

Электрогидродинамическая неустойчивость и электродиспергирование жидкости (обзор)

А. И. Григорьев^{a*}, А. А. Ширяев^{b,**}

^aИнститут проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
г. Москва, 119526, Россия
*e-mail: grigori@mail.ru

^bЯрославское высшее военное училище противовоздушной обороны,
г. Ярославль, 150001, Россия
**e-mail: yavvurvo@mail.ru

Поступила в редакцию 15.05.2024

После доработки 23.05.2024

Принята к публикации 30.05.2024

Электрогидродинамическая неустойчивость заряженной поверхности жидкости проявляется в неустойчивости сильно заряженной капли; неустойчивости заряженной капли в суперпозиции внешнего электростатического и гравитационного поля, а также в неустойчивости плоской заряженной поверхности электропроводной жидкости. Попытки экспериментальной проверки правильности выведенного теоретическими методами критерия электрогидродинамической неустойчивости сильно заряженной капли – критерия Рэлея, начавшиеся в середине прошлого века и продолжающиеся до настоящего времени, подтверждают его, но с некоторой погрешностью, не уменьшающейся с течением лет (с совершенствованием приборной базы), что указывает на принципиальность такой погрешности. В общем случае необходимость позиционирования капли подразумевает воздействие неких внешних полей, деформирующих каплю и тем самым влияющих на точность определяемого критерия Рэлея. Экспериментальное и численное исследование неустойчивости незаряженной капли во внешнем электростатическом поле – неустойчивости капли Тейлора указывает на ее качественное сходство с неустойчивостью заряженной капли Рэлея. Несколько особняком стоит электрогидродинамическая неустойчивость плоской поверхности жидкости – неустойчивость Тонкса–Френкеля, хорошо исследованная теоретически, но плохо – экспериментально, ввиду того что высокоскоростные кинокамеры относительно недавно вошли в научный обиход.

Ключевые слова: неустойчивость, сильно заряженная капля, незаряженная капля в электростатическом поле, неустойчивость Тонкса–Френкеля

УДК 532.6

<https://doi.org/10.52577/eom.2024.60.4.24>

ВВЕДЕНИЕ

Исследование электрогидродинамической неустойчивости заряженной поверхности жидкости началось с теоретической работы Рэлея [1]. В то время знание об электричестве находилось на уровне опытов О. Герике, П. Мушенброка, аббата Нолле и Б. Франклина. В этой связи появление строго математически выполненной статьи [1] инициировало экспериментальные работы. Экспериментальные работы начались спустя десятки лет после выхода статьи Рэлея, но сразу по нескольким направлениям: исследование электрических разрядов с жидкого электрода (Зелени, 1914–1935); исследование неустойчивости незаряженной электропроводной капли по отношению к индуцированному внешним электростатическим полем заряду (Г. Нолан, 1926); исследование неустойчивости по отношению к индуцированному внешним полем заряду свободно падающей параллельно внешнему электростатическому полю капли

(У. Макки, 1930–1931). Изучение заряженной плоской поверхности жидкости началось с теоретических работ (Тонкс Л., 1935; Френкель Я.И., 1936). Экспериментальная проверка критерия Тонкса–Френкеля была проведена Тейлором и МакИвеном в 1965 г. Проверка критерия Рэлея началась примерно в то же время.

О результатах в изучении электрогидродинамической неустойчивости заряженной поверхности жидкости сообщается в настоящей работе.

1. ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИЛЬНО ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ

Изучение электрогидродинамической устойчивости сильно заряженной капли во внешних силовых полях представляет интерес в связи с многочисленными академическими, техническими и технологическими приложениями, в том числе в связи с проверкой справедливости

критерия Рэлея [1]. Рэлей теоретически вывел критерий электростатической устойчивости по отношению к собственному заряду сферической капли идеальной несжимаемой электропроводной жидкости в вакууме. До сего времени предпринимаются попытки экспериментальной проверки этого критерия, оканчивающиеся успешно, но с существенной погрешностью. Чтобы экспериментально проверить критерий Рэлея, необходимо сначала подвесить сильно заряженную каплю в одном из многочисленных бесконтактных подвесов. Для удержания капли во взвешенном состоянии в подвесах используются различные силовые поля, деформирующие каплю и, следовательно, искажающие результаты измерения критерия неустойчивости.

В 1882 г. Рэлей, принимая бесконечный набор капиллярных волн на поверхности заряженной сферической капли идеальной несжимаемой идеально проводящей жидкости в качестве независимых координат и выписав уравнение Лагранжа, теоретическим путем вывел дисперсионное уравнение для ее осцилляций и критерий устойчивости такой капли по отношению к собственному заряду в виде соотношения:

$$W \equiv \frac{Q^2}{16\pi\sigma R^3} \geq 1; \quad (1)$$

где R , Q и σ – радиус капли, ее заряд и коэффициент поверхностного натяжения жидкости соответственно [1], а W – безразмерный параметр Рэлея. Статья [1] была написана Рэлеем весьма кратко, и в этой связи более чем через 80 лет она была подробно (более детально) переписана, учитывая ее важность, в [2]. Но в связи с возможностью практического применения этого явления встал вопрос об экспериментальной проверке справедливости критерия (1), все-таки и [1], и [2] были теоретическими работами.

Критерий (1) неоднократно экспериментально проверялся в различных лабораторных установках (см., например, [3–13]). Первая целенаправленная экспериментальная проверка была выполнена в [3], через восемьдесят с лишним лет после появления работы Рэлея [1], как только появилось необходимое экспериментальное оборудование.

Для обеспечения неподвижности капли использовался электростатический подвес типа использованного Милликоном в экспериментах по определению заряда электрона [14, с. 16–23].

Кратко сказанное выше можно представить в следующем виде (табл. 1).

По наблюдениям авторов, более крупные капли преимущественно распадались с образованием эмиссионного выступа и диспергируемого

вверх облака микрокапель, а мелкие выпускали несколько дочерних капелек, разлетающихся в разных направлениях. Можно предположить, что размеры дочерних капелек связаны с большей степенью влияния вязкости на поверхности малой капли, направление эмиссии определяется большей величиной поверхностной плотности заряда на ее верхнем конце. В экспериментах показано существенное влияние коэффициента поверхностного натяжения жидкости на критические значения напряженности поля на ее поверхности. Значимым наблюдением в данной работе является и то, что авторы добивались нескольких последовательных распадов капли, своевременно корректируя величину поля, таким образом, поддерживая каплю в состоянии неподвижности в электростатическом подвесе.

В [3] делается допущение о том, что капля не теряет массы при распаде, и это вносит свой, не определяемый в рамках данного эксперимента вклад в погрешность определения критических условий. Авторы пользуются весьма расплывчатыми оценками и, ссылаясь на малые размеры эмитируемых капелек и грубые оценки их количества (исходя из зарядов диспергируемых капелек, равных критическому по Рэлю), делают вывод о величине этой погрешности в «несколько процентов». Авторы применяют множество ручных процедур в ходе эксперимента, методику определения размера капли по ее отпечатку уже после распада с использованием калибровки и не указанной погрешности этой калибровки. То есть в целом, эксперимент имеет теоретические допущения, но основной проблемой является неточность в определении размеров капли. Эту проблему попытались решить другие исследователи с помощью теории Ми, описывающей отражение света при квадрупольных осцилляциях капли, однако столкнулись с усложнением теоретической модели, погрешности для которой оценивались далеко не всеми, хотя в некоторых работах упоминалась точность измерения радиуса порядка 1 мкм (табл. 2–10).

Следует заметить, что в эксперименте переменное электростатическое поле включалось только на краткие промежутки времени для корректировки положения капли. Авторами наблюдалось как уменьшение, так и увеличение заряда капли по мере ее испарения. Уменьшение заряда авторы объясняют столкновениями с ионами воздушной среды, образующимися вблизи поверхности капли. Увеличение заряда, не наблюдавшееся авторами для твердых частиц, связывается ими с вероятным наличием не регистрируемых напрямую заряженных микрокапель в окрестности исследуемой капли.

Таблица 1. Некоторые характеристики проведенного в [3] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	60–200 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Вода, изопропилбензол, анилин, раствор диоктилфталата в ацетоне. Около 1% красителя
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электростатический подвес из двух горизонтально расположенных пластин
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	25–30%
<i>Способ измерения заряда</i>	Из условия неподвижности капли по величине поддерживающего поля
<i>Способ измерения радиуса</i>	Размер отпечатка на фильтровальной бумаге с калибровкой
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>	Неточность в определении размеров капли
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	
<i>Потери заряда и массы родительской капли при распаде</i>	Потеря заряда 30%, потери массы не отмечены. Дочерние капли меньше 15 мкм
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Множественный распад одной и той же родительской капли

Таблица 2. Некоторые характеристики проведенного в [5] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	15–40 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Н-октанол
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электродинамический подвес. Электростатическое поле создается двумя пластинами в горизонтальной плоскости, переменное электрическое поле – находящейся между ними горизонтальной пластиной с круглым отверстием
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	4%
<i>Способ измерения заряда</i>	Из изменения характера квадрупольных осцилляций по величине переменного поля
<i>Способ измерения радиуса</i>	Из условия неподвижности капли по величине поддерживающего поля
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>	Неточность в определении заряда капли. Наблюдались как утечка, так и нарастание заряда испаряющейся капли
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Медленно испаряющаяся жидкость, продувка азотом для убираания мелкодисперсных капель
<i>Потери заряда и массы родительской капли при распаде</i>	В среднем дочерние капли имеют на два порядка меньшие размеры и заряды, чем родительские. Потеря родительской каплей заряда 23%, потеря массы 5%
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	–

Авторами отмечается заметное различие в поведении условно больших и маленьких капелек. Капли диаметром менее 100 мкм практически не теряли заряд, постепенно испаряясь и распадаясь при условиях, близких к критическим по Рэлею. Капли большего диаметра иногда «расщеплялись» сразу при включении поддерживающего поля и не попадали в статистику наблюдений, так как их характеристики определялись уже после первоначального распада.

Исследователями обнаружена линейная зависимость между величиной теряемого заряда испаряющихся капель и квадрата их диаметра.

Некоторые события, называемые авторами распадами, не подтверждались как распады визуально, а регистрировались по изменению требуемой величины поддерживающего поля.

Реально наблюдались последние три распада. Изменение заряда для второго и третьего с конца составляло порядка 50%. Возможны значительные погрешности из-за существенной

Таблица 4. Некоторые характеристики проведенного в [6] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	50–200 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Вода
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электродинамический подвес из заземленного нижнего электрода с отверстием для поддерживающего каплю потока воздуха, верхний сферический электрод под регулируемым постоянным напряжением, центральный кольцевой электрод под переменным напряжением
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	Около 15%. Разброс значений на выборке в 50 измерений от 0,83 до 1,1 от критического по Рэлею
<i>Способ измерения заряда</i>	Из условия неподвижности капли по величине корректирующего электростатического поля и скорости поддерживающего потока
<i>Способ измерения радиуса</i>	По фотографиям капель
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>	Неточность в определении заряда капли из-за непрямого определения скорости потока и высокой ошибки измерения малых значений величины корректирующего электрического поля и диаметра капли
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Замедленное испарение капли путем создания стабильной повышенной влажности потоком воздуха
<i>Потери заряда и массы родительской капли при распаде</i>	Потери заряда в среднем 26%. Изменения диаметра исходной капли не отмечено, то есть он уменьшался не более чем на 5 мкм
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Множественный распад капли

Таблица 5. Некоторые характеристики проведенного в [7] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	От 20 до 70 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Органические жидкости. Бромдодекан, дибромоктан, дибutilфталат, додеканол, гексадекан, гептадекан
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электродинамический подвес с потоком воздуха для стабилизации параметров среды вокруг капли. Регистрируемое постоянное напряжение, обеспечивающее поддерживающее электростатическое поле
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	Распады происходили при зарядах около 80% от критического в смысле рэлеевского критерия электростатической неустойчивости.
<i>Способ измерения заряда</i>	Из условия электростатического подвеса по величине поддерживающего электрического поля
<i>Способ измерения радиуса</i>	Анализ квадрупольных осцилляций по отраженному свету
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>	Авторы предполагают, что расхождение может быть обусловлено наличием внешнего электрического поля, загрязнителей и тепловых осцилляций
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Большое количество исследованных жидкостей и различные скорости их испарения
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Потери заряда 10–18%, потери массы 1–2,3%
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Авторы предполагают, что влияние внешнего электрического поля может оказаться существеннее влияния загрязнителей и тепловых колебаний. Влияние переменного электрического поля оценивается авторами как несущественное, так как частота стабилизирующего напряжения в 100–150 раз меньше собственной частоты осцилляций второй моды

Таблица 6. Некоторые характеристики проведенных в [8, 9] экспериментов

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	Меньше 50 мкм (типичный около 35 мкм)
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Этиленгликоль
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электродинамический подвес. Кольцевые электроды в климатической камере. Для подвеса капли применяется переменное квадрупольное электрическое поле частотой 200 Гц и напряжением на электродах 2 кВ и постоянное поле требуемой величины для электростатического подвеса. Габариты: внутренний диаметр электродов 10 мм, расстояние между электродами 2 мм
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	Все распады происходили при величинах зарядового параметра, больших 0,95 от критического по Рэлею, вне зависимости от размера капли.
<i>Способ измерения заряда</i>	Из условия электростатического подвеса по величине поддерживающего электрического поля
<i>Способ измерения радиуса</i>	Анализ квадрупольных осцилляций по отраженному свету
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>	Авторы считают результат подтверждением критерия Рэлея
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Эксперимент основан на анализе характеристик квадрупольных осцилляций (сдвига фазы между переменным полем и амплитудой осцилляций). Условие не содержит поверхностного натяжения капли в явном виде
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Анализировались в [9]. Потери заряда 33%, потери массы 0,3%.
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Если в данных этого эксперимента использовать классический расчет с табличным значением поверхностного натяжения, то ряду распадов соответствует величина зарядового параметра в 70% от рэлеевского

Таблица 7. Некоторые характеристики проведенного в [10] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	От 28 до 58 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Этиленгликоль, глицерин
<i>Тип стабилизации капли</i>	«Классический» электродинамический подвес. Так называемый paul-trap. Для подвеса капли применяется переменное квадрупольное электрическое поле и постоянное поле требуемой величины для электростатического подвеса
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	Не проверялась. Ссылки на подтверждение в [8]
<i>Способ измерения заряда</i>	Из условия электростатического подвеса по величине поддерживающего электрического поля
<i>Способ измерения радиуса</i>	По фотографиям капель. Точность измерения радиуса $\pm 0,5$ мкм
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Исследовалась динамика распада капли, для чего по отраженному от капли свету определялся момент, близкий к ее распаду, и запускалась высокоскоростная камера
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	–
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Форма капли при распаде одинаковая для всех исследованных размеров в диапазоне температур 300–360 К. Время формирования эмиссионного выступа сильно зависит от вязкости капли

экстраполяции значений заряда и диаметра к моментам распада капли.

По наблюдениям авторов, между распадами заряд капли увеличивался, как в экспериментах. Берга [4]. Получено линейное убывание квадрата диаметра испаряющейся с течением времени

капли. Распадов при условиях, отличных от рэлеевских, авторами не обнаружено.

Из сравнения с условиями других экспериментов можно сделать вывод, что создание стабильной среды вокруг капли с высокой влажностью и потоком воздуха, очищающим

Таблица 8. Некоторые характеристики проведенного в [11] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	От 22 до 5 мкм по мере испарения и распада капли.
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Диэтиленгликоль, триэтиленгликоль – электролиты. Диэтилфталат, гексадекан – диэлектрики
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электродинамический подвес. Кольцевые электроды в климатической камере. Для подвеса капли применяется переменное квадрупольное электрическое поле и постоянное поле требуемой величины для электростатического подвеса
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	4% от критического по Рэлею
<i>Способ измерения заряда</i>	Из условия электростатического подвеса по величине поддерживающего электрического поля
<i>Способ измерения радиуса</i>	Анализ квадрупольных осцилляций по отраженному свету
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>	Ошибка связывается авторами с неточностью в определении калибровочной константы электрического поля
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Камера поддерживалась при постоянной температуре жидкостным охлаждением. Очищенный сухой воздух и тщательная очистка элементов установки между замерами. Многократные распады одной капли
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Потери заряда 15–41%, потери массы: <0,3% для диэтиленгликоля и триэтиленгликоля. В среднем по всем жидкостям 2,3% Расчетные размеры дочерних капель для материнской в 15 мкм: 0,05 мкм 2000–3000 шт. для электролитов, 3 мкм /2–3 шт. для диэлектрических жидкостей.
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	–

Таблица 9. Некоторые характеристики проведенного в [12] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	От 5 до 27 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Этиленгликоль
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электродинамический подвес. Квадрупольная ловушка кубической геометрии с прозрачными электродами. Между группами верхних и нижних электродов имеется регистрируемое постоянное напряжение, обеспечивающее поддерживающее электростатическое поле
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>	Не указана. По графику погрешность можно оценить в 20–25%
<i>Способ измерения заряда</i>	Из условия электростатического подвеса по величине поддерживающего электрического поля
<i>Способ измерения радиуса</i>	Анализ квадрупольных осцилляций по отраженному свету
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>	Авторы считают результат подтверждением критерия Рэлея. Большие погрешности в определении зарядового параметра объясняют тем, что теория Ми, используемая для определения радиуса капли, может не работать при больших поверхностных зарядах капли
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Аналогично [9], [10]. Эксперимент позиционируется не как высокоточный, а как студенческая работа
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Потери заряда 35%, потери массы в пределах погрешности эксперимента
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Авторы отмечают, что при последовательных распадах отклонения от рэлеевского радиуса капли уменьшались по мере их испарения: 18,9, 8,4 и 0,6%. Расчетный заряд капли увеличивался между распадами на величины 8–24%

Таблица 10. Некоторые характеристики проведенного в [13] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>
Около 10 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>
Диэтилфталат, диметилфталат с добавлением ионофоров: тридодецилметил хлорид аммония и тридодецилметил нитрат аммония или 1-этил-3-метилимидазол дицианамид
<i>Тип стабилизации капли</i>
Электродинамический подвес. Без уточнений
<i>Точность проверки критерия Рэлея</i>
4%
<i>Способ измерения заряда</i>
Из условия электростатического подвеса по величине поддерживающего электрического поля
<i>Способ измерения радиуса</i>
Анализ квадрупольных осцилляций по отраженному свету, заявлена точность в 0,01%
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэлея</i>
Авторы считают результат подтверждением критерия Рэлея
<i>Особенности проведения эксперимента</i>
–
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>
Потери заряда 20–40%, потери массы <3%. Дочерние капли, по расчетам, несли заряд около 50% от предельного по Рэлею при условии, что все дочерние капли принимались идентичными.
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>
Распады происходили при зарядах, критических по Рэлею, вне зависимости от концентрации ионов в капле

пространство от заряженных микрокапель, положительно сказалось на точности измерения и диаметра, и заряда капель. Недостатком данного эксперимента можно считать погрешности, вносимые ошибками при непрямом определении скорости потока воздуха, а также не учитываемую в используемой авторами теоретической модели деформацию капли в набегающем потоке.

Авторы показывают, что скорость испарения капли не оказывает существенного влияния на критические условия ее распада, но предполагают, что на это может влиять электростатический подвес, используемый для стабилизации капли.

Коэффициенты поверхностного натяжения жидкостей определялись авторами самостоятельно с помощью метода пластинок Вильгельми.

Уникальной частью работы является распад капель дибутылфталата в радиоактивно загрязненной среде. Газ, окружающий каплю в этом эксперименте, был ионизирован, и столкновения с противоположно заряженными ионами снижали заряд капли, замедляя скорость ее приближения к критическим условиям распада. При распаде таких капель наблюдались потери массы до 75%, а заряда – до 63%. При этом сами распады происходили при зарядах в среднем 73% от критического значения по Рэлею. Авторами отмечается и другая реализация процесса распада – капля распалась на две или

более дочерних вместо выбрасывания струй микрокапель.

Главной особенностью этих работ является альтернативный подход к проверке справедливости критерия Рэлея. Авторы анализируют особенности квадрупольных осцилляций капли незадолго до и в момент распада. Проводимое авторами сравнение с теоретическими зависимостями квадрупольных осцилляций от параметра Рэлея позволяет оценить значение зарядового параметра в момент распада. Это дает им возможность абстрагироваться от вычисления размера капли, ее заряда, поверхностного натяжения и связанных с этими вычислениями ошибок. Расчеты зарядового параметра классическим образом привели к заниженным значениям, что связывается авторами с несоответствием табличных и реальных коэффициентов поверхностного натяжения в момент распада капли. Авторы отмечают, что классические расчеты для последовательных распадов одной капли приводят к постепенному уменьшению зарядового параметра, и связывают это с уменьшением поверхностного натяжения вследствие роста концентрации ПАВ. Авторы вычислили момент распада и дополнили исследование фотографиями распадающейся капли, приведенными в [9].

Работу [10] можно считать дополнением к серии работ [8, 9], описывающих динамику формирования эмиссионных выступов. Авторы измеряют основную характеристику процесса –

время, необходимое для формирования эмиссионных выступов. Используются две жидкости различной вязкости – этиленгликоль и глицерин. Авторами показано, что увеличение радиуса r и вязкости η капли увеличивает время t формирования эмиссионных выступов. Полученные значения времени формирования выступа имеют значительный разброс и, по утверждениям авторов, соответствуют предположению, что $t \propto r^2 \times \eta^{3/2}$. Зависимость характерного времени формирования эмиссионного выступа от размера капли согласуется с теоретической зависимостью периода осцилляций, также пропорциональной $r^{3/2}$.

Авторами отмечается недостаток техники стабилизации капли в виде необходимости использования калибровочной константы поддерживающего электростатического поля, из-за чего ошибка при измерении заряда капли составляет не менее 8%. При этом указывается, что доля заряда капли, теряемого при ее распаде, измеряется с точностью в 0,1%. Капли, состоящие из гликолей, теряли большую долю заряда по сравнению с гексадеканом и диэтилфталатом.

В работе авторы сталкиваются с невозможностью объяснить потери заряда и массы капель в рамках модели, опирающейся на удельную электропроводность и диэлектрическую проницаемость жидкостей и не рассматривающей влияние вязкости на процесс распада.

Стоит отметить некорректное усреднение результатов распада и формирующихся дочерних капелек для жидкостей с существенно различными характеристиками.

При этом аккуратность при проведении эксперимента и стабилизация параметров газовой среды, в которой распадалась капля, позволили авторам получить хорошее согласование с критерием Рэлея.

Авторами использовался кольцевой электрический подвес. Внимание было уделено определению размеров капли по мере ее испарения. Капля заряжалась путем прохождения через колечко, находящееся под высоким напряжением. В ходе эксперимента было получено, что рассчитанный заряд капли увеличивался с течением времени, что было подвергнуто сомнению самими авторами и связывалось с проблемой точности ручной стабилизации капли электростатическим полем и тем, что теория, используемая для определения размера капли, сформулирована для диэлектрических сферических капель. Несмотря на существенные различия в экспериментальных установках и значительную величину погрешностей измерения, авторы рассматривают свою работу

как расширение опытов Милликена и подтверждение критических условий реализации неустойчивости капли по Рэлею.

В работе уделено внимание определению характеристик дочерних капель. Используя экспериментально установленные значения потери заряда и массы распадающейся капли, авторы минимизируют свободную энергию Гиббса в предположении монодисперсности получаемых дочерних капель. В результате такого подхода авторы получают, что заряд на дочерних капельках должен составлять около 50% от критического по Рэлею вне зависимости от доли заряда, теряемого каплей в процессе распада. Также было теоретически получено, что усредненный размер дочерних капелек обратно пропорционален удельной проводимости на поверхности капли в степени 2/3. Авторами экспериментально установлено, что увеличение концентрации ионов в жидкости уменьшает долю массы, теряемой каплей при распаде.

2. ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ В СИЛЬНОМ ВНЕШНЕМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В отличие от чисто теоретической работы [1] с начала 20-го века начались экспериментальные исследования электрического разряда с жидкого электрода. Первые из них выполнил Зелени [15]. Тема для науки была новая, измерительных приборов (особенно для измерения высоких напряжений) не было, все изучалось на уровне феноменологических описаний; а тематика в экспериментальном плане начала развиваться с изучения разрядов с жидкого мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему. Но все-таки Зелени сумел вывести безразмерный параметр, который определяет диспергирование жидкости с мениска на торце капилляра в виде:

$$E_0 \sqrt{R/\sigma} \geq Const.$$

На ту же тему оказалась задача устойчивости во внешнем электростатическом поле незаряженных капель [16–19], в том числе и свободно падающих в поле сил тяжести [20, 21]. Все это делалось экспериментальными методами. В работах [15–18] на основе проделанных экспериментов и численных расчетов был сформулирован безразмерный критерий неустойчивости капли в поле в виде:

$$w \equiv \frac{E_0^2 R}{\sigma} \geq 2,62; \quad (2)$$

где w – параметр Тейлора.

Таблица 11. Некоторые характеристики проведенного в [19] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	1,4 см
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Вода
<i>Тип стабилизации капли</i>	Микрогравитация внутри самолета, летящего по параболической траектории
<i>Напряженность электростатического поля</i>	До 8 кВ/см
<i>Способ измерения заряда и массы</i>	Не измерялись
<i>Способ измерения радиуса</i>	Не измерялся
<i>Объяснение расхождения с критерием Тейлора</i>	Отсутствует
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Значительное внимание уделялось рассмотрению изменения формы капли в увеличивающемся поле. При удлинении капли по полю с ее противоположных концов выбрасывались маленькие дочерние. Велся отсчет времени и фиксировалось соответствующее изменение формы капли. Построен график зависимости отношения полуосей от времени. Получено, что экспоненциально во времени капля удлиняется только на начальной стадии реализации неустойчивости, а затем она начинает удлиняться во времени быстрее, чем по экспоненциальному закону
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Не фиксировались
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Основное внимание уделено феноменологии. Найдено, что на финальной стадии реализации неустойчивости капля разрывается на две–три части сравнимых размеров. Построена теоретическая (численная) модель, описывающая эксперимент. Получено хорошее согласие с экспериментом

Таблица 12. Некоторые характеристики проведенного в [22] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	90–400 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Вода
<i>Тип стабилизации капли</i>	Уравновешивание в касторовом масле
<i>Критические условия распада</i>	В экспериментах превышение критерия Тейлора <1 %
<i>Способ измерения заряда</i>	Отсутствует. Капли, распадавшиеся асимметрично, исключались из рассмотрения
<i>Способ измерения радиуса</i>	По микрофотографиям капель
<i>Объяснение расхождения с критерием Тейлора</i>	Отсутствует
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Стабилизация незаряженной капли, отсутствие искажения формы поверхности капли, вызываемое аэродинамическим потоком
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Не измерялись
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Равновесная деформация не зависит от соотношения вязкостей между веществом капли μ_i и среды μ_e . Характер распада сильно зависит от μ_i/μ_e и того, насколько полевой параметр превышает критическое по Тейлору значение.

Следует отметить, что касается величины константы в (2), то авторы этих работ в различных статьях получали различные, но близкие к принятому за наиболее точное, значению, за которое в настоящее время прини-

мают значение, найденное Тейлором в работе [18] экспериментальным путем $w = 2,59 \pm 0,08$ и численным расчетом $w = 2,62$, найденное им же.

Распад незаряженной капли в однородном электростатическом поле в качественном отно-

Таблица 13. Некоторые характеристики проведенного в [26] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	2–3,4 мм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Вода
<i>Тип стабилизации капли</i>	Свободное падение капли в вертикальном или горизонтальном электростатическом поле
<i>Критические условия распада</i>	Заряды капель изменялись в пределах 0–0,48 ед. СГСЭ, величина напряженности электростатического поля 0–50 ед. СГСЭ. «Отличное согласование» в пределах 3% с собственной теорией
<i>Способ измерения заряда</i>	По величине потенциала, подаваемого на иглу, которую в полете задевала капля. С проведением дополнительного эксперимента для калибровки значений заряда, реально передаваемого от иглы капле
<i>Способ измерения радиуса</i>	Градуированная капельница под контролируемым давлением
<i>Объяснение расхождения с критерием Тейлора</i>	Отсутствует
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Температуры жидкости варьировались от +20 до –18° С. Заряд, оставшийся после распада, определялся с помощью электрометра, в который попадала капля
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Потери массы 25–40%. Потери заряда для капли диаметром 24 мм составили 0,5–0,6 ед. СГСЭ при переданном ей заряде от 0 до 0,5 ед. СГСЭ.
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	–

Таблица 14. Некоторые характеристики проведенного в [27] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	5–100 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Гептан с добавлением 0,3% топливного антистатика Stadis 450
<i>Тип стабилизации капли</i>	Свободное падение в приближенно вертикальном электростатическом поле (см. схему установки в [27]). Между иглой, заряжающей капли, и заземлением электрометра присутствует неоднородное, преимущественно вертикальное поле
<i>Критические условия распада</i>	Распады при зарядах 70–80% от рэлеевского критерия. Вероятно наличие электростатического поля, создаваемого соседними каплями
<i>Способ измерения заряда</i>	По величине потенциала, подаваемого на иглу, которую в полете задевала капля. С проведением дополнительного эксперимента для калибровки значений
<i>Способ измерения радиуса</i>	По отраженному свету при квадрупольных осцилляциях и по фотографиям с высокоскоростной камеры
<i>Объяснение расхождения с критерием Тейлора</i>	Авторы предполагают, что на это может влиять высокая несферичность капли
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Температуры (неизвестно чего – жидкости или окружающей среды?) варьировали от +20 до –18° С. Заряд, оставшийся после распада, определялся с помощью электрометра, в который попадала капля
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Потери массы 2%, потери заряда 15% (с указанием подтверждения результатов – Taflin, 1989)
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Более крупные капли распадались при меньших собственных (неполяризованных) зарядах. Эмиссионные конусы в основном формировались перпендикулярно электрическому полю, что связывается авторами с влиянием аэродинамических сил

Таблица 15. Некоторые характеристики проведенного в [28] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	30 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Акрилатный мономер (1,6-гександиолдиакрилат) 1-бромтетрадекан, 1-йододекан
<i>Тип стабилизации капли</i>	Электродинамический подвес
<i>Критические условия распада</i>	Большинство распадов происходило при зарядах капель, близких к критическим по Рэлею. Исключения: 1) 1-бромтетрадекан + 1-йододекан, 30,1 мкм, заряд 3,42% от критического по Рэлею 2) 1-бромтетрадекан + 1-йододекан, 27,8 мкм, заряд 3,11% от критического по Рэлею 3) 1,6-гександиолдиакрилат, 23,3 мкм, заряд 63,9%
<i>Способ измерения заряда</i>	По величине потенциала постоянного поля, необходимого для уравнивания капли. С использованием калибровочной константы, определяемой по усреднению серии падающих в электрометр капель
<i>Способ измерения радиуса</i>	По отраженному свету при квадрупольных осцилляциях
<i>Объяснение расхождения с критерием Рэля или Тейлора</i>	Для распадов 1 и 2 допускается локальный перегрев капли при ее облучении, так как в составе капли находились частицы меди
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Камера была заполнена азотом и содержала пары вещества капли
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Сотни дочерних капель 1) Потеря массы 24,3%, заряда 20,9% 2) Потеря массы 75,4%, заряда 74%
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	–

Таблица 16. Некоторые характеристики проведенного в [29] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	3–60 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Гептан, октан, параксилон с Stadis-450 (добавка для увеличения электропроводности)
<i>Тип стабилизации капли</i>	Вертикальное электростатическое поле. Переключается между ориентацией вверх и вниз для изменения направления движения капли и пролета ее мимо фазового доплеровского анемометра. Поле создается восемью кольцевыми электродами. Заявляется радиальная однородность поля такой конфигурации
<i>Критические условия распада</i>	89–101% от критического по Рэлею Величина однородного электростатического поля в установке 169 ед. СГСЭ
<i>Способ измерения заряда</i>	По скорости движения капли в однородном электростатическом поле. Считывалось по изменению доплеровского смещения
<i>Способ измерения радиуса</i>	По показаниям фазового доплеровского анемометра
<i>Объяснение расхождения с критерием неустойчивости</i>	Отсутствует
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Техника «пинг-понг» без переменного электрического поля
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Средняя для всех жидкостей потеря заряда 18%. Изменения массы капель не обнаружено, но указана оценка сверху – диаметр капли изменялся не более чем на 4%
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Мелкие капли распались при значениях заряда, находившихся ближе к критическим по Рэлею значениям

Таблица 17. Некоторые характеристики проведенного в [30] эксперимента

<i>Диаметр распадавшихся капель</i>	225 мкм
<i>Вид жидкости распадавшихся капель</i>	Метиловый спирт
<i>Тип стабилизации капли</i>	Свободно падающая капля в однородном горизонтальном электростатическом поле
<i>Критические условия распада</i>	Незаряженные капли: поля величиной 73–82 ед. СГСЭ. Заряженные капли: заряд 4–13% от критического по Рэлю, поля величиной 70–74 ед. СГСЭ. Детально не исследуются, авторы рассматривают критерий Тейлора как выполняющийся для незаряженных капель
<i>Способ измерения заряда</i>	Усреднение по серии капель, собираемых в металлическую емкость, подключенную к пикоамперметру
<i>Способ измерения радиуса</i>	Не указан
<i>Объяснение расхождения с критериями распада</i>	Отсутствует
<i>Особенности проведения эксперимента</i>	Высококачественные фотографии процесса распада с акцентом на форму распадающейся капли и временные характеристики распада
<i>Потери заряда и массы при распаде</i>	Диаметры дочерних капель порядка 10 мкм, остальные характеристики не измерялись
<i>Дополнительные результаты эксперимента</i>	Распад незаряженных капель: капли распадаются при удлинении примерно в 3 раза. Величина внешнего поля влияет только на скорость вытягивания капли и формирования эмиссионных выступов. Асимметричные распады для заряженных капель. Показано явление последовательных распадов капли в закритических условиях

шении осуществляется аналогично распаду сильно заряженной капли [22, 23], что и не удивительно. Ведь речь идет об одной и той же электростатической неустойчивости капли, реализующейся по отношению к собственному или индуцированному внешним электростатическим полем зарядом [1, 24].

Сложности с теоретическим анализом для капли в поле начинаются с того, что равновесная форма капли во внешнем электростатическом поле не сферическая, а вытянутая сфероидальная. Следовательно, все разложения, необходимые в асимптотическом анализе, приходится выполнять не по сферическим функциям (как это сделал Рэлей для сферической капли), а по сфероидальным (эллипсоидальным), что существенно усложняет анализ. Впрочем, все рассмотрение можно провести и в сферических координатах, используя технику расчетов Рэля [1, 2].

Что и проделал Моррисон в [25] с использованием разложения всех формул, входящих в постановку задачи, по квадрату эксцентриситета. Но такой подход дал теоретическую погрешность порядка 50% от результата.

Приводить по работам, упомянутым в данной главе, таблицы, как это сделано в главе 1, представляется нецелесообразным, поскольку там речь шла о проверке критерия Рэля, а в этой – об изучении закономерностей реализации

неустойчивости капли во внешнем электростатическом поле. Но пару таблиц для иллюстрации приведем (табл. 11, 12).

В целом работа [19] посвящена уточнению и развитию работы Инкулета и Кроманна, выполненной тремя годами ранее, когда капля воды, разбавленной спиртом, взвешивалась в масле.

Рассмотрим также еще одну, относительно более свежую работу [22], в которой авторами выделялись три характерные формы поверхности капли перед распадом и соответствующие режимы распада. Разделение на режимы не имеет четких границ, и поэтому можно считать его условным, так как режимы плавно перетекают друг в друга при изменении параметров эксперимента.

При $0,001 < \mu_i / \mu_e < 0,1$, как правило, наблюдались гантелевидные формы поверхности капли, характеризовавшиеся формированием двух шарообразных выступов на концах капли. Капли такой формы распадались путем развала выступов на мелкие капельки. При $0,1 < \mu_i / \mu_e < 0,5$ капли преимущественно формировали ненаправленные (округлые) выступы, которые при распаде создавали широкие открытые потоки жидкости. С дальнейшим увеличением отношения вязкостей $0,5 < \mu_i / \mu_e < 2$ на концах капли преобладали острые конические выступы, из которых

при распаде эмитировались струи, распадавшиеся вследствие изгибной неустойчивости.

В работе показаны фотографии процесса распада близко расположенных капель. Можно сделать вывод, что на критические условия распада капли могут оказывать существенное влияние соседние капли. При этом на концах одной и той же капли локальные условия могут отличаться, и распад может происходить по разным механизмам, которые, как отмечалось авторами, сильно зависят в том числе от величины зарядового параметра.

Общим для работ, приведенных в данной главе, является бедность фактического физического материала.

3. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗНАЧИТЕЛЬНО ЗАРЯЖЕННОЙ, НО НЕ ДО РЭЛЕЕВСКОГО ПРЕДЕЛА КАПЛИ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ И ЭЛЕКТРОДИСПЕРГИРОВАНИЕ

Следующий пласт работ вплотную примыкает к предыдущей главе и касается электростатического распада капель, весьма заряженных, но не до критического по Рэлею порога, в однородном электростатическом поле [26–30].

Ниже приводятся данные по некоторым из них (табл. 13–17).

Авторы приводят теоретический анализ, являющийся расширением подхода Тейлора путем учета на концах сфероидальной капли поверхностной плотности ее собственного не поляризационного заряда, гравитации и аэродинамического сопротивления. Полученная авторами экспериментальная зависимость критических условий реализации распада заряженной капли воды во внешнем электростатическом поле $E\sqrt{r} = 13,6 - 8Q$ в системе СГСЭ. Этот результат согласуется с теоретическим и однозначно указывает на зависимость критических условий реализации неустойчивости капли как от величины внешнего электростатического поля, так и от заряда капли. Также было экспериментально установлено уменьшение величины электростатического поля, требуемого для распада более крупной капли. Проведенный авторами теоретический анализ показал, что для распада капли могут требоваться поля как меньшей, так и большей величины, чем те, что предполагает критерий Тейлора. В проведенных экспериментах регистрировались потери капель заряда и массы в процессе распада. По представленным в работе таблицам можно сделать вывод, что увеличение заряда капли приводит к снижению величины поля, требуемого для распада капли, увеличению заряда и массы, теряемой каплей в процессе распада.

Обращают на себя внимание значительные потери массы и заряда родительской капли, не характерные для распадов сильно заряженной капли, рассмотренных в главе 1.

В работе получено, что отношение заряда к массе дочерних капелек убывает с увеличением их размера. Также авторы назвали достигнутые ими результаты «парадоксальными»: менее устойчивыми оказались более крупные капли, имевшие при этом меньшие значения отношения заряда к массе. Распады происходили при значениях зарядового параметра, существенно меньших критического по Рэлею. Фотографии показывают особенность данного эксперимента – распадающиеся капли находятся в потоке таких же заряженных капелек. Расстояние между капельками составляет порядка нескольких диаметров. Эмиссионные конусы формируются в различных направлениях, в том числе и перпендикулярно внешнему электростатическому полю, создаваемому установкой. При этом авторы отмечают, что увеличение скорости потока, создающего капли, приводит к дополнительному отклонению критических условий распада от критических по Рэлею значений. Таким образом, можно предположить, что в данном эксперименте существенно влияние аэродинамических сил, внешнего электростатического поля и зарядов соседних капелек, что не учитывается используемой авторами теоретической моделью.

В работе уделено особое внимание распадам, происходившим при зарядах около 3% от критического по Рэлею. Авторы рассматривают используемое в установке лазерное излучение как возможный источник локального перегрева капли, провоцирующего градиент поверхностного натяжения и ее термокапиллярной неустойчивости. Альтернативно предполагается вызываемая излучением фотохимическая реакция светочувствительных компонентов капли.

Результаты этого эксперимента, наряду с [27], показывают, что при оценке условий распада капли следует учитывать локальные условия на отдельных участках ее поверхности, а также потенциально разную природу воздействий, вызывающих распад поверхности капли.

В [29] авторы разработали электростатический подвес без использования переменного электрического поля. По приведенным в работе графикам зарядов капель октана и параксилола хорошо видно, что критические условия реализации неустойчивости ниже рэлеевского критерия, но монотонно приближаются к нему с уменьшением размера капли. Также следует отметить довольно большой разброс экспериментальных значений заряда и

диаметра капли, что может свидетельствовать о недостаточной точности использованной авторами теоретической модели, учитывающей, в частности, аэродинамическое сопротивление для сферической, а не деформированной капли. Стоит также отметить, что величина электростатического поля, использованного в эксперименте, постоянна, однако капля испытывает различное аэродинамическое сопротивление, так как ее скорость относительно набегающего потока при движении вниз и вверх отличается.

В работе оговаривается то, что критические условия распада капли рассчитаны на основании последних перед распадом капли данных. Дополним, что конструктивные особенности установки также не позволяют с высокой точностью оценить момент распада. Таким образом, в данной работе отсутствует экстраполяция данных к моменту фактического распада капли.

В данном исследовании авторы акцентировали внимание на динамике процесса распада. Получены качественные изображения путем наложения большого числа фотографий распадающихся капель, что, по словам авторов, свидетельствует о высокой повторяемости процесса распада. Авторами показаны симметричные распады незаряженных капель и асимметричные – заряженных. Показано, что увеличение электростатического поля свыше критического значения приводит к значительному ускорению формирования эмиссионных выступов на незаряженной капле. Получены фотографии последовательных распадов заряженной капли в электрическом поле величиной, превышающей критическое для распада незаряженной капли значение. Полученные последовательные распады характеризуются зарядом капли, существенно меньшим критического по Рэлею. Сильное внешнее электростатическое поле обеспечивает распад капли с обоих ее концов и сброс зарядов разных знаков.

В работах со стабилизацией сильно заряженной капли, например в [3, 4], последовательные распады происходили по мере испарения капли, знак заряда которой оставался неизменным.

Когда рассматривается капля, свободно падающая в электростатическом поле, то необходимо учитывать и силу лобового сопротивления.

Несколько замечаний по поводу многократных распадов заряженной капли во внешнем электростатическом поле (висящей в суперпозиции электростатического и гравитационного полей). В рассматриваемом случае на капле имеется собственный заряд, а также равные по величине поляризованные заряды. В доста-

точно сильном электростатическом поле с конца капли, на котором знак собственного заряда совпадает с поляризационным зарядом, будет выбрасываться струйка заряженных капелек. Когда дочерние капельки унесут заряд, равный собственному заряду родительской капли, и останутся только поляризационные заряды, начнется эмиссия капелек и с противоположного конца капли. Этот процесс будет иметь место до тех пор, пока не нарушится критерий Тейлора (2). Такая закономерность объясняет значительные потери массы родительской капли и отсутствие (в большинстве случаев) многократных распадов, которые могут реализоваться только при закритических зарядах и слабых полях и будут проходить по сценарию, описанному в главе 1, как неустойчивых по критерию Рэля (1).

Построенные выше умозраительные картины распадов капли в электростатическом поле основаны на предположении, что с обоих ее концов, заряженных зарядами противоположных знаков, эмитируются дочерние капельки равных размеров и равных по модулю зарядов, что заведомо в общем случае не верно.

4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЗАРЯДОМ КАПЛИ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Следует отметить, что все три предыдущих главы настоящего рассмотрения объединены тем обстоятельством, что заряженные капли находятся в однородном внешнем электростатическом поле, только размеры зарядов и величины напряженностей полей меняются. В самом деле, в разделе 1 (в области существенного влияния неустойчивости Рэля) сильно заряженная капля находится в подвесе (в слабом электростатическом поле). В разделе 1 (в области существенного влияния неустойчивости Тейлора) слабо заряженные капли находятся в сильном внешнем электростатическом поле. В разделе 2 влияние обоих типов неустойчивостей (сравнимо) напряженности полей и величины зарядов капли произвольны.

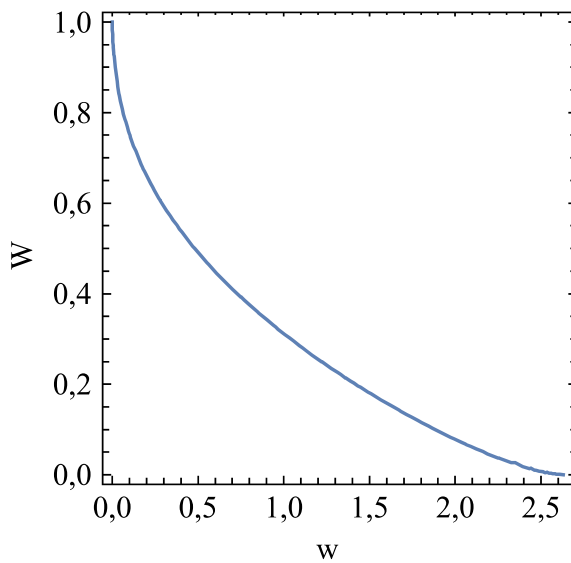
Соответствующая теоретическая задача (об электростатической устойчивости капли с произвольным зарядом на ней во внешних электростатических полях произвольной величины и гравитационном поле) решена в [31], и был выведен критерий неустойчивости неподвижной сильно заряженной капли в суперпозиции гравитационного и электростатического полей:

$$\frac{1}{4} \left(1 + \frac{10}{21} e^2 \right) \eta + \left(1 + \frac{87}{42} e^2 \right) W + \frac{81}{280\pi} \left(1 + \frac{4171}{630} e^2 \right) w \geq 1; \quad (3)$$

где w – безразмерный параметр Тейлора, характеризующий электростатическую устойчивость незаряженной капли во внешнем однородном электростатическом поле напряженностью E , капля претерпевает неустойчивость при $w \equiv (E^2 R / \sigma) \geq 2,62$; где η – безразмерный параметр, обеспечивающий неподвижность капли с зарядом Q в однородном электростатическом поле напряженностью E :

$$w \equiv \frac{E^2 R}{\sigma} \geq 2,62; \quad \eta \equiv (3\sqrt{w \times W} / \sqrt{\pi}); \quad \eta \equiv \frac{\rho g R^2}{\sigma}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), несложно получить критическую зависимость между параметрами Рэлея и Тейлора, приведенную на рисунке.



Критическая зависимость между параметрами Рэлея и Тейлора, разделяющая электростатически устойчивые и неустойчивые состояния заряженной капли, висящей в суперпозиции противоположно направленных однородного электростатического и гравитационного полей.

Легко видеть, что при как угодно малом значении параметра Тейлора критическое значение параметра Рэлея будет меньше единицы.

Любой подвес означает использование какого-либо из силовых полей, деформирующих каплю и искажающих точность измерения. Таким образом, ни один из уже использованных в экспериментах подвесов не даст точного значения критерия Рэлея.

Представляется, что единственная возможность не деформировать сильно заряженную

каплю – это взвесить ее в другой диэлектрической жидкости, равной плотности (внешняя жидкость может быть раствором некоего неэлектропроводного вещества). Вместе с этим возникает проблема приведения капли к условиям, критическим для ее распада, так как в экспериментах с электростатическим подвесом, как правило, используется механизм испарения капли, при котором ее заряд считается неизменным. Возникает необходимость подобрать жидкую среду, позволяющую капле уменьшать свой размер при сохранении заряда и коэффициента межфазного натяжения. Также возникает проблема контроля величины этого заряда.

5. ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ В СУПЕРПОЗИЦИИ ОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРСТАТИЧЕСКОГО И ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЕЙ

Неустойчивость однородно заряженной полоской поверхности идеальной несжимаемой идеально проводящей жидкости по отношению к индуцированному в ней перпендикулярным к поверхности однородным электростатическим полем заряду широко известна как неустойчивость Тонкса–Френкеля. Впервые неустойчивость Тонкса–Френкеля была качественно исследована Тонксом [32]. Он определил аналитический вид и величину (по порядку величины) критерия реализации электростатической неустойчивости заряженной поверхности жидкости. Строгая теория этой неустойчивости была создана Френкелем [33]. Экспериментальная проверка была проведена Тейлором и МакИвеном [34]. В [34] при съемке эксперимента кинокамерой со скоростью 25 кадров в секунду весь процесс образования конуса Тейлора, эмиссии дочерних капелек и их ускоренного движения к противоэлектроду зафиксирован только на одном кадре как акт пробоя между поверхностью жидкости и верхним противоэлектродом. Критерий был подтвержден, но информации о том, как развивается явление во времени, не было получено.

На стадии развитой неустойчивости плоская поверхность жидкости покрывается эмиссионными выступами – конусами Тейлора [35–37], с вершин которых под действием поля отрываются маленькие капельки, уносящие избыточный заряд. Как теория формирования конусов Тейлора, так и экспериментальная проверка неустойчивости Тонкса–Френкеля в настоящее время находятся в мало продвинутом состоянии по сравнению с [33] и [35–37], хотя уже давно в

распоряжении экспериментаторов имеются высокоскоростные кинокамеры, которых не было во времена Тейлора. Что касается расчета параметров (размеров и зарядов) дочерних капелек, эмитируемых при неустойчивости Тонкса–Френкеля, то он еще не выполнен. Предварительное решение такой задачи приведено в [38].

6. ГНОСЕОЛОГИЧЕСКОЕ ОТСТУПЛЕНИЕ ПРО КАПЛИ

Интересно отметить, что для электростатической неустойчивости сильно заряженной капли ее равновесная форма является сферической, а для электростатической неустойчивости незаряженной капли в сильном электростатическом поле ее равновесная форма сфероидальная.

Неустойчивость сильно заряженной сферической капли при реализации неустойчивости Рэлея (1) начинается с потери устойчивости основной модой ее осцилляций, что соответствует вытягиванию капли в сфероид с увеличивающимся эксцентриситетом [39]. Неустойчивость незаряженной сфероидальной капли в сильном электростатическом поле при реализации неустойчивости Тейлора (2) начинается от равновесной сфероидальной формы с достаточно большим эксцентриситетом [24], поскольку незаряженная капля в электростатическом поле имеет равновесную, примерно сфероидальную форму (она может считаться таковой в расчетах первого порядка малости по квадрату эксцентриситета [31]), эксцентриситет которой зависит от величины напряженности поля [31, 40].

Критическое значение параметра Рэлея W для сферической капли будет закритическим для сфероидальной капли, а потерявшая устойчивость сферическая капля станет бесконтрольно удлиняться, пока не распадется [39]. Иная картина будет со сфероидальной каплей в электростатическом поле: сфероидальная капля будет удлиняться вместе с ростом напряженности внешнего электростатического поля, пока w не достигнет предельного по Тейлору значения. Дальше удлинение станет неконтролируемым и капля распадется [24].

Что касается закономерностей распада сильно заряженной капли и незаряженной капли в электростатическом поле, они качественно идентичны [23, 41].

В конце этого краткого обзора следует пояснить, почему в названии статьи используется термин «электрогидродинамическая неустойчивость», хотя речь идет о постоянных зарядах и напряженностях внешних электростатических

полей. Потому что поверхность жидкости или поверхность раздела сред постоянно покрыта капиллярными волнами, генерируемыми уже тепловым движением молекул жидкости весьма малой амплитуды [33]. При больших напряженностях электрического поля у его поверхности некоторые из волн становятся неустойчивыми. Явление неустойчивости заряженной поверхности жидкости не зависит от геометрии пространства, которое жидкость занимает, меняется лишь величина критической напряженности. В частности, это явление имеет место и для струй жидкости [42, 43].

7. О ПАРАМЕТРАХ РАСПАДА СИЛЬНО ЗАРЯЖЕННЫХ КАПЕЛЬ, КАПЕЛЬ И МЕНИСКОВ ЖИДКОСТИ НА ТОРЦЕ КАПИЛЛЯРА ВО ВНЕШНИХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Диспергирование жидкости с заряженной собственной или индуцированным зарядом ее поверхности представляет значительный интерес в связи с многочисленными техническими, технологическими и геофизическими приложениями, а потому неоднократно исследовалось и теоретически, и экспериментально (см., например, обзоры [44–52] и указанную там литературу).

Оценка устойчивости дочерней капельки. Изолированная заряженная зарядом q сферическая капелька радиусом r обладает свободной энергией F , представляющей собой сумму энергии сил поверхностного натяжения и собственной энергии электрического заряда:

$$F = 4\pi r^2 \sigma + \frac{q^2}{2r}.$$

Экстремум потенциальной энергии такой капельки будет иметь место при ее радиусе, соответствующем условию:

$$\frac{\partial F}{\partial r} = 8\pi r \sigma - \frac{q^2}{2r^2} = 0;$$

или при

$$\frac{q^2}{16\pi\sigma r^3} \equiv W = 1;$$

то есть когда капелька находится на пороге электростатической устойчивости по Рэлею [1–2].

Если взять от F вторую производную по r , то получим, что $(\partial^2 F / \partial r^2) > 0$. Иначе говоря, экстремуму F соответствует минимум, и наличие на капельке предельного по Рэлею (для данного радиуса) заряда наиболее выгодно с термодинамической точки зрения.

Естественно задаться вопросом: как изменится заряд капли, если в месте ее нахождения создано электростатическое поле. Такой вопрос целесообразен, поскольку при электродиспергировании родительской капли (или жидкости с торца капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему [23]) дочерние капельки формируются в электростатическом поле родительской капли (или в электростатическом поле разрядной системы). Итак, пусть та же капелька находится в однородном (в пределах объема капельки) электростатическом поле с напряженностью E . Полная потенциальная энергия капельки F_* в этом случае запишется в виде:

$$F_* = 4\pi r^2 \sigma + \frac{q^2}{2r} + \frac{E^2}{2} \left(\frac{r^3}{3} + C \right) + q\phi_*.$$

В этом соотношении C – константа, зависящая от геометрии пространства, занятого электростатическим полем; ϕ_e – полный потенциал электростатического поля, в котором находится капля. Поскольку мы проводим качественный анализ, то сфероидальной деформацией поверхности капли пренебрежем ввиду ее малости.

Находя первую производную от F_* по r и приравнявая ее, как и выше, к нулю, можно получить условие экстремального (минимального, как и раньше) значения параметра Рэлея для дочерней капельки в виде:

$$W_e = 1 + \frac{E^2 r}{16\pi\sigma} \equiv 1 + w.$$

Безразмерный параметр w характеризует устойчивость капли по отношению к внешнему электростатическому полю [18]. Так же как и в случае изолированной заряженной сферической капельки, получаем, что минимуму потенциальной энергии системы соответствует значение параметра Рэлея W_e , большее единицы, и, следовательно, запредельное в смысле электростатической устойчивости по отношению к собственному заряду. Таким образом, согласно полученным результатам, дочерняя капелька должна распасться по тому же закону.

Несложно видеть, что учет сфероидальности капельки во внешнем электростатическом поле в качественном отношении ничего не изменит.

В приведенных в этой главе рассуждениях неявно предполагалось, что скорость выравнивания электрического потенциала бесконечна (как это принималось в [1, 2]) и дочерняя капелька мгновенно получает потенциал родительской капли. На самом деле, серия процессов эмиссии дочерних капелек происходит во

времени: есть скорость отрыва дочерних капелек от родительской капли и есть скорость перетекания заряда с большой капли на маленькую. Все явление происходит при конкуренции этих процессов.

В [53] показано, что параметры электродиспергирования жидкости зависят от диэлектрической проницаемости и электропроводности жидкости, во всяком случае, скорость распространения электрического потенциала по жидкости определяется именно ими. А теперь следует разобраться с закономерностями отрыва дочерней капельки от родительской или от мениска на торце капилляра (по которому жидкость подается в разрядную систему). Дочерняя капелька отрывается от эмиссионного выступа (вершины конуса Тейлора) под действием электростатических сил между родительской каплей и дочерней капелькой, сцепляющихся за счет капиллярных сил в перетяжке, их соединяющей. Если жидкость идеально проводящая, то дочерняя капелька получает максимальный заряд. Если жидкость обладает реальной электропроводностью, то заряд определится соотношением характерного времени отрыва дочерней капельки от родительской капли и характерным временем выравнивания потенциала поверхности [53, 54].

Следует отметить, что диспергирование жидкости реализуется только у хорошо проводящих жидкостей. Например, Зелени [15] наблюдал его на вершине менисков воды, этилового спирта и раствора соляной кислоты, Инглиш [17] – у воды.

Для проводимого качественного анализа сравним характерное время отрыва дочерней капельки от родительской капли и характерное время выравнивания потенциала поверхности для жидкостей, используемых в экспериментах по исследованию электрогидродинамических неустойчивостей, упомянутых выше.

Для количественной оценки по порядку величины за характерное время отрыва дочерней капельки τ_d примем период капиллярных осцилляций ее основной моды ($n = 2$):

$$\tau_d \approx 2\pi \sqrt{\frac{\rho r^3}{8\sigma}} \equiv \pi \sqrt{\frac{\rho r^3}{2\sigma}}.$$

Для примера возьмем воду. Примем для оценки характерного времени отрыва капельки фиксированного радиуса: $r = 50 \text{ мкм} = 5 \times 10^{-3} \text{ см}$, а также $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, $\sigma = 73 \text{ г/с}^2$ и получим $\tau_d \sim 10^{-4} \text{ с}$.

Определим теперь характерное время электрической релаксации. Пусть χ – удельная электропроводность жидкости. Для того чтобы

дочерняя капля унесла максимально возможный для своего размера и потенциала заряд, необходимо существенно меньшее характерное время электрической релаксации τ_χ относительно характерного времени отрыва капельки.

В соответствии с определением характерное время электрической релаксации τ_χ – время, за которое амплитудное значение флуктуации электрического потенциала или заряда уменьшится за счет электропроводности в e раз, имеет вид [55, с. 27]:

$$\tau_\chi \equiv \varepsilon/\chi, \quad (5)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость жидкости.

Оценим τ_χ , например, для пресной воды, с которой проводилось большинство экспериментов, количественно. Для оценки диэлектрическую проницаемость пресной воды примем $\varepsilon = 81$, а удельную электропроводность для воды питьевой или дождевой, согласно [56], возьмем как $\chi \sim 5 \times 10^7 \text{ c}^{-1}$ (такое же значение удельной проводимости отмечается на нижнем пределе допустимых значений χ и для питьевой воды) и получим по (5) $\tau_\chi \sim 10^{-6} \text{ c}$.

Видно, что в рассмотренном примере характерное время отрыва дочерней капельки τ_d на два порядка величины больше характерного времени электрической релаксации τ_χ и, следовательно, согласно сказанному выше, капля будет нести запредельный по Рэлею заряд.

Возьмем другой пример – с метиловым спиртом, у которого удельная электропроводность на пять порядков величины меньше, чем у воды. Рассмотрим дочернюю капельку того же размера $r = 50 \text{ мкм} = 5 \times 10^{-3} \text{ см}$, плотность $\rho = 0,017 \text{ г/см}^3$, диэлектрическая проницаемость и коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 22,5 \text{ г/с}^2$. Тогда характерное время отрыва дочерней капельки τ_d определится, как:

$$\tau_d \approx \pi \sqrt{\frac{\rho r^3}{2\sigma}} \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}.$$

Характерное время электрической релаксации τ_χ при удельной электропроводности метилового спирта $\chi \sim 5 \times 10^3 \text{ c}^{-1}$ и диэлектрической проницаемости $\varepsilon = 22,5$ будет равно $\tau_\chi \sim 5 \times 10^{-3} \text{ c}$.

То есть в этом случае характерное время отрыва дочерней капельки τ_d на два порядка величины меньше характерного времени электрической релаксации τ_χ и, следовательно, капля не успеет зарядиться до рэлеевского предела и будет устойчивой.

Есть еще один физический параметр, воздействующий на электродиспергирование жидкости: это вязкость жидкости, которая будет суще-

ственно влиять на величину характерного времени отрыва дочерней капельки [53]. Но в рамках принятой для количественной оценки математической модели отрыва учесть вязкость сложно. Но очевидно, что с увеличением вязкости жидкости τ_d будет заметно увеличиваться [53], что и подтверждается экспериментально, если в качестве рабочей жидкости взять, например, глицерин [57].

8. СТРУЯ

Несколько слов о дроблении заряженных струй. Распад заряженной струи на капли зависит как от номера азимутальной моды m капиллярной волны на поверхности струи, так и от величины поверхностного заряда на струе. При $m = 0$ струя распадается примерно на равные капли, с размерами, уменьшающимися с увеличением поверхностной плотности заряда. При $m = 1$ струя изгибается, ее свободный конец движется «хлыстообразно», а отрыву капель от струи способствуют центробежные силы. Размеры и заряды образовавшихся капель изменяются хаотично. С азимутальной модой $m = 2$ струя теряет устойчивость только при очень больших поверхностных плотностях заряда, предпробойных в смысле зажигания коронного разряда [53–54]. При этом родительская струя выбрасывает множество на два порядка более тонких струек, которые уже распадаются на отдельные весьма мелкие капельки [58, 59]. Явление это обнаружено экспериментально, на грани возможности использования измерительного оборудования, и слабо изучено теоретически.

9. ЧТО НУЖНО СДЕЛАТЬ

1) Что касается электрогидродинамической неустойчивости сильно заряженной капли и проверки справедливости критерия Рэлея, то, скорее всего, следует считать, что экспериментально критерий подтвержден в значительном количестве экспериментов [3–13] с экспериментальной погрешностью, меняющейся от работы к работе, и параметры дочерних капелек определены.

2) Про электростатическую неустойчивость незаряженной капли во внешнем электростатическом поле значительной величины и проверку справедливости критерия Тейлора можно сказать почти то же самое, только пока теоретически этот критерий выведен в работе Моррисона [25] весьма грубо: экспериментальное и численно полученные его значения точнее теоретического [25]. Можно хотя бы рассчитать его в следующем порядке малости по квадрату

эксцентриситета. Желательно определить и параметры (размеры и заряды, а также выяснить, как они меняются со временем) дочерних капелек.

3) Неустойчивость заряженной не до рэлеевского предела капли в суперпозиции однородного электростатического и гравитационного полей исследована в теоретическом [31] и экспериментальном [28–30] отношениях, но следует измерить и параметры (размеры и заряды) дочерних капелек, а также выяснить, как они меняются со временем.

4) С помощью высокоскоростных кинокамер можно зафиксировать весь процесс эмиссии дочерней капельки и измерить характерное время эмиссии дочерней капельки.

5) Нужно исследовать зависимость параметров распада от физико-химических свойств жидкостей: удельной проводимости, диэлектрической проницаемости, вязкости.

6) Целенаправленно экспериментально исследовать выполнение критерия электростатической неустойчивости заряженной капли, висющей в электростатическом подвесе (3).

7) Определить размеры и заряды дочерних капелек, эмитируемых с разных концов распадающейся незаряженной капли в электростатическом поле.

8) Что касается неустойчивости Тонкса–Френкеля, то теоретически она проработана, не считая слабости изучения физических закономерностей роста конусов Тейлора [35–37], но в экспериментальном плане кроме работы [31] ничего значимого не сделано вообще. Следует повторить эксперимент [34], но с использованием высокоскоростной кинокамеры, и создать теорию роста конуса Тейлора, измерить параметры дочерних капелек.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы работы по электростатическому распаду сильно заряженных капелек, а также капелек, заряженных слабо и совсем незаряженных, но помещенных в электростатическое поле значительной напряженности, а также обозначены проблемы изучения электростатической неустойчивости плоской поверхности несжимаемой электропроводной жидкости. Выяснилось, что причиной отклонения критического значения параметра Рэля от теоретически вычисленного, вероятнее всего, является экспериментальная погрешность измерения физических величин. В него (в параметр Рэля) входящих, что означает экспериментальное нахождение точного критического значения параметра Рэля возможным только с погрешностью, и при этом следует

учитывать и наличие внешнего поля, обеспечивающего подвес. О суперпозиции значений параметров Рэля и Тейлора следует судить по зависимости (3). Исследование неустойчивости Тонкса–Френкеля нуждается в новых экспериментах с использованием современных измерительных приборов. Дополнительные исследования с упором на закономерности отрыва дочерних капелек с использованием высокоскоростных кинокамер необходимы для всех видов неустойчивостей капелек и жидких менисков.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в ИПМех РАН в рамках Государственного задания № 124012500442-3 госрегистрации.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lord Rayleigh, F.R.S., XX. On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity, *Phil. Mag.*, 1882, vol. 14, no. 87, p. 184.
2. Hendrics, C.D. and Schneider, J.M., Stability of conducting droplet under the influence of surface tension and electrostatic forces, *J. Amer. Phys.*, 1963, vol. 1, no. 6, p. 450.
3. Doyle, A., Moffet, D.R. and Vonnegut, B., Behavior of evaporating electrically charged droplets, *J. Coll. Sci.*, 1964, vol. 19, p. 136.
4. Berg, T.G.O., Trainor, R.J. and Vaughan, U., Stable, unstable and metastable charged droplets, *J. Atmosph. Sci.*, 1970, vol. 27, no. 11, p. 1173.
5. Schweizer, J.D. and Hanson, D.N., Stability limit of charged drops, *J. Coll. Int. Sci.*, 1971, vol. 35, no. 3, p. 417.
6. Roulleau, M. and Desbois, M., Study of evaporation and instability of charged water droplets, *J. Atmosph. Sci.*, 1972, vol. 29, no. 4, p. 565.
7. Taflin, D.C., Ward, T.L. and Davis, E.J., Electrified droplet fission and the Rayleigh limit, *Langmuir*, 1989, no. 5, p. 376.
8. Duft, D., Lebius, H., Huber, B.A., Guet, C., et al., Shape oscillations and stability of charged microdroplets, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, vol. 89, no. 8, art. ID. 084503.
9. Duft, D., Achtzehn, T., Muller, R., Bernd A. Huber, et al., Rayleigh jets from levitated microdroplets, *Nature*, 2003, vol. 421, p. 128.
10. Achtzehn, T., Müller, R., Duft, D., Leisner, T., The Coulomb instability of charged microdroplets: dynamics and scaling, *Eur. Phys. J. D*, 2005, vol. 34, p. 311.
11. Li, K.-Y., Tu, H. and Ray, A.K., Charge limits on droplets during evaporation, *Langmuir*, 2005, vol. 21, no. 9, p. 3786.

12. Chee Sheng Fong, Black, N.D., Kiefer, P.A. and Shaw, R.A., An experiment on the Rayleigh instability of charged liquid drops, *Amer. J. Phys.*, 2007, vol. 75, no. 6, p. 499.
13. Hunter, H.C. and Ray, A.K., On progeny droplets emitted during Coulombic fission of charged microdrops, *Phys. Chem. Chem. Phys.*, 2009, vol. 11, no. 29, p. 6156.
14. Курчатова, И.В., Наследов, Д.Н., Семенов, Н.Н., Харитон, Ю.Б., *Электронные явления*. Л.: Химтеорет, 1935. 388 с.
15. Zeleny, J., On the condition of instability of electrified drops with application to the electrical discharge from liquid points, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 1914, vol. 18, Part 1, p. 71.
16. Nolan, G.G., The breaking of water-drops by electric fields, *Proc. Roy. Irish. Akad. Section A*, 1924–1927, vol. 37, p. 28.
17. English, W.N., Corona from a water drop, *Phys. Rev.*, 1948, vol. 74, no. 2, p. 179.
18. Taylor, G., Disintegration of water drop in an electric field, *Proc. Roy. Soc. A (London)*, 1964, vol. 280, p. 1382.
19. Inculet, I.I., Floryan, J.M. and Haywood, R.J., Dynamics of water droplets breakup in electric fields, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 1992, vol. 28, no. 5, p. 1203.
20. Macky, W.A., Some investigations on the deformation and breaking of water drops in strong electric fields, *Proc. Roy. Soc. A (London)*, 1931, vol. 133, no. 822, p. 565.
21. Richards, C.N. and Dawson, G.A., The hydrodynamic instability of water drops falling at terminal velocity in vertical electric fields, *J. Geophys. Res.*, 1971, vol. 76, no. 15, p. 3445.
22. Karyappa, R.B., Deshmukh, S.D. and Thakkar, R.M., Breakup of a conducting drop in a uniform electric field, *J. Fluid Mech.*, 2014, vol. 754, p. 550.
23. Grigor'ev, A.I. and Shiryaeva, S.O., The theoretical consideration of physical regularities of the electrostatic dispersion of liquids as aerosols, *J. Aerosol Sci.*, 1994, vol. 25, no. 6, p. 1079.
24. Григорьев, А.И., Синкевич, О.А., К механизму развития неустойчивости капли жидкости в электростатическом поле, *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1985, № 6, с. 10.
25. Morrison, C.A., Leavitt, R.P. and Wortman, D.E., The extended Rayleigh theory of the oscillation of liquid droplets, *J. Fluid Mech.*, 1981, vol. 104, p. 295.
26. Abbas, M.A. and Latham, J., The disintegration and electrification of charged water drops falling in an electric field, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 1969, vol. 95, no. 403, p. 63.
27. Gomez, A. and Tang, K., Charge and fission of droplets in electrostatic sprays, *Phys. Fluids*, 1994, vol. 6, no. 1, p. 404.
28. Widmann, J.F., Aardahl, C.L. and Davis, E.J., Observations of non-Rayleigh limit explosions of electrostatically levitated microdroplets, *Aerosol Sci. Technol.*, 1997, vol. 27, no. 5, p. 636.
29. Grimm, R.L. and Beauchamp, J.L., Evaporation and discharge dynamics of highly charged droplets of heptane, octane, and p-xylene generated by electrospray ionization, *Analyt. Chem.*, 2002, vol. 74, no. 24, p. 6291.
30. Grimm, R.L. and Beauchamp, J.L., Dynamics of field-induced droplet ionization: Time-resolved studies of distortion, jetting, and progeny formation from charged and neutral methanol droplets exposed to strong electric fields, *J. Phys. Chem. B.*, 2005, vol. 109, no. 16, p. 8244.
31. Григорьев, А.И., Ширяева, С.О., Белавина, Е.И., Равновесная форма заряженной капли в электрическом и гравитационном полях, *Журнал технической физики*, 1989, т. 9, № 6, с. 27.
32. Tonks, L., A Theory of liquid surface rupture by uniform electric field, *Phys. Rev.*, 1935, vol. 48, p. 562.
33. Френкель, Я.И., К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме, *ЖЭТФ*, 1936, т. 6, № 4, с. 348.
34. Taylor, G.I. and McEwan, A.D., The stability of horizontal fluid interface in a vertical electric field, *J. Fluid Mech.*, 1965, vol. 22, no. 1, p. 1.
35. Allen, J.E., A note on the Taylor cone, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1985, vol. 18, p. 59.
36. Suvorov, V.G. and Zubarev, N.M., Formation of the Taylor cone on the surface of liquid metal in the presence of an electric field, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2004, vol. 37, p. 289.
37. Григорьев, А.И., Ширяева, С.О., Белоножко, Д.Ф., Климов, А.В., О форме «конуса Тэйлора» и характерном времени его роста, *ЭОМ*, 2004, № 4, с. 34.
38. Григорьев, А.И., Кузьмичев, Ю.А., Параметры электродиспергирования жидкости при неустойчивости Тонкса-Френкеля, *ЭОМ*, 2002, №3, с. 30.
39. Григорьев, А.И., О механизме неустойчивости заряженной проводящей капли, *ЖТФ*, 1986, т. 56, № 7, с. 1272.
40. O' Kanski, C.T. and Thacher, H.C., The distortion of aerosol droplets by an electric field, *J. Phys. Chem.*, 1953, vol. 57, no. 9, p. 955.
41. Григорьев, А.И., Ширяева, С.О., Закономерности распада сильно заряженной капли, *ЖТФ*, 1989, т. 59, № 11, с. 119.
42. Grigor'ev, A.I. and Shiryaeva, S.O., On realization peculiarities of electrostatic instability of a fluid's charged surface in different geometries, *Surf. Eng. Appl. Electrochem.*, 2022, vol. 58, no. 3, p. 231.
43. Григорьев, А.И., Ширяева, С.О., Электростатическая неустойчивость высоких азимутальных мод заряженной струи, *Изв. РАН. МЖГ*, 2021, № 3, с. 48.
44. Baily, A.G., Electrostatic atomization of liquids, *Sci. Prog., Oxf.*, 1974, vol. 61, p. 555.

45. Коженков, В.И., Фукс Н.А., Электрогидродинамическое распыление жидкости, *Успехи химии*, 1976, т. 45, № 12, с. 2274.
46. Vogu, D.B., Drop formation in a circular liquid jet, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1979, vol. 11, p. 207.
47. Габович, М.Д., Жидкометаллические эмиттеры ионов, *УФН*, 1983, т. 140, № 1, с. 137.
48. Блаженков, В.В., Дмитриев, А.С., Шишов, В.В., Монодиспергирование вещества (от опытов Савара до современных технологий: ретроспектива и перспективы), *Тр. Моск. энерг. ин-та*, 1983, вып. 615, с. 3.
49. Bailey, A.G., The theory and practice of electrostatic spraying, *Atomis. Spray Technol.*, 1986, vol. 2, p. 95.
50. Дудников, В.Г., Шабалин, А.Л., Электрогидродинамические источники ионных пучков, *Препринт 87-63 ИЯФ СО АН СССР*, Новосибирск, 1987. 66 с.
51. Fenn, J.B., Mann, M., Meng, C.K., et al., Electrospray ionization for mass spectrometry of large biomolecules, *Science*, 1989, vol. 246, no. 4926, p. 64.
52. Григорьев, А.И., Ширяева, С.О., Капиллярные неустойчивости заряженной поверхности капель и электродиспергирование жидкостей (обзор), *Изв. РАН. МЖГ*, 1994, № 3, с. 3.
53. Григорьев, А.И., Ширяева, С.О., О влиянии физико-химических характеристик жидкостей на законо-мерности их электродиспергирования, *Коллоидный журнал*, 2021, т. 83, № 5, с. 532. <https://doi.org/10.31857/S0023291221050050>
54. Григорьев, А.И., Ширяева, С.О., О теоретических посылах к классификации режимов электродиспергирования жидкости, *Коллоидный журнал*, 2022, т. 84, № 2, с. 127. <https://doi.org/10.31857/S0023291222020045>
55. Стреттон, Дж.А., *Теория электромагнетизма*. М.-Л.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1948. 539 с.
56. Таблица электропроводности различных сред. <https://etalon-chel.ru/help/raskhodomery/tablica-ehlektroprovodnosti-razlichnykh-sred/>
57. Zeleny, J., Instability of electrified liquid surfaces, *Phys. Rev.*, 1917, vol. 10, no. 1, p. 1.
58. Cloupeau, M. and Prunet-Foch, B., Electrostatic spraying of liquids: Main functioning modes, *J. Electrostatics*, 1990, vol. 25, p. 165.
59. Jaworek, A. and Krupa, A., Classification of the modes of EHD spraying, *J. Aerosol Sci.*, 1999, vol. 30, no. 7, p. 873.

Summary

The electrohydrodynamic instability of the charged liquid surface manifests itself in the instability of a highly charged drop, the instability of charged drop in superposition of external electrostatic field and gravitational field, as well as the instability of flat charged surface of electroconductive liquid. Attempts to experimentally verify the correctness of the criterion of electrohydrodynamic instability of a highly charged drop, derived by theoretical methods a hundred and a half years ago, by the Rayleigh criterion, which began in the middle of the last century and continues to the present, confirm it, but with some error that does not decrease over the years (with the improvement of the instrument base), which indicates the principle of such an error. In general, the need to position the droplet implies the influence of certain external fields that deform the droplet and, thereby, affect the accuracy of the determined Rayleigh criterion. An experimental and numerical study of the instability of an uncharged drop in an external electrostatic field – Taylor drop instability shows its qualitative similarity to the instability of a charged Rayleigh drop. Somewhat apart is the electrohydrodynamic instability of the flat surface of the liquid, well studied theoretically, but poorly – experimentally, due to the fact that high-speed movie cameras have relatively recently entered scientific use – Tonks-Frenkel instability.

Keywords: instability, highly charged drop, uncharged drop in electrostatic field, Tonks-Frenkel instability