

Влияние шага изменения данных обучения и размерности входного вектора на точность расчета нагрузки нестабильного четырехполюсника нейронной сетью

А. А. Пенин*, А. С. Сидоренко

*Институт инженерной электроники и нанотехнологий им. Д. Гицу,
Технический университет Молдовы,
г. Кишинев, MD-2028, Молдова*

**e-mail: alexandr.penin@ien.utm.md; aapenin@mail.ru*

Поступила в редакцию 14.11.2024

После доработки 21.01.2025

Принята к публикации 27.01.2025

Рассматривается расчет нагрузки четырехполюсника со всеми тремя нестабильными параметрами. Данные обучения нейронной сети представляют набор значений измерительной нагрузки, базовых нагрузок и соответствующих значений входного тока. Эти данные разделяются на непосредственно обучающие, проверочные и тестовые наборы с одинаковым типом шага изменения значений. При обучении нейронная сеть выявляет внутреннюю закономерность в этих трех наборах и показывает малые ошибки. Однако, для контрольного набора с другим типом шага, ошибки проявляются. Комбинирование данных обучения с разным типом шагов исключает эту закономерность. Традиционные три базовые нагрузки приводят к неудовлетворительным результатам обучения. В свою очередь, избыточные четыре базовые нагрузки радикально увеличивают точность и обобщающую способность нейронной сети. Установленные особенности поведения нейронной сети дают основу для решения практических «поточковых» задач разной физической природы.

Ключевые слова: четырехполюсник, расчет нагрузки, нейронная сеть, данные обучения, относительная ошибка, электроаналогия

УДК 621.3.01:514.8:004.8

<https://doi.org/10.52577/eom.2025.61.1.100>

ВВЕДЕНИЕ

В различных областях физики и техники есть класс задач «поточкового» характера на основе известных аналогий, таких как электротепловая, механическая, гидравлическая, транспортная и т.д. В этих задачах исходные величины заменяются их электрическими аналогами, затем составляется эквивалентная электрическая схема и находится искомая величина. Теория расчета электрических цепей хорошо изучена, существуют различные методы расчета. Тем не менее изменение параметров объектов, как и параметров электрической цепи, под действием дестабилизирующих факторов приводит к трудоемкому переопределению параметров и перерасчету искомых величин.

Для определенности рассмотрим линейный четырехполюсник как возможную модель проводной линии связи с резистивным датчиком физической величины. В этом случае можно рассчитать входные токи при заданном сопротивлении нагрузки и известных параметрах четырехполюсника. Это прямая задача теории цепей, представленная во всех учебниках. Обратная, более сложная задача теории цепей

сводится к расчету сопротивления нагрузки по заданному или измеренному входному току.

В свою очередь параметры четырехполюсника можно рассчитать по результатам опытов холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ) на входах и выходах этой цепи [1]. Но манипуляции на входах и выходах усложняют этот метод. Удобнее, когда проводятся манипуляции только на выходе без каких-либо источников напряжения. Возможны разные варианты организации подобных опытов на выходе, такие как КЗ, ХХ, так и с применением тестовых или базовых значений нагрузки [2]. При этом измеряются токи как на входе и выходе, так и только на входе. С этим связано количество необходимых опытов [3–7]. В конечном итоге такой традиционный подход с использованием аналитических выражений получается трудоемким. Очевидно, в случае изменения параметров четырехполюсника необходим перерасчет этих параметров, что усложняет известные методы расчета нагрузки. В свою очередь базовые значения отличаются какой-либо погрешностью, что ограничивает точность расчета и измерения входного тока.

Принципиально другой подход рассматривает известное дробно-линейное выражение

«ток– нагрузка» как проективное преобразование в рамках проективной геометрии [8, 9]. Инвариантом проективного преобразования является сложное отношение или отношение пропорций четырех значений нагрузки и соответствующих значений тока. Такой инвариант явно не зависит от параметров четырехполюсника. Три значения являются базовыми, а четвертое соответствует измеряемой нагрузке. Поэтому измеряемая нагрузка может быть вычислена через полученные значения тока и базовые значения самой нагрузки [10]. Но, как упоминалось выше, базовые значения известны с какой-либо погрешностью.

Нейронная сеть является возможной альтернативой для расчета цепи также без явного определения параметров четырехполюсника. В этом случае мы приходим к задаче аппроксимации или регрессии нейронной сети прямого распространения [11, 12]. Данные обучения нейронной сети прямого распространения представляют набор значений нагрузки, как вектор цели, и соответствующих значений входного тока, как входной вектор. Привлекательной стороной применения нейронной сети является то, что все возможные изменения или отклонения параметров четырехполюсника и базовых значений нагрузки явно включаются в данные обучения.

Есть множество примеров использования нейронной сети в технических устройствах с датчиками физических величин, подверженные влиянию окружающей среды. Данные обучения рассчитываются или по математической модели этого сенсора, или формируются за счет экспериментальных измерений [13–19]. Обращает на себя внимание выбор шага или интервала изменения значений нагрузки и параметров четырехполюсника. Обычно или по умолчанию принимается постоянный шаг [20–24]. Данные обучения традиционно разделяются на непосредственно обучающие, или тренировочные, проверочные и тестовые наборы. Как результат, тестирование показывает малые среднеквадратичные ошибки (СКО). Но последующее моделирование с произвольными контрольными данными приводит к большим относительным ошибкам для отдельных значений.

Ранее проведенные исследования четырехполюсника со стабильными параметрами показали, что все проблемы связаны с формированием данных обучения [25]. С одной стороны, заданный шаг изменения присутствует в обучающих, проверочных и тестовых наборах. При обучении нейронная сеть выявляет эту внутреннюю закономерность в трех наборах. Поэтому обученная сеть показывает малые СКО.

С другой стороны, если контрольные данные используют такой же тип шага изменения, то малые относительные ошибки для всех значений также присутствуют. Но если контрольные данные используют другой тип шага, то сразу проявляются большие относительные ошибки. Далее для четырехполюсника с одним нестабильным параметром формирование данных обучения осуществляется путем объединения данных как с регулярным, так и нерегулярным шагом изменения параметров [26]. Следовательно, в вышеупомянутых трех наборах эта закономерность исключается и сеть показывает способность к обобщению. В предварительной публикации [27] представлены краткие результаты исследования четырехполюсника со всеми нестабильными тремя параметрами. При использовании трех вышеуказанных базовых значений нагрузки получают неудовлетворительные результаты. В свою очередь использование избыточных четырех базовых значений радикально увеличивает способность сети к обобщению.

В настоящей работе для наглядности и анализа приведены вышеупомянутые методы нахождения параметров четырехполюсника. В основной части статьи развиваются результаты [27] на конкретном примере четырехполюсника с тремя и четырьмя базовыми значениями нагрузки. Так, подготовка данных обучения и расширенных контрольных данных рассматривается с разными шагами изменения параметров. Далее проводится многократное обучение с использованием *Fit Data package of MATLAB Deep Learning toolbox*. Применяемый вероятностный показатель для количественной оценки относительных погрешностей позволяет найти компромисс между размером данных обучения, получаемой точностью и количеством нейронов.

АНАЛИЗ ИЗВЕСТНЫХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА И РАСЧЕТА НАГРУЗКИ

Рассмотрим четырехполюсник с неизвестными значениями резисторов r_0 , r_1 , r_{10} и сопротивлением R_L нагрузки на рис. 1.

Согласно методу контурных токов, система уравнений с обозначенными направлениями токов имеет вид:

$$\begin{bmatrix} R_{00} & -R_{10} \\ R_{10} & -R_{11} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

где $R_{00} = r_0 + r_{10}$, $R_{11} = r_1 + r_{10}$, $R_{10} = r_{10}$ являются параметрами четырехполюсника. В свою очередь напряжение нагрузки $V_1 = R_L I_1$.

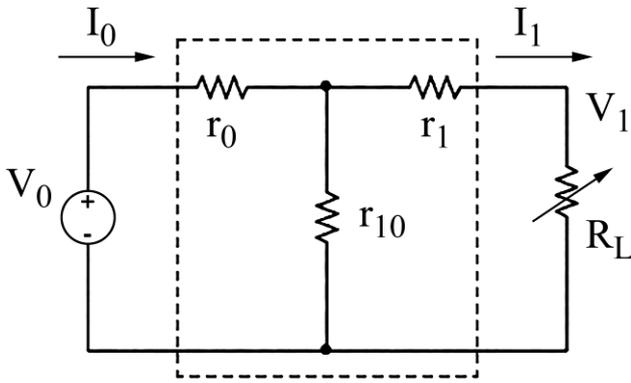


Рис. 1. Схема четырехполюсника с нагрузкой R_L .

Для нахождения трех параметров надо провести число опытов, которое зависит от нижеследующих вариантов. По полученным данным составляется и решается система трех уравнений.

Метод двух опытов с измерением величин на выходе и входе

Метод XX и КЗ по выходу. Обозначения токов и напряжения для режимов КЗ и XX представлены в табл. 1. Напряжение на входе не меняется.

Теперь рассмотрим систему уравнений (1). С учетом двух значений напряжения V_1 получается система трех уравнений. Переформируем получаемую систему таким образом, чтобы искомые параметры представляли вектор, а измеренные токи составили матрицу:

$$\begin{bmatrix} I_0^{OC} & 0 & -I_1^{OC} \\ 0 & -I_1^{OC} & I_0^{OC} \\ 0 & -I_1^{SC} & I_0^{SC} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{00} \\ R_{11} \\ R_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1^{OC} \\ V_1^{SC} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Далее система (2) решается известными методами относительно вектора параметров.

Таким образом, этот метод требует провести режим КЗ и измерения на выходе цепи, что на практике может вызывать сложности.

Метод конечных значений сопротивлений нагрузки. Если режим КЗ приводит к большим значениям токов для рабочего значения входного напряжения, измерение токов проводится для конечных сопротивлений нагрузки. Пусть это будет нагрузка с какими-либо максимальным R_L^{OC} и минимальным R_L^{SC} значениями. Тогда в системе (2) полагаем $V_1^{OC} = R_L^{OC} I_1^{OC}$, $V_1^{SC} = R_L^{SC} I_1^{SC}$.

Метод трех опытов с измерением тока на входе

Метод неоднозначных параметров. Согласно (1), прямое $I_0(R_L)$ и обратное $R_L(I_0)$ выражения имеют вид:

$$I_0(R_L) = V_0 \frac{R_L + R_{11}}{R_{00}R_L + R_{00}R_{11} - R_{10}^2}, \quad (3)$$

$$R_L(I_0) = \frac{R_{11}V_0 - (R_{00}R_{11} - R_{10}^2)I_0}{-V_0 + R_{00}I_0}. \quad (4)$$

Как было отмечено в [2–4], для трех неизвестных параметров проводятся три измерения, согласно соотношению (3), составляется и решается система уравнений. Для этого представим (3) или (4) как линейное выражение:

$$(R_{00}R_{11} - R_{10}^2)I_0 + R_{00}R_L I_0 - R_{11}V_0 = R_L V_0. \quad (5)$$

Положим базовые значения нагрузки R_L^{SC} , R_L^{REF} , R_L^{OC} с какими-либо минимальным, промежуточным и максимальным значениями соответственно. Этим базовым значениям будут соответствовать токи I_0^{SC} , I_0^{REF} , I_0^{OC} . Используя (5), получаем систему трех уравнений:

$$\begin{cases} (R_{00}R_{11} - R_{10}^2)I_0^{SC} + R_{00}R_L^{SC}I_0^{SC} - R_{11}V_0 = R_L^{SC}V_0 \\ (R_{00}R_{11} - R_{10}^2)I_0^{REF} + R_{00}R_L^{REF}I_0^{REF} - R_{11}V_0 = R_L^{REF}V_0 \\ (R_{00}R_{11} - R_{10}^2)I_0^{OC} + R_{00}R_L^{OC}I_0^{OC} - R_{11}V_0 = R_L^{OC}V_0. \end{cases}$$

Обратим внимание, что уравнения содержат как произведение параметров, так и параметры во второй степени. Поэтому решение этой системы будет неоднозначным (два значения параметров R_{00} , R_{11} , R_{10}).

Метод однозначного параметра.

Для однозначности решения имеет смысл ввести уже такой обобщенный параметр, как хорошо известный определитель $\Delta_R = R_{00}R_{11} - R_{10}^2$ матрицы параметров (1). Тогда систему можно представить в удобном для решения матричном виде:

$$\begin{bmatrix} I_0^{SC} & R_L^{SC} I_0^{SC} & -V_0 \\ I_0^{REF} & R_L^{REF} I_0^{REF} & -V_0 \\ I_0^{OC} & R_L^{OC} I_0^{OC} & -V_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta_R \\ R_{00} \\ R_{11} \end{bmatrix} = V_0 \begin{bmatrix} R_L^{SC} \\ R_L^{REF} \\ R_L^{OC} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Решение этой системы дает вектор параметров:

$$R = [\Delta_R R_{00} R_{11}]^T. \quad (7)$$

Расчет нагрузки

Определив тем или иным методом параметры, можно рассчитать сопротивление нагрузки R_L по измеренному входному току I_0^{MES} . Как видно, для расчета удобно использовать явное выражение (4).

Таблица 1. Обозначения токов и напряжения

Величина	Режим	
	КЗ	XX
V_1	$V_1^{SC} = 0$	V_1^{OC}
I_0	I_0^{SC}	I_0^{OC}
I_1	I_1^{SC}	$I_1^{OC} = 0$

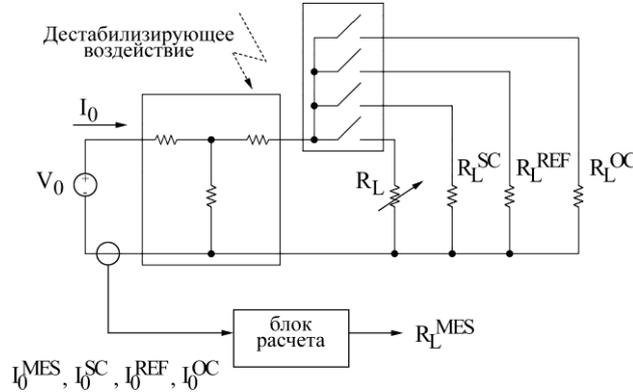


Рис. 2. Система расчета сопротивления нагрузки R_L по измеренным входным токам и известным базовым нагрузкам R_L^{SC} , R_L^{REF} , R_L^{OC} .

В свою очередь базовые значения R_L^{SC} , R_L^{REF} , R_L^{OC} известны с какой-либо погрешностью, что ограничивает точность измерения входного тока I_0^{SC} , I_0^{REF} , I_0^{OC} . Более того, в случае изменения резисторов r_0 , r_1 , r_{10} четырехполосника необходимо повторять трудоемкий перерасчет параметров, например (7), согласно (6).

РАСЧЕТ НАГРУЗКИ БЕЗ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Рассмотрим дробно-линейные выражения (3), (4) как проективное преобразование «вход–выход». Тогда сложное отношение для четырех значений нагрузки R_L , R_L^{SC} , R_L^{REF} , R_L^{OC} и соответствующих значений тока I_0^{MES} , I_0^{SC} , I_0^{REF} , I_0^{OC} имеет:

$$m = \frac{R_L - R_L^{SC}}{R_L - R_L^{OC}} \div \frac{R_L^{REF} - R_L^{SC}}{R_L^{REF} - R_L^{OC}} = \frac{I_0^{MES} - I_0^{SC}}{I_0^{MES} - I_0^{OC}} \div \frac{I_0^{REF} - I_0^{SC}}{I_0^{REF} - I_0^{OC}}. \quad (8)$$

Как видно, это выражение не содержит явно изменяемых параметров четырехполосника. Поэтому можно вычислить значение самой нагрузки R_L через измеренные значения тока и базовые нагрузки. При возможной практической реализации к четырехполоснику подключаются по очереди за короткое время, пока не

изменились его параметры, измеряемая нагрузка R_L и базовые нагрузки R_L^{SC} , R_L^{REF} , R_L^{OC} . Проводится измерение соответствующих токов I_0^{MES} , I_0^{SC} , I_0^{REF} , I_0^{OC} , как показано на рис. 2. Далее рассчитывается сложное отношение через токи:

$$m = \frac{I_0^{MES} - I_0^{SC}}{I_0^{MES} - I_0^{OC}} \div \frac{I_0^{REF} - I_0^{SC}}{I_0^{REF} - I_0^{OC}}.$$

Отметим, что погрешности измерений токов взаимно сокращаются. Также находим простое отношение трех базовых нагрузок:

$$n_L = \frac{R_L^{REF} - R_L^{SC}}{R_L^{REF} - R_L^{OC}}.$$

Из выражения (8) находится измеренное значение нагрузки:

$$R_L^{MES} = \frac{mn_L R_L^{OC} - R_L^{SC}}{mn_L - 1}.$$

Однако, как упоминалось выше, базовые значения известны с погрешностью, что и ограничивает точность вычисления самой нагрузки R_L .

ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Предварительные сведения для подготовки данных обучения и проверки

Данные обучения получим за счет вычисления входного тока (3) четырехполосника для наборов значений изменяемых параметров, самой нагрузки и базовых величин нагрузки.

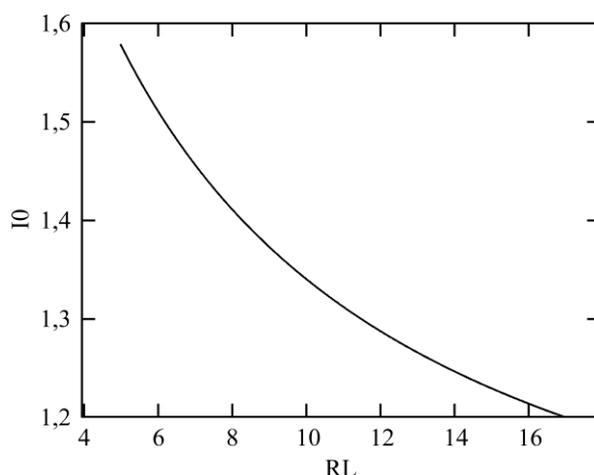


Рис. 3. Зависимость $I_0(RL)$ как монотонная функция.

Таблица 2. Диапазоны изменения всех величин

Название и обозначение величин		Диапазон	% измен.
Нестабильные сопротивления четырехполюсника	r10	7–11	36
	r0	2,5–4	40
	r1	0,64–1	36
Измерительная нагрузка	RL	5–17	70
Базовые нагрузки	rOC	22–24	8,3
	rSC	2,2–2,4	8,3
	rREF	17,2–18,8	8,5
Дополнительные базовые нагрузки	rREF1	17,2–18	4,4
	rREF2	18,2–18,8	3,2

Здесь и далее используем обозначения всех величин и числительных в формате MATLAB. Соответствующая замена обозначений будет понятна без пояснений.

Для наглядности примем следующие безразмерные значения величин $V_0 = 12$, $r_0 = 4$, $r_1 = 1$, $r_{10} = 9$. В свою очередь пусть значения нагрузки изменяются в достаточно большом диапазоне 5–17. Тогда график зависимости $I_0(RL)$ имеет вид на рис. 3.

Исходя из этого графика, примем диапазоны изменения всех величин, согласно табл. 2. Задаем более узкий диапазон изменения базовых величин по сравнению с нагрузкой, причем эти значения отличаются от значений самой нагрузки. Рассчитанный набор токов тогда формирует входной вектор $I_0 = [I_{0MES}, I_{0OC}, I_{0SC}, I_{0REF}]$, а набор значений нагрузки RL является вектором цели. Как видно, указанная размерность $n = 4$ входного вектора определяется общим числом базовых величин и самой нагрузки. В данном случае число базовых величин равно числу изменяемых параметров четырехполюсника.

Но может быть и избыточное число базовых величин. Поэтому размерность входного вектора будет выше. В связи с этим будет исследован

случай с четырьмя базовыми величинами за счет разделения значений rREF на два поддиапазона – rREF1, rREF2. Обратим внимание на этот случай. Так, три изменяемых параметра приводят к системе (6) трех уравнений для однозначности решения, что строго определяет три базовые величины. А для обучения нейронной сети нет такого требования.

Далее для проведения расчетов компонент I_{0MES} , I_{0OC} , I_{0SC} , I_{0REF} входного вектора I_0 необходимо определить шаг изменения всех величин в принятых диапазонах изменения и количество этих шагов или выборок. Число выборок должно быть одинаковым для всех компонент. Рассмотрим случай с пятью выборками. Варианты шага изменения на примере значений нагрузки RL представлены на рис. 4. В основу полагаем равномерный или регулярный шаг. Очевидно, возможны отклонения от линейного закона как ниже, так и выше прямой линии. Для наглядности используем степенные полиномы в табл. 3.

Аналогично представляем равномерный и неравномерный шаги изменения сопротивлений четырехполюсника для расширенных контрольных данных с 16 выборками в том же диапазоне.

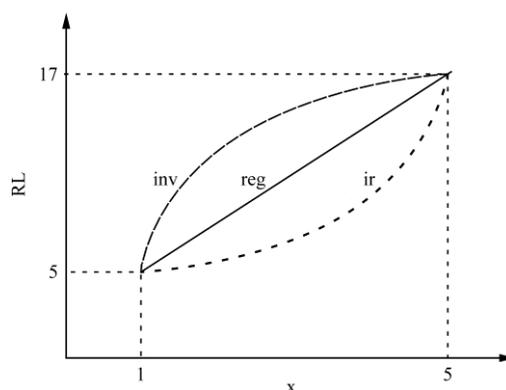


Рис. 4. Варианты шага изменения значений нагрузки от номера текущей выборки: регулярный *reg*, нерегулярный *ir*, инверсный *inv*.

Таблица 3. Шаг изменения значений сопротивлений четырехполосника для данных обучения с пятью выборками

Сопротивления четырехполосника	Диапазон и регулярный шаг	Нерегулярный шаг; степенной полином	Инверсный шаг; степенной полином
r10	7:1:11	$0,3789 * x.^{1,7+7}$	$1,5157 * x.^{0,7+7}$
r0	2,5:0.375:4	$0,1875 * x.^{1,5+2,5}$	$0,75 * x.^{0,5+2,5}$
r1	0,64:0.09:1	$0,042 * x.^{1,55+0,64}$	$0,1679 * x.^{0,55+0,64}$

Подготовка данных обучения и расширенных контрольных данных

Общее количество выборок или образцов формируется взаимным перебором выборок нагрузки и каждой величины из r10, r0, r1. Так, для расчета компоненты входного вектора ЮMES можно использовать цикл *for* для нагрузки и три вложенных цикла *for* (три параметра четырехполосника). Поэтому взаимный перебор величин r10, r0, r1 и нагрузки по пяти выборкам приводят к числу комбинаций в степени 4 (одна нагрузка плюс три параметра), то есть к 625 образцам. Это значение задает размер или длину как входного вектора, так и вектора цели. В свою очередь четыре выборки дают 256 образцов, а шесть выборок – 1296 образцов. Последующие результаты обучения покажут необходимое количество выборок для обеспечения задаваемой точности. Аналогично рассчитываем компоненты ЮOC, ЮSC, ЮREF за счет базовых величин. Количество образцов для всех компонент входного вектора и вектора цели будет одинаковым. Результаты расчетов для трех базовых величин и исходных пяти выборок приведены в табл. 4.

Можно уменьшить количество образцов, не уменьшая количества выборок. Для этого исходное количество выборок разделяется на две части. Далее рассчитываются входной вектор и вектор цели для каждой части, а потом каждый из этих векторов объединяется в один вектор соответственно. Аналогично проводится расчет компонент ЮMES, ЮOC, ЮSC, ЮREF1, ЮREF2 входного вектора для четырех базовых величин. Дополнительные компоненты приведены в табл. 5. Вектор цели остается прежним.

Аналогично рассчитываем расширенные контрольные данные с 16 выборками в том же диапазоне. Тогда получается 65535 образцов. Обозначения контрольных данных представлены в табл. 6.

Количество образцов расширенных контрольных данных не так критично, как для данных обучения. Проведенные эксперименты еще с большим количеством показали близкие результаты точности.

Начальные сведения о нейронной сети прямого распространения

Рассмотрим *Fit Data package with a Shallow Neural Network of MATLAB Deep Learning toolbox* [8]. Запускаем графический интерфейс пользователя GUI командой *nftool*. Этот интерфейс позволяет пройти все этапы выбора, обучения нейронной сети прямого распространения и получить *Script* программы для дальнейшего обучения и проверки нейронной сети с оригинальными данными.

Архитектура нейронной сети для трех базовых величин представлена на рис. 5.

Примем число нейронов скрытого слоя $n = 9$, что соответствует формуле $2d+1$, где $d = 4$ определяет размерность входного вектора [28]. Это примерное значение будет уточняться при проведении экспериментов для разного количества нейронов.

Для удобства анализа нейронной сети входной вектор обозначим как $X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$, где индекс T означает транспонирование. Так как скрытый слой содержит девять нейронов, то матрица весовых коэффициентов от входа к скрытому слою имеет вид:

Таблица 4. Данные обучения для трех базовых величин с пятью выборками

Название и обозначение величин	Диапазон и регулярный шаг	Нерегулярный шаг; степенной полином	Инверсный шаг; степенной полином
Измерительная нагрузка RL как вектор цели	5:3:17	$1,3058*(x.^{1,6}) + 5$	$5,2233*(x.^{0,6}) + 5$
Базовые нагрузки	rOC	$0,2872*x.^{1,4}+22$	$1,1487*x.^{0,4}+22$
	rSC	$0,033*x.^{1,3}+2,2$	$0,132*x.^{0,3}+2,2$
	rREF	$0,2828*x.^{1,25}+17,2$	$1,1314*x.^{0,25}+17,2$
Входной вектор	reg_625_3b	ir_625_3b	inv_625_3b
Вектор цели	t_reg_625	t_ir_625	t_inv_625

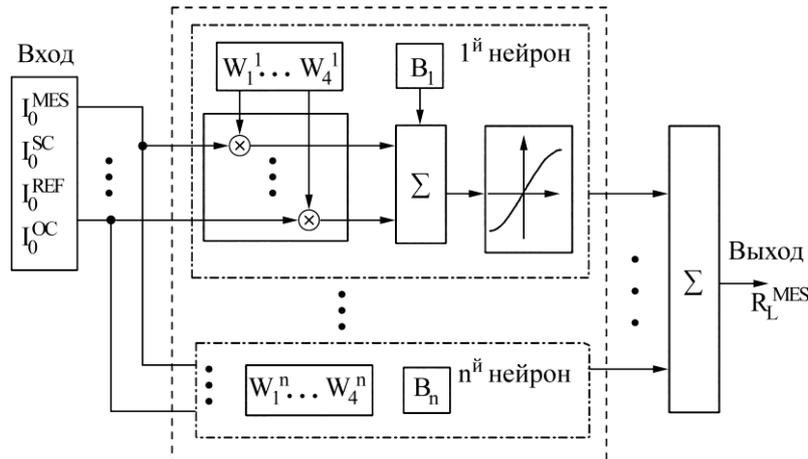
Таблица 5. Дополнительные данные обучения для четырех базовых величин с пятью выборками

Название и обозначение величин	Диапазон и регулярный шаг	Нерегулярный шаг; степенной полином	Инверсный шаг; степенной полином
Базовые величины	rREF1	$0,1414*x.^{1,25}+17,2$	$0,5657*x.^{0,25}+17,2$
	rREF2	$0,1061*x.^{1,25}+18,2$	$0,4243*x.^{0,25}+18,2$
Входной вектор	reg_625_4b	ir_625_4b	inv_625_4b

Таблица 6. Обозначения расширенных контрольных данных для трех и четырех базовых величин

Величины	Регулярный шаг	Нерегулярный шаг
Входной вектор	reg_test_3b reg_test_4b	ir_test_3b ir_test_4b
Вектор цели	t_reg_test	t_ir_test

Скрытый слой

**Рис. 5.** Нейронная сеть прямого распространения с одним скрытым слоем.

$$W = \begin{bmatrix} W_1^1 & \dots & W_4^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_1^9 & \dots & W_4^9 \end{bmatrix}.$$

Вектор смещения обозначим как $B = [B_1 \dots B_9]^T$. Тогда выход нейронной цепи $out = th(W \times X + B)$, где гиперболический тангенс th является нелинейной функцией активации. Далее определяется функция стоимости C или среднеквадратическая ошибка MSE между выходом out и целью t для всего количества N образцов из тренировочных наборов:

$$C = MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (out(i) - t(i))^2.$$

В начале обучения значения весов и смещения задаются случайным образом. Поэтому обучение включает в себя изменение значения весов и смещения для минимизации MSE относительно предыдущих значений в завершённом цикле или эпохе:

$$W_{k+1} = W_k + L \partial C / \partial W_k.$$

Величина $\partial C / \partial W_k$ представляет градиент ошибки, а скорость обучения $L < 1$ задает небольшие порции изменений весов. Аналогично

Алгоритм обучения и оценки

Проводится серия от 50 до 100 экспериментов по обучению сети для каждого количества нейронов от 6 до 15 →

в каждом эксперименте подаются расширенные контрольные данные или тесты →

выводятся только экстремальные значения относительных ошибок →

распределяются значения ошибок по диапазонам: до 0,5%, 1%, 2%, 5% и 10% →

выводится количество ошибок по диапазонам от всего числа экстремальных значений в % для всех образцов.

Таблица 7. Сравнение повторяемости в зависимости от размера и вида данных обучения для расширенных контрольных данных `reg_test_3b`

Входной вектор; количество нейронов	Диапазоны ошибок, %						
	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
<code>reg_256_3b; 11</code>	0	0	0	12	27	43	61
<code>reg_625_3b; 10</code>	0	0	5	34	60	83	96
<code>reg_1296_3b; 14</code>	0	12	41	81	91	100	100
<code>ir_256_3b; 9</code>	0	0	0	0	17	63	88
<code>ir_625_3b; 10</code>	0	0	0	0	68	94	99
<code>ir_1296_3b; 16</code>	0	0	0	0	91	100	100

вычисляется MSE для проверочных и тестовых наборов. Отметим, что проверочный и тестовый наборы не участвуют в обучении.

Представленный алгоритм повторяется для следующих эпох. Процесс обучения завершается при увеличении MSE для проверочного набора в последующую эпоху. В свою очередь, если значение MSE для тестового набора не удовлетворяет заданной точности, то проводится многократное обучение.

РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ НАГРУЗКИ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Непосредственно рассмотрим наш пример с приведенным дополненным алгоритмом обучения и оценки нейронной сети в используемой *Script* программе.

Количество ошибок, или далее **повторяемость**, как количественный вероятностный показатель точности в этих диапазонах показывает тенденцию изменения качества обучения от количества нейронов. Данная серия экспериментов должна подтвердить статистику результата. Как указывалось выше, в начале обучения случайным образом задаются веса и смещения каждого нейрона. При очередном эксперименте из достаточно большого количества проведенных опытов усредненное значение повторяемости достигает установившегося состояния.

Далее выбирается максимальная повторяемость из всего количества нейронов и соответствующее уже оптимальное количество нейронов. Если повторяемость → 100%, то сеть гарантированно рассчитывает величину нагрузки с соответствующей точностью. В то же время близкие или соизмеримые значения повторяемости для разных по размеру или количеству образцов расширенных тестов подтверждают обобщающую способность нейронной сети.

Результаты с тремя базовыми величинами

Проведем обучение сети для 256, 625 и 1296 образцов. Значения повторяемости и количество нейронов представлены в [табл. 7](#). Под диапазоном ошибок понимаются значения ошибок от нуля до указанного значения, то есть 0–0,1, 0–0,2 и т.д.

Рассмотрим данные [табл. 7](#). Если входной вектор при обучении с шагом такого же вида, как и расширенные контрольные данные или тест, то имеет место согласованность обучения и контроля. Поэтому повторяемость или точность выше именно в диапазоне малых ошибок. Так, для диапазона до 1% четко прослеживается нулевое значение повторяемости для нерегулярных векторов обучения `ir_256_3b`, `ir_625_3b`. Будем считать, что 625 образцов обеспечивают приемлемую точность, а 1296 образцов уже являются избыточными. Отметим, что результаты для нерегулярных векторов обучения

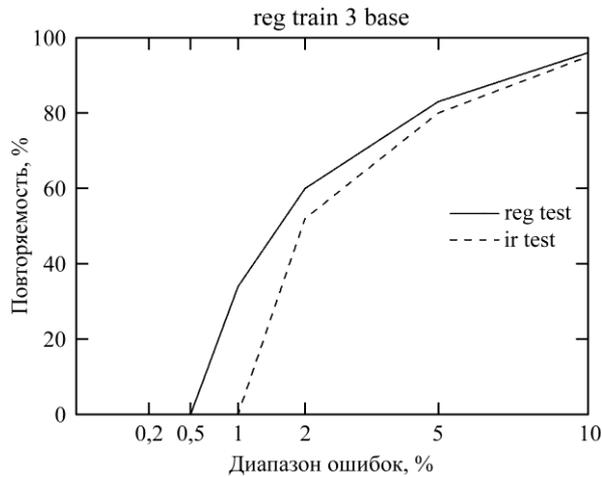


Рис. 6. Зависимость повторяемости для согласованного reg test и несогласованного ir test тестов.

Таблица 8. Сравнение повторяемости от размера и вида данных обучения для расширенных контрольных данных reg_test_4b

Входной вектор; количество нейронов	Диапазоны ошибок, %						
	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
reg_256_4b; 8	0	0	2	8	25	46	66
reg_625_4b; 8	1	3	23	57	74	86	96
reg_1296_4b; 16	7	21	68	89	95	99	100
ir_256_4b; 10	0	0	0	16	36	63	90
ir_625_4b; 15	0	5	46	75	84	98	100
ir_1296_4b; 19	1	17	82	98	99	100	100

соизмеримы с регулярными векторами и даже лучше в диапазоне больших ошибок. Это говорит о проявлении обобщающей способности нейронной сети.

Также проведены эксперименты с использованием нерегулярного теста ir_test_3b. В этом случае уже для регулярных векторов обучения повторяемость значительно ниже. Так, влияние вида контрольных тестов при регулярном векторе обучения reg_625_3b представлено на рис. 6. Здесь и далее используем такие наглядные обозначения, как reg train 3 base, reg test, ir test.

Аналогичные зависимости имеют место при нерегулярном векторе обучения ir_625_3b. Тогда для соответствующего нерегулярного теста ir_test_3b точность выше.

Результаты с четырьмя базовыми величинами

Аналогично проведем обучение сети для 256, 625 и 1296 образцов. Результаты представлены в табл. 8. Как видно, прослеживается такая же закономерность: чем больше образцов, тем выше точность.

Повторяемость или точность значительно выше по сравнению с тремя базовыми

величинами, например, для 625 образцов. Но в отличие от предыдущего случая результаты для нерегулярных векторов обучения соизмеримы и даже лучше, чем для регулярных векторов, именно в диапазоне малых ошибок. Это говорит о проявлении обобщающей способности нейронной сети.

Также проведены эксперименты с использованием нерегулярного теста ir_test_4b и регулярного вектора reg_625_4b. Влияние вида контрольных тестов представлено на рис. 7. Отметим, что соизмеримость выше, чем для трех базовых величин на рис. 6.

Аналогичные закономерности получаются для нерегулярного вектора обучения ir_625_4b. Тогда для соответствующего нерегулярного теста ir_test_4b точность выше.

В общем случае нет соизмеримости для разных тестов. Поэтому проблема обучения сводится к достижению приемлемой соизмеримости как обобщающей способности сети.

КОМБИНИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ

Соизмеримость результатов и даже повышение точности достигаются за счет объединения разного вида двух векторов

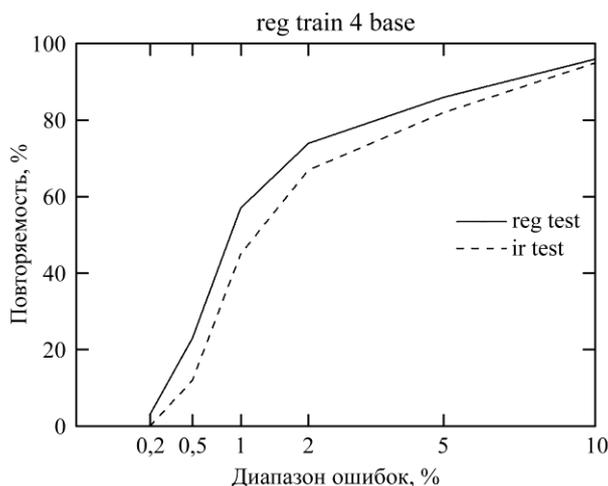


Рис. 7. Зависимость повторяемости для согласованного reg test и несогласованного ir test тестов.

Таблица 9. Сравнение повторяемости для тестов, согласованных с комбинированным вектором обучения reg+ir train 4b

Тест	Диапазоны ошибок, %				
	0,1	0,2	0,5	1	2
Регулярный	34	83	99	99	100
Нерегулярный	50	88	98	99	99

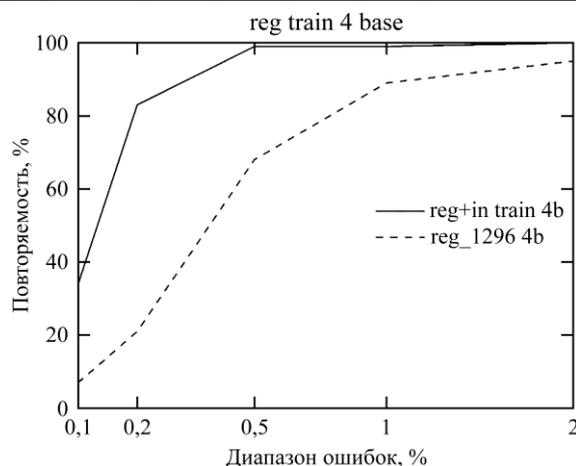


Рис. 8. Зависимость повторяемости для комбинированного reg+ir train 4b и исходного reg_1296_4b векторов обучения.

Таблица 10. Сравнение повторяемости для согласованного регулярного и несогласованного нерегулярного тестов для комбинированного вектора обучения reg+inv train 4b

Тест	Диапазоны ошибок, %					
	0,1	0,2	0,5	1	2	5
Согласованный	0	5	40	79	91	99
Несогласованный	0	3	36	75	90	99

обучения. Далее будем использовать вектора обучения для 625 образцов с пятью выборками только для четырех базовых величин. Тогда общее число образцов будет равно 1250, что практически равно исходным 1296 образцам для шести выборок. Такое соответствие позволяет оценить эффект подобного обучения.

Комбинированное согласованное обучение

Результаты применения объединенного вектора обучения reg+ir train 4b за счет регулярного reg_625_4b и нерегулярного ir_625_4b векторов обучения представлены в табл. 9.

Как видно, проявляется соизмеримость результатов для согласованных тестов, что является как бы очевидным эффектом. Но в тоже время увеличивается точность по сравнению с исходным вектором обучением reg_1296_4b на рис. 8.

Таким образом, добавление другого вида вектора обучения при одинаковом количестве образцов дает заметный эффект.

Комбинированное несогласованное обучение

Более общими вариантами являются комбинации вектора обучения, которые отличаются от теста. Такие комбинации как раз и представляют

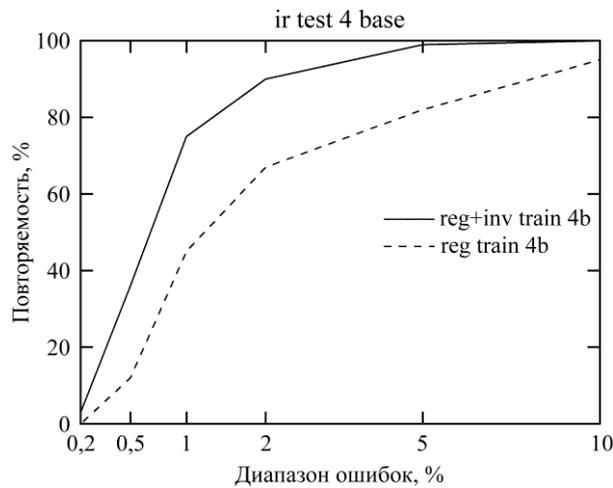


Рис. 9. Зависимость повторяемости для комбинированного $reg+inv$ 4b и исходного reg_625_4b векторов обучения.

Таблица 11. Сравнение повторяемости для несогласованного регулярного и согласованного нерегулярного тестов для комбинированного вектора обучения $ir+inv$ train 4b

Тест	Диапазоны ошибок, %			
	0,1	0,2	0,5	1
согласованный	30	72	99	100
несогласованный	0	66	99	100

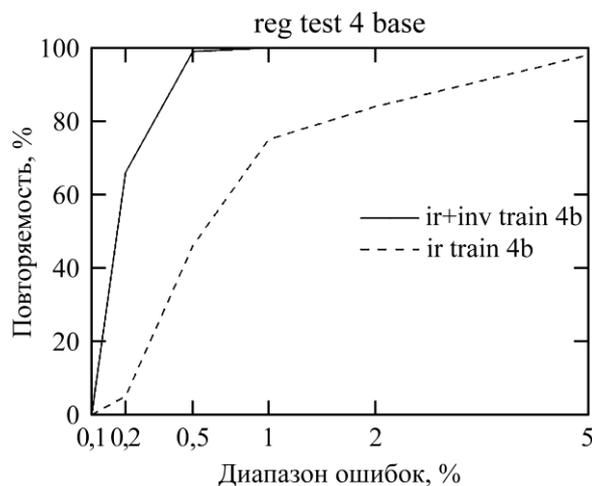


Рис. 10. Зависимость повторяемости для комбинированного $ir+inv$ train 4b и исходного ir_625_4b векторов обучения.

в большей степени практический интерес. Рассмотрим комбинацию $reg+inv$ train 4b за счет регулярного reg_625_4b и инверсного inv_625_4b вектора обучения. Тогда ir test не согласован с обучением. Результаты представлены в табл. 10. Также представлены результаты применения регулярного теста для сравнения эффекта.

Хотя точность, естественно, ниже, чем для согласованного комбинированного обучения, но более важно четкое проявление соизмеримости повторяемости или обобщающей способности именно в области малых ошибок 0,2–1%. Но в то же время увеличивается повторяемость по сравнению с исходным вектором обучения reg_625_4b на рис. 9.

Рассмотрим комбинацию $ir+inv$ train 4b за счет нерегулярного ir_625_4b и inv_625_4b векторов обучения. Тогда reg test не согласован с обучением. Результаты представлены в табл. 11.

Также даны результаты применения согласованного нерегулярного теста для сравнения эффекта.

Также обеспечивается соизмеримость с нерегулярным тестом. Но в то же время увеличивается точность по сравнению с исходным вектором обучения ir_625_4b на рис. 10.

Таким образом, рис. 9 и 10 подтверждают проявление обобщающей способности при комбинированном несогласованном обучении для четырех базовых нагрузок. В то же время, как показали эксперименты, результаты для трех базовых величин значительно хуже.

ВОЗМОЖНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Система измерений соответствует рис. 2 с аналогичным принципом действия. Данные обучения и контроля находятся эксперимен-

тальным путем. Также используем исходные данные, согласно табл. 2–6. К выходу четырехполосника или линии связи подключаются по очереди измеряемая нагрузка, базовые нагрузки и проводится измерение соответствующих токов. В случае четырех базовых величин вместо базовой нагрузки R_L^{REF} подключаются R_L^{REF1} , R_L^{REF2} .

Непосредственно при измерении нагрузки в качестве блока вычислений используется обученная нейронная сеть. В цикле измерений аналогично подключаются по очереди измеряемая нагрузка R_L и базовые нагрузки R_L^{SC} , R_L^{REF} , R_L^{OC} с другими удобными значениями. Для контроля результатов измерений периодически подключается эталонная нагрузка.

ВЫВОДЫ

Расчет нагруженного четырехполосника для прямой и обратной задачи связан с определением его параметров. Традиционные методы состоят из двух этапов. Сначала переопределяются параметры, а потом уже проводится расчет. Поэтому эти методы трудоемкие, используют аналитические выражения для модели четырехполосника и базовые нагрузки с какой-либо погрешностью. Метод проективного преобразования позволяет рассчитать нагрузку уже без явного определения параметров четырехполосника, использует только аналитическое выражение инварианта «вход–выход», однако также ограничивается погрешностью базовых нагрузок.

Нейронная сеть является альтернативой для расчета цепи без явного определения параметров четырехполосника и не использует какую-либо модель четырехполосника и аналитические выражения. Все изменения или отклонения значений параметров четырехполосника и базовых нагрузок в предполагаемых диапазонах включаются в данные обучения. Отсюда следует универсальность подхода, гибкость подготовки данных обучения, а самообучение нейронной сети формализовано. Так, необходимые и достаточно большие размеры данных обучения определяются числом выборок используемых величин. Аналогично размерность входного вектора задается числом базовых величин, даже превышающих число параметров. Поэтому при подготовке данных обучения и реализации системы измерения нагрузки нет повышенных требований к точности задаваемых и измеренных величин.

Расширенный тест другого типа, чем данные обучения, обеспечивает надежную проверку обучения. Комбинирование данных обучения разных типов и избыточное число базовых величин радикально повышают точность и обобщающую способность. Такой количественный показатель, как повторяемость указанных ошибок, дает практический компромисс между размером обучающих данных, полученной точностью, количеством нейронов и обеспечивает целенаправленное и быстрое обучение сети.

Полученные результаты носят в большей степени демонстрационный характер, однако выявленные закономерности многократного обучения нейронной сети обеспечивают основу для рассмотрения практических «поточных» задач разной физической природы на основе известных аналогий.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследования поддержаны Российским научным фондом, проект 22-79-10018 «Управляемая кинетическая индуктивность на основе сверхпроводниковых гибридных структур с магнитными материалами» и государственной программой Молдовы, проект 20.80009.5007.11 «Функциональные наноструктуры и наноматериалы для индустрии и сельского хозяйства».

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Charles, K. and Matthew, N., *Fundamentals of Electric Circuits*. NY: McGraw-Hill Education, 2017. 990 p.
2. Bhattacharyya, S., Keel, L. and Mohsenizadeh, D., *Linear Systems: A Measurement-Based Approach*. New Delhi: Springer India, 2014. 89 p.
3. Oliveira, V., Alzate, R. and Bhattacharyya, S., A measurement-based approach with accuracy evaluation and its applications to circuit analysis and synthesis, *Int. J. Circuit Theory Appl.*, 2017, vol. 45, no. 12, p. 1920.
<https://doi.org/10.1002/cta.2315>
4. Pereira, K., Alzate, R., Oliveira, V. and Bhattacharyya, S., Modeling the parametric dependence in a linear circuit by experimental measurements, *Proc. Ser. Brazil. Soc. Comput. Appl. Math.*, 2017, vol. 5, no. 1, art. ID 010396.
<https://doi.org/10.5540/03.2017.005.01.0396>
5. Sun, Z., Pedretti, G., Ambrosi, E., Bricalli, A., et al., Solving matrix equations in one step with cross-point resistive arrays, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 2019, vol. 116, no. 10, p. 4123.
<https://doi.org/10.1073/pnas.1815682116>

6. Chen, H., Manry, M. and Chandrasekaran, H., A neural network training algorithm utilizing multiple sets of linear equations, *Neurocomputing*, 1999, vol. 25, nos. 1–3, p. 55.
[https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(98\)00109-X](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(98)00109-X)
7. Xiao, L., Li, K., Tan, Z., Zhang, Z., et al., Nonlinear gradient neural network for solving system of linear equations, *Inform. Process. Lett.*, 2019, vol. 142, p. 35.
<https://doi.org/10.1016/j.ipl.2018.10.004>
8. Ayres, F., *Schaum's Outline Series Theory and Problems of Projective Geometry*. NY: McGraw–Hill, 1967. 243 p.
9. Penin, A., Recalculation of the loads current of active multi-port networks on the basis of projective geometry, *J. Circ. Syst. Comput.*, 2013, vol. 22, no. 5, art. ID 1350031.
<https://doi.org/10.1142/S021812661350031X>
10. Penin, A., *Analysis of Electrical Circuits with Variable Load Regime Parameters: Projective Geometry Method*. Cham, Switzerland: Springer Int. Publ., 2020. 520 p.
11. Function Approximation and Nonlinear Regression.
<https://www.mathworks.com/help/deeplearning/function-approximation-and-nonlinear-regression.html>
12. Chollet, F., *Deep Learning with Python*, NY: Manning Publications Co., 2021. 504 p.
13. Almalki, M., Alaidarous, E., Maturi, D., Raja, M., et al., A Levenberg–Marquardt backpropagation neural network for the numerical treatment of squeezing flow with heat transfer model, *IEEE Access*, 2020, vol. 8, p. 227340.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3044973>
14. Aljohani, J., Alaidarous, E., Raja, M., Alhothuali, M., et al., Backpropagation of Levenberg Marquardt artificial neural networks for wire coating analysis in the bath of Sisko fluid, *Ain Shams Eng. J.*, 2021, vol. 12, no. 4, p. 4133.
<https://doi.org/10.1016/j.asej.2021.03.007>
15. Rezk, H. and Hasaneen, E., A new MATLAB/Simulink model of triple-junction solar cell and MPPT based on artificial neural networks for photovoltaic energy systems, *Ain Shams Eng. J.*, 2015, vol. 6, no. 3, p. 873.
<https://doi.org/10.1016/j.asej.2015.03.001>
16. Almassri, A., Wan Hasan, W., Ahmad, S., Shafie, S., et al., Self-calibration algorithm for a pressure sensor with a real-time approach based on an artificial neural network, *Sensors*, 2018, vol. 18, no. 8, p. 2561.
<https://doi.org/10.3390/s18082561>
17. Hamadouche, Z., Khiat, M. and Iqbal, M., Intelligent voltage regulator for distributed generation-based network, *Indones. J. Electr. Eng. Comp. Sci.*, 2021, vol. 23, no. 1, p. 98.
<http://doi.org/10.11591/ijeecs.v23.i1.pp98-109>
18. Yang, C. and Huang, H., Determination of complex permittivity of low-loss materials from reference-plane invariant transmission/reflection measurements. *IEEE Access*, 2019, vol. 7, p. 131865.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2940723>
19. Rivera, J., Carrillo, M., Chacón, M., Herrera, G., et al., Self-calibration and optimal response in intelligent sensors design based on artificial neural networks, *Sensors*, 2007, vol. 7, no. 8, p. 1509.
<https://doi.org/10.3390/s7081509>
20. Michelucci, U., *Applied Deep Learning—a Case-Based Approach to Understanding Deep Neural Networks*. NY: Apress Media, LLC: 2018. 431 p.
21. Shahid, A., Choi, J., Rana, A. and Kim, H., Least squares neural network-based wireless E-Nose system using a SnO₂ sensor array. *Sensors*, 2018, vol. 8, no. 5, p. 1446.
<https://doi.org/10.3390/s18051446>
22. Kazemi, N., Abdolrazzagh, M., Musilek, P. and Daneshmand, M., A temperature-compensated high-resolution microwave sensor using artificial neural network, *IEEE Microw. Wire. Comp. Lett.*, 2020, vol. 30, no. 9, p. 919.
<https://doi.org/10.1109/LMWC.2020.3012388>
23. Patra, J., Meher, P. and Chakraborty, G., Development of Laguerre neural-network-based intelligent sensors for wireless sensor networks, *IEEE Trans. Instrum. Measur.*, 2010, vol. 60, no. 3, p. 725.
<https://doi.org/10.1109/TIM.2010.2082390>
24. Islam, T., Uddin, Z. and Gangopadhyay, A., Temperature effect on capacitive humidity sensors and its compensation using artificial neural networks, *Sens. Transd.*, 2015, vol. 191, no. 8, p. 126.
25. Penin, A. and Sidorenko, A., Irregular step of changing for neural network data sets improves the accuracy of resistive sensors calculation. In: *6th Int. Conf. on Nanotechnologies and Biomedical Engineering. ICNBME 2023. IFMBE Proceedings*. Springer, Cham, 2023, vol. 92, p. 150.
https://doi.org/10.1007/978-3-031-42782-4_17
26. Penin, A. and Sidorenko, A., Load resistance calculation based on an invariant input-output property of unstable communication line using a neural network with irregular steps of training data. *Research Square*, posted 27 Nov 2023.
<https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-3649896/v1>
27. Penin, A. and Sidorenko, A., Effect of training data changing step and input vector excessive dimension of a neural network on approximation accuracy. Load calculation of an unstable communication line.
<http://repository.utm.md/handle/5014/26943>
28. Suzuki, K., *Artificial Neural Networks – Industrial and Control Engineering Applications*. Rijeka, Croatia: InTechOpen, 2011. 490 p.

Summary

The calculation of a two-port load with all three unstable parameters is considered. The feedforward neural network training data represents a set of the load, base values, and corresponding input current values. They are divided into training, validation, and test sets with some change steps for the values. In the training epochs, the neural network reveals this internal pattern in these three sets and shows small errors. However, the errors appear for the extended control data in different step types. Combining training data with different change steps eliminates this pattern. The traditional three base loads lead to unsatisfactory results. In turn, four redundant base loads radically increase the precision and capability to generalize the network. The established features of the behavior of the neural network provide the basis for solving practical "streaming" tasks of different physical nature.

Keywords: two-port, load calculation, neural network, training data, relative error, electrical analogy