяется как отношение давления электрического поля собственного заряда на поверхность струи к давлению сил поверхностного натяжения под ее цилиндрической поверхностью. Поскольку W выражается через заряд, приходящийся на единицу длины струи, и в математическую формулировку задачи не входят никакие физические характеристики трансляции заряда, то полученное дисперсионное уравнение может быть использовано и для исследования волн на однородно заряженной поверхности идеально проводящей струи при выполнении в дисперсионном уравнении предельного перехода $\varepsilon_{in}\to\infty$.

Анализ результатов. Из дисперсионного уравнения (2) видно, что когда его правая часть положительна, то частоты вещественны, а осесимметричные волны на поверхности струи устойчивы. Если же правая часть дисперсионного уравнения отрицательна, то частоты $\omega_{1,2}$ становятся мнимыми комплексно-сопряженными. Мнимому решению дисперсионного уравнения со знаком «плюс» перед мнимой единицей согласно (1) будет соответствовать экспоненциально растущее со временем решение. В связи со сказанным анализ возможности стабилизации струи можно провести на основе исследования дисперсионного уравнения.

Функция $g(k)$, стоящая множителем в правой части дисперсионного уравнения, всегда положительна [8]. В отсутствие электрического заряда на струе (при $W = 0$) в соответствии с общей теорией капиллярной неустойчивости струи [11], приводящей к ее дроблению на отдельные капли под действием капиллярных сил, дисперсионное уравнение имеет мнимые решения в диапазоне волновых чисел: $0 \le k < 1$. При $W \ne 0$ знак правой части дисперсионного уравнения определится функцией $F(k, \varepsilon_{in}, \varepsilon_{ex})$, стоящей множителем при параметре *W*. В области значений физических параметров, где $F(k, \varepsilon_{in}, \varepsilon_{ex}) < 0$, заряд струи будет ее дестабилизировать, приводя к расширению диапазона волновых чисел, соответствующих неустойчивым волнам, и к увеличению инкрементов неустойчивости [8,10]. В области значений физических параметров, где $F(k, \varepsilon_{in}, \varepsilon_{ex}) > 0$, заряд струи будет ее стабилизировать, приводя к сужению диапазона волновых чисел, соответствующих неустойчивым волнам, и к снижению инкрементов неустойчивости [8,10].

Капиллярно-электростатическая и электростатически-капиллярная неустойчивости струй. На рис. 1 приведены рассчитанные по (2) при $\varepsilon_{ex} = 1$ и различных значениях ε_{in} зависимости $F(k)$. Верхние две кривые рассчитаны для жидкого гелия и жидкого водорода соответственно, остальные кривые – для абстрактных жидкостей с заданными диэлектрическими проницаемостями. Несложно видеть, что в широком диапазоне значений диэлектрической проницаемости жидкости ε_{in} для длинных волн (малых *k*) функция $F(k) > 0$, а для коротких волн (больших *k*) – $F(k) < 0$. Более детальную информацию об устойчивости струй жидкостей с различными диэлектрическими проницаемостями ε_{in} при различных величинах электрического заряда, приходящегося на единицу длины струи (при различных *W*), можно получить из кривых зависимости квадрата частоты волны ω^2 от волнового числа *k*, приведенных на рис. 2 и 3.

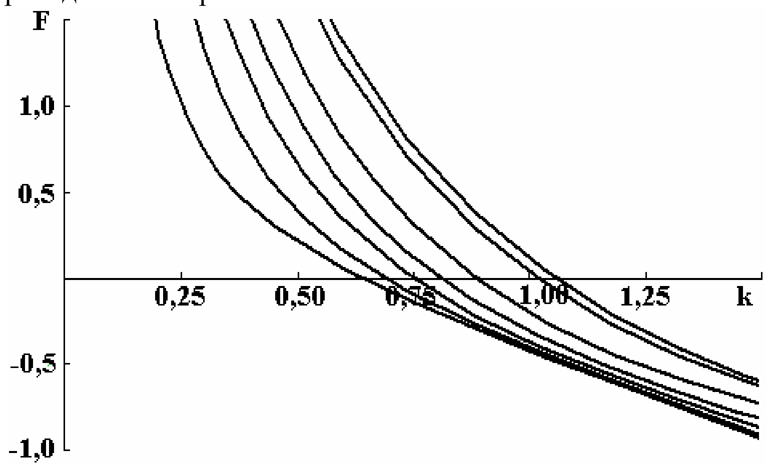


Рис. 1. Зависимости $F(k)$, построенные при $\varepsilon_{ex} = 1$ и различных значениях ε_{in} (сверху вниз): $\varepsilon_{in} = 1{,}048$; $\varepsilon_{in} = 1{,}23$; $\varepsilon_{in} = 2{,}5$; $\varepsilon_{in} = 5$; $\varepsilon_{in} = 10$; $\varepsilon_{in} = 25$; $\varepsilon_{in} = 80$

На рис. 2,*а–б* приведены зависимости квадрата частоты капиллярной волны на поверхности струи жидкого гелия $\varepsilon_{in} = 1{,}048$ (*а*) и жидкого водорода $\varepsilon_{in} = 1{,}23$ (*б*) от волнового числа рассчитанные при различных значениях электрического заряда, приходящегося на единицу длины струи (параметра *W*). Расчеты показывают, что все кривые с $W \ne 0$ входят в начало координат сверху, со стороны положительных значений ω^2, и только кривая, соответствующая незаряженной струе ($W = 0$), входит в начало координат снизу. Из рис. 2 видно, что при увеличении парметра *W* от значения $W = 0$ зона значений волновых чисел $0 \le k < 1$, в которой осесимметричные волны претерпевают капиллярную неустойчивость при $W = 0$, сужается, в основном начиная с левого конца диапазона $0 \le k < 1$, смещаясь к правому концу, который слабо смещается навстречу распространения зоны. Величина инкремента неустойчивости волны, определяющаяся глубиной минимума на кривых, при этом уменьшается. При $W = 0{,}615$ для жидкого гелия (см. рис. 2,*а*) и при $W = 0{,}87$ для жидкого водорода (см. рис. 2,*б*) вся кривая $\omega^2 = \omega^2(k)$ оказывается в верхней положительной части плоскости $\{k, \omega^2\}$, и на интервале значений волновых чисел $0 \le k \le 1$ исчезают отрицательные значения ω^2. Это означает, что при таких значениях зарядового параметра имеет место полная стабилизация струй жидкого гелия и жидкого водорода объемным электрическим зарядом.

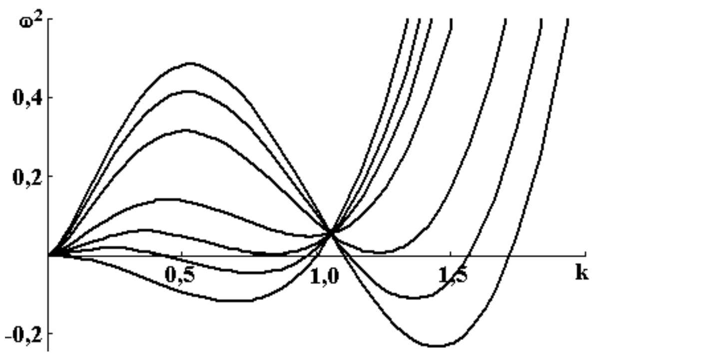


Рис. 2,а. Зависимости квадрата частоты волны от волнового числа, рассчитанные для жидкого гелия при $\varepsilon_{ex} = 1$ *и различных значениях параметра* W *(снизу вверх по левому краю):* $W = 0$; $W = 0,35$; $W = 0,615$; $W = 1$; $W = 1,77$; $W = 2,2$; $W = 2,5$

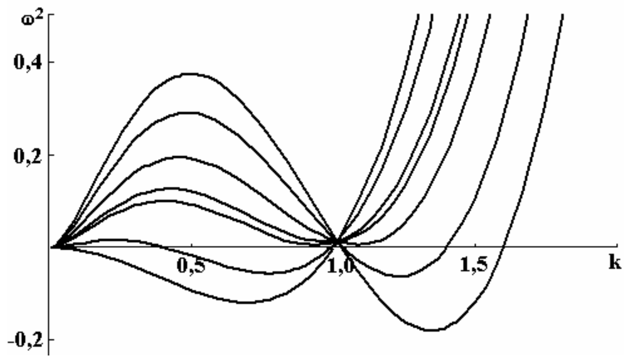
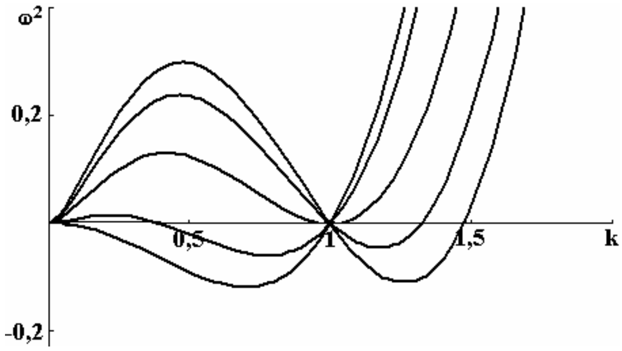


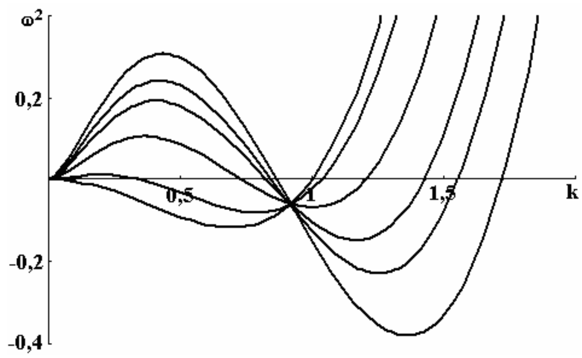
Рис. 2,б. Зависимости квадрата частоты волны от волнового числа, рассчитанные для жидкого водорода при $\varepsilon_{ex} = 1$ *и различных значениях параметра* W *(снизу вверх по левому краю):* $W = 0$; $W = 0,35$; $W = 0,87$; $W = 1$; $W = 1,33$; $W = 1,8$; $W = 2,2$

Естественно задаться вопросом, как станет вести себя струя при дальнейшем увеличении зарядового параметра *W* (объемного электрического заряда). Ответ на это вопрос дают рис. 2,*а-б*. Несложно видеть, что с ростом *W* при $W > 0,615$ для жидкого гелия (см. рис. 2,*а*) и при $W > 0,87$ для жидкого водорода (рис. 2,*б*) кривая зависимости $\omega^2 = \omega^2(k)$, лежащая в верхней полуплоскости, деформируется, на ней правее точки $k = 1$ появляется точка перегиба. Левая по отношению к точке перегиба часть кривой выгибается вверх, а правая – вниз, так, что образуются два экстремума: максимум левее точки перегиба, минимум – правее. Для жидкого гелия при $W = 1,77$, а для жидкого водорода при $W = 1,33$, минимум на кривой касается оси абсцисс в точках $k \approx 1,24$ и $k \approx 1,16$ соответственно. При дальнейшем увеличении параметра *W* кривая $\omega^2 = \omega^2(k)$ опускается в область отрицательных значений ω^2, то есть снова появляются неустойчивые волны. Таким образом, струи жидкого гелия при $W > 1,77$, а жидкого водорода при $W > 1,33$ снова становятся неустойчивыми и будут дробиться на капли в основном электростатическими силами. При этом размеры капель, определяющиеся осесимметричной капиллярной волной с максимальной величиной инкремента неустойчивости (волновым числом, соответствующим положению минимума), будут меньше, чем при реализации капиллярно-электростатической неустойчивости [8], реализующейся при $W < 0,615$ для жидкого гелия и при $W < 0,87$ для жидкого водорода. В диапазонах же величин зарядов на струе: $0,615 \le W \le 1,77$ для жидкого гелия и $0,87 \le W \le 1,33$ для жидкого водорода струя будет устойчива по отношению к любым малым осесимметричным волновым деформациям, то есть будет иметь место полная стабилизация капилярной неустойчивости струи электрическим зарядом. Неустойчивость струй в диапазонах значений параметра *W*, удовлетворяющих условиям: $W > 1,77$ для жидкого гелия и $W > 1,33$ для жидкого водорода, естественно назвать электростатически-капиллярной [8]. Из рис. 2,*а-б* и рис. 3,*а-б* можно видеть, что диапазон значений зарядового параметра *W*, в котором имеет место полная стабилизация струи диэлектрической жидкости объемным электрическим зарядом, с ростом диэлектрической проницаемости жидкости ε_{in} сужается, и при $\varepsilon_{in} = 1,32$ вырождается в точку $W = 1,05$ (см. рис. 3,*а*). При $\varepsilon_{in} = 1,32$ и $W = 1,05$ кривая $\omega^2 = \omega^2(k)$ целиком лежит выше оси абсцисс и касается ее в точке $k = 1$. При $\varepsilon_{in} = 1,32$ и любых других значениях зарядового параметра $W \ne 1,05$ имеются отрицательные значения $\omega^2(k)$, соответсвующие неустойчивым волнам. При $\varepsilon_{in} = 1{,}32$ точка перегиба на семействе кривых $\omega^2 = \omega^2(k)$, соответствующих различным *W*, лежит на оси абсцисс (см. рис. 3,*а*), а при $\varepsilon_{in} > 1{,}32$ точка перегиба смещается в нижнюю полуплоскость, в область отрицательных значений $\omega^2(k)$ и $k < 1$ (см. рис. 3,*б-в*): величина такого смещения вниз и влево увеличивается с ростом диэлектрической проницаемости жидкости. Из рис. 3,*б-в* видно, что в области $\varepsilon_{in} > 1{,}32$ с ростом величины параметра *W* диапазон волновых чисел, соответствующих неустойчивым волнам, расширяется за счет смещения вправо, в область больших k, но и его левая граница смешается от от точки $k = 0$ вправо. В итоге, область значений волновых чисел в окрестности точки $k = 0$, где $\omega^2(k) > 0$ и имеет место стабилизация капиллярной неустойчивости, с ростом зарядового параметра *W* растет. Увеличение диэлектрической проницаемости жидкости приводит к уменьшению ширины области стабилизации, как это видно из рис. 3,*б-г*, построенных при одинаковых наборах значений параметра W, но при различных диэлектрических проницаемостях ε_{in}.



а

Рис.3,а. Зависимости квадрата частоты волны от волнового числа, рассчитанные для жидкости с $\varepsilon_{in} = 1{,}32$ *при* $\varepsilon_{ex} = 1$ *и различных значениях параметра* W *(снизу вверх по левому краю):* $W = 0$; $W = 0{,}35$; $W = 1{,}05$; $W = 1{,}6$; $W = 1{,}9$



б

Рис. 3,б. Зависимости квадрата частоты волны от волнового числа, рассчитанные для жидкости с $\varepsilon_{in} = 2$ *при* $\varepsilon_{ex} = 1$ *и различных значениях параметра* W *(снизу вверх по левому краю):* $W = 0$; $W = 0{,}35$; $W = 1{,}05$; $W = 1{,}6$; $W = 1{,}9$; $W = 2{,}3$

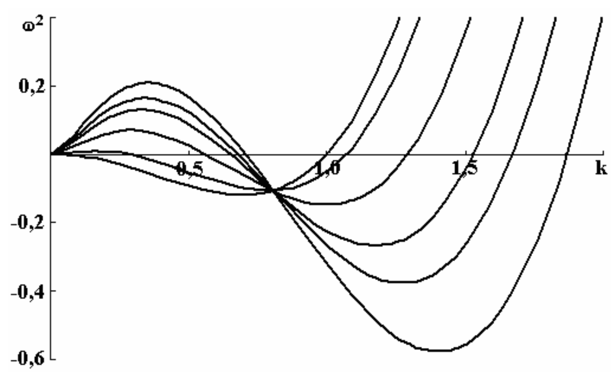


Рис. 3,в. Те же зависимости, что на рис. 3,б, рассчитанные для жидкости с $\varepsilon_{in} = 5$

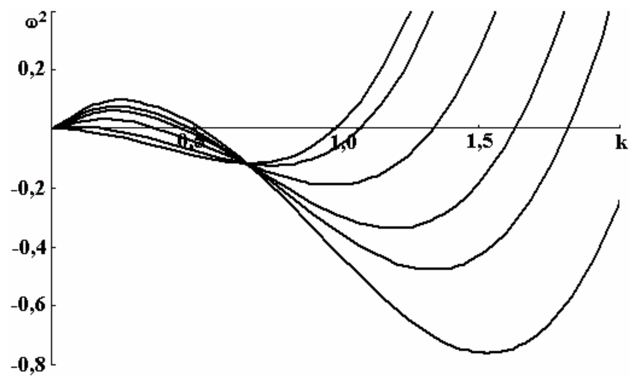


Рис. 3,г. Те же зависимости, что на рис. 3,б, рассчитанные для жидкости с $\varepsilon_{in} = 25$

Из рис. 3 видно, что увеличение параметра *W* и диэлектрической проницаемости жидкости ε_{in} приводит к росту максимального инкремента неустойчивости (определяемому положением минимума зависимости $\omega^2 = \omega^2(k)$) и волнового числа наиболее неустойчивой моды. Увеличение максимального инкремента неустойчивости и волнового числа наиболее неустойчивой моды с ростом зарядового параметра W при фиксированной величине ε_{in} установлено отдельным расчетом, результаты которого приведены на рис. 4.

Рис. 5,*а-б* иллюстрируют зависимость положения левой и правой границ области неустойчивости в пространстве значений параметров $\{k, \varepsilon_{in}, W\}$. Левая граница области неустойчивости соответствует переходу зависимости $\omega^2 = \omega^2(k)$ из области положительных значений в область отрицательных. Правая граница области неустойчивости, наоборот, соответствует переходу зависимости $\omega^2 = \omega^2(k)$ из области отрицательных значений в область положительных. Из рис. 5,*а* видно, что значение $W = W_*$, критическое для перехода в область отрицательных значений, увеличивается с ростом волнового числа *k* и диэлектрической проницаемости жидкости ε_{in}. Согласно рис. 5,*б* значение $W = W_*$, критическое для перехода в область положительных значений, увеличивается с ростом волнового числа *k*, но слабо уменьшается с ростом диэлектрической проницаемости жидкости ε_{in}.

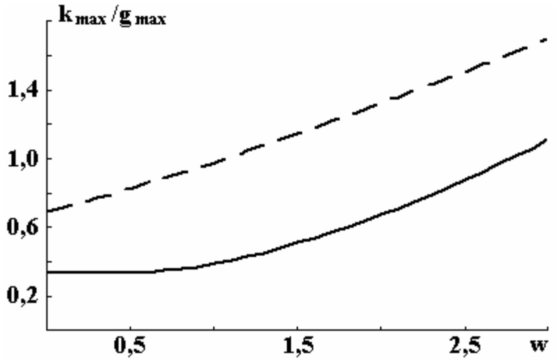


Рис. 4. Зависимости волнового числа волны с максимальным инкрементом (пунктирная линия) и самого максимального инкремента (сплошная линия) от зарядового параметра W, рассчитанные при $\varepsilon_{ex} = 1$ *для жидкости с* $\varepsilon_{in} = 7$

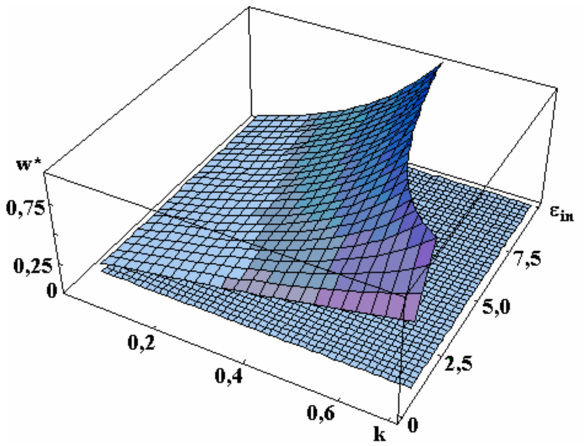


Рис. 5,а. Связь между параметрами W, k *и* ε_{in}, *определяющими при* $\varepsilon_{ex} = 1$ *положение левой границы зоны неустойчивости. Нижняя, более часто заштрихованная плоскость, указывает уровень* $W = 0$

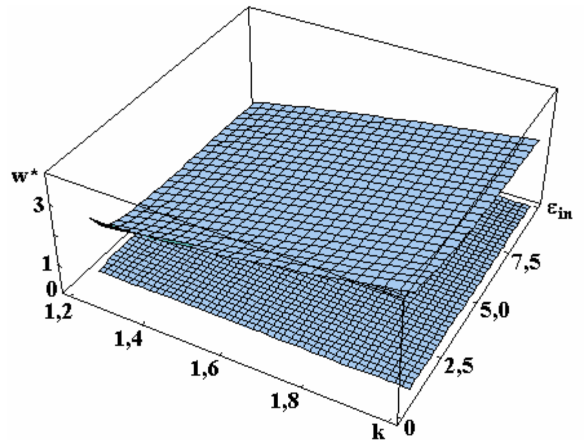


Рис. 5,б. Связь между параметрами W, k *и* ε_{in}, *определяющими при* $\varepsilon_{ex} = 1$ *положение правой границы зоны неустойчивости. Нижняя, более часто заштрихованная плоскость, указывает уровень* $W = 0$

Из сказанного следует, что малые электрические заряды на струе стабилизируют ее. По-видимому, именно такой феномен наблюдался в первых экспериментах по исследованию влияния заряжения струи на ее капиллярную неустойчивость [13–14].

Об ограничениях, связанных с пробойными явлениями. Большие значения параметра *W*, соответствующие проявлению электростатически-капиллярной неустойчивости, заставляют рассмотреть вопрос о возможности практической реализации подобного феномена в реальных условиях, когда при достаточно больших напряженностях электростатического поля у поверхности струи в окружающей среде могут развиваться пробойные явления [15–17]. Остановимся на этом вопросе подробнее.

В размерной форме параметр *W* записывается в виде

$$W \equiv \pi\mu^2 R^3 / \sigma. \tag{3}$$

Напряженность электростатического поля на поверхности объемно заряженного с плотностью заряда μ бесконечного цилиндра радиусом *R* определится выражением

$$E \equiv 2\pi\mu R. \tag{4}$$

Подставим (4) в (3) и получим:

$$W \equiv E^2 R / 4\pi\sigma. \tag{5}$$

Пусть теперь параметр *W* для струи имеет некоторое фиксированное значение: $W = W_*$, тогда из (5) несложно найти соответствующее значение напряженности электростатического поля у поверхности струи:

$$E_* = \sqrt{4\pi\sigma W_* / R}. \tag{6}$$

В экспериментах по электродиспергированию используются жидкости, коэффициенты поверхностного натяжения σ которых изменяются в весьма широких пределах от 0,07 dyne/cm для жидкого гелия (He^3 при $T = -271 C$) и 1,98 dyne/cm для жидкого водорода при $T = -253{,}1 C$ до ~ 1000 dyne/cm для неорганических веществ в жидком состоянии [18], а образующиеся при электродиспергировании жидкости струи имеют радиусы $\sim 20 \div 1000\ \mu\mathrm{m}$ [8, 19–22]. Согласно (6) для струй жидкого гелия из указанного диапазона радиусов напряженность электростатического поля у поверхности струи при $W_* = 1$ будет изменяться в пределах от $\approx 21\, CGSE = 6{,}3\, kV/\mathrm{cm}$ при $R = 2 \cdot 10^{-3}\mathrm{cm}$ до $\approx 3\, CGSE = 0{,}9\, kV/\mathrm{cm}$ при $R = 0{,}1\,\mathrm{cm}$. С ростом парметра W_* величина напряженности поля у поверхности струи будет увеличиваться $\sim \sqrt{W_*}$. Учтем теперь, что напряжение электрического пробоя воздуха в постоянном однородном электрическом поле при атмосферном давлении согласно [17] составляет ≈ 26 kV/cm. Это значит, что для струи жидкого гелия с $R = 2 \cdot 10^{-3}\mathrm{cm}$ параметр W_* не может превышать $W_* \approx 17$. Сравнение этих значений параметра *W* с найденными выше, соответствующими возможности дробления струи $W \sim 1$ (см. рис. 2,*а*), указывает, что пробойные явления не будут препятствием на пути реализации как капиллярно-электростатической неустойчивости, так и электростатически-капиллярной неустойчивости струи жидкого гелия.

Для струи жидкого водорода аналогичные расчеты приводят к значениям $W_* \approx 0{,}6$ для $R = 2 \cdot 10^{-3}\mathrm{cm}$ и $W_* \approx 29$ для $R = 0{,}1\,\mathrm{cm}$. Это означает, что разрядные процессы на поверхности толстой с $R = 0{,}1\,\mathrm{cm}$ струи жидкого водорода не будут мешать ее дроблению на отдельные капли, но для тонкой с $R = 2 \cdot 10^{-3}\mathrm{cm}$ электростатически-капиллярная неустойчивость уже не сможет проявиться, а капиллярно-электростатическая будет ограничена сверху значением $W_* \approx 0{,}6$ (см. рис. 2,*б*). Соответственно и режим полной стабилизации струи жидкого водорода собственным электрическим зарядом можно наблюдать только у струй с $R > 5 \cdot 10^{-3}\mathrm{cm}$.

Для струи керосина, жидкого хлора, бензола, декана или диэтилртути, имеющими диэлектрические проницаемости $\varepsilon_{in} \approx 2$, а коэффициенты поверхностного натяжения $\sigma \approx (25 \div 30)\,\text{dyne/cm}$ при $T = 293\,K$ аналогично получим $W_* \approx 0,04$ для $R = 2 \cdot 10^{-3}\text{cm}$ и $W_* \approx 2,1$ для $R = 0,1\,\text{cm}$. Сравнение этих значений с результатами расчетов, приведенных на рис. 3,*б*, показывает, что пробойные явления на поверхности струи будут приводить к ограничениям допустимых значений зарядового параметра как для тонких, так и для толстых струй. Расчеты показывают (см., например, рис. 3,*в*-*г*), что такая же картина будет иметь место и для других жидкостей с $\varepsilon_{in} > 2$ коэффициентами поверхностного натяжения, измеряющимися десятками dyne/cm.

Заключение. Проведенный анализ показывает, что для струй диэлектрических жидкостей с малыми значениями диэлектрической проницаемости ($\varepsilon_{in} < 1,32$) малые объемные электрические заряды играют стабилизирующую роль: для жидкостей с такими диэлектрическими проницаемостями существуют диапазоны конечной ширины величин объемных зарядов, полностью подавляющих капиллярную неустойчивость струи. При произвольных диэлектрических проницаемостях жидкости ε_{in} в окрестности точки $k = 0$ существует область значений волновых чисел, ширина которой зависит от ε_{in} и величины зарядового параметра W, в которой осесимметричные волны на поверхности струи устойчивы. Существование этой области стабилизации обусловлено зарядом струи и при $W = 0$ она отсутствует.

Работа выполнена в рамках тематического плана университета при поддержке грантов: губернатора Ярославской области, Рособразования №2.1.1/3776, РФФИ № 09-01-00084 и № 09-08-00148.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Baily A.G.* Electrostatic atomization of liquids (revue) // Sci. Prog., Oxf. 1974. V.61. P. 555–581.

2. *Коженков В.И., Фукс Н.А.* Электрогидродинамическое распыление жидкости (обзор) // Успехи химии. 1976. Т. 45. № 12. С. 2274–2284.

3. *Бураев Т.К., Верещагин И.П., Пашин Н.М.* Исследование процесса распыления жидкостей в электрическом поле // Сильные электрические поля в технологических процессах. М.: Энергия. 1979. № 3. С. 87–105.

4. *Ентов В.М., Ярин А.Л.* Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей// ВИНИТИ. Итоги науки и техники. Сер. "Механика жидкости и газа". 1984. Т.17. С. 112–197.

5. *Fenn J.B., Mann M., Meng C.K. et al.* Electrospray ionization for mass spectrometry of large biomolecules (revue) // Science. 1989. V. 246. № 4926. P. 64–71.

6. Монодиспергирование вещества: принципы и применение // Е.В. Аметистов, В.В. Блаженков, А.К. Городов и др.: Под ред. В.А. Григорьева. М.: Энергоатомиздат, 1991. 336 с.

7. *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Воронина Н.В., Егорова Е.В.* Об осцилляциях и спонтанном распаде заряженных жидких струй (обзор) // Электронная обработка материалов. 2006. № 6. С. 15–27.

8. *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Волкова М.В.* Спонтанный капиллярный распад заряженных струй. Ярославль: Изд. ЯрГУ, 2007. 340 с.

9. *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Левчук Т.В.* Об устойчивости неосесимметричных мод объемно заряженной струи вязкой диэлектрической жидкости // ЖТФ. 2003. Т.73. Вып.11. С. 22–30.

10. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* О влиянии объемного заряда струи диэлектрической жидкости на положение и ширину диапазона длин волн, приводящих к капиллярной неустойчивости // Электронный журнал «Исследовано в России». 036, С.86-395, 2009 г. http://zhurnal.ape.relarn.ru/ articles/2009/036.pdf

11. *Strutt J.W. (Lord Rayleigh).* On the instability of jets // Proc. London Math. Soc. 1878. V.10. P. 4–13.

12. *Ахадов Я.Ю.* Диэлектрические параметры чистых жидкостей. Справочник. М.: Изд. МАИ, 1999. 856 с.

13. *Strutt J.W. (Lord Rayleigh).* On the capillary phenomena of jets // Pros. Roy. Soc. London, 1879. V.28. P. 406–409.

14. *Френкель Я.И.* На заре новой физики. Л.: Наука, 1970. 384 с.
15. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
16. *Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б.* Теория искры. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
17. *Александров А.Ф., Бычков В.Л., Грачев Л.П. и др.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 3. С. 38–43.
18. Справочник химика / Под ред. Б.П. Никольского Т.1. Л.: Химия, 1971. 1072 с.
19. *Cloupeau M., Prunet Foch B.* Electrostatic spraying of liquids: main functioning modes // J. Electrostatics. 1990. V.25. P. 165–184.
20. *Jaworek A., Krupa A.* Classification of the modes of EHD spraying // J. Aerosol Sci. 1999. V.30. № 7. P. 873–893.
21. *Shiryaeva S.O., Grigor'ev A.I.* The semifenomenological classification of the modes of electrostatic dispersion of liquids // J. Electrostatics. 1995. V.34. P. 51–59.
22. *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Святченко А.А.* Классификация режимов работы электрогидродинамических источников ионов. Препринт ИМ РАН № 25. Ярославль. 1993. 118 с.

Поступила 13.04.09

Summary

On the base of dispersion equation for capillary waves on a surface of volumetrically charged jet of dielectric liquids analysis was found that for liquids with small permittivity can occur full stabilization of the capillary instability.