

Динамическое поверхностное натяжение заряженной сферической капли воды

А. И. Григорьев^{а,*}, Н. Ю. Колбнева^{б,**}, С. О. Ширяева^{б,***}

^аИнститут проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН Москва, 119526, Россия

^бЯрославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль, 150000, Россия,

* e-mail: grigorai@mail.ru

** e-mail: kolbneva-nata@yandex.ru, *** e-mail: shir@uniyar.ac.ru

Поступила в редакцию 19.04.2023

После доработки 11.05.2023

Принята к публикации 19.05.2023

В асимптотических расчетах первого порядка малости по безразмерной амплитуде осцилляций капли воды исследуется на модели идеальной несжимаемой жидкости влияние эффекта динамического поверхностного натяжения на параметры осцилляций. Показано, что эффект динамического поверхностного натяжения существенно проявляется на частотах внешнего воздействия, обратных к времени релаксации воды. На таких частотах под влиянием внешних воздействий происходит разрушение двойного электрического слоя (нарушение упорядоченности молекул воды в приповерхностном слое), свободная энергия поверхности увеличивается, а с нею и величина поверхностного натяжения жидкости. На акустическое излучение от капли динамическое поверхностное натяжение влияет через изменение коэффициента поверхностного натяжения. Вклад в электромагнитное излучение осциллирующей капли связан с разрушением упорядоченности приповерхностных молекул воды в двойном электрическом слое.

Ключевые слова: динамическое поверхностное натяжение, упорядоченность дипольных молекул, релаксация

УДК 532.6:537.8

<https://doi.org/10.52577/eom.2023.59.6.41>

ВВЕДЕНИЕ

Эффект динамического поверхностного натяжения реализуется для полярных жидкостей и характеризуется изменением величины коэффициента поверхностного натяжения при кратковременных или периодических кратковременных силовых воздействиях на поверхность капли [1].

Отметим, что физико-химическая природа обсуждаемого процесса связана с формированием двойного электрического слоя у поверхности капли. Суть этого явления в том, что молекулы воды являются диполями, а свободная поверхность воды в поверхностном слое ориентирует дипольные молекулы отрицательно заряженными полюсами наружу из объема [2, 3], и это неоднократно подтверждалось в экспериментах. В итоге полюса электрических диполей с положительным знаком заряда направлены внутрь капли и притягивают из объема капли отрицательные ионы. В результате в приповерхностном слое жидкости толщиной порядка десятков нанометров появляется нечетко очерченный (размытый) объемный электрический заряд. Поскольку этот процесс идет самопроизвольно, поверхностная свободная энергия уменьшается. Таким образом, образование двойного электрического слоя ведет к

появлению некоей упорядоченности в ориентации дипольных молекул (согласно [3] упорядоченность диполей происходит за счет учета как дипольного, так и квадрупольного взаимодействия молекул), к снижению поверхностной энергии и уменьшению коэффициента поверхностного натяжения. Экспериментально обнаружено, что максимальное значение динамического поверхностного натяжения (при полной разупорядоченности приповерхностных диполей) на 25% выше его равновесного значения, достигаемого при максимальной упорядоченности [4]. Следует отметить, что количество публикаций, посвященных динамическому поверхностному натяжению, велико, см., например, [5–8].

Внешние силовые воздействия разрушают упорядоченную структуру двойного электрического слоя, увеличивая при этом поверхностную энергию и, как следствие, коэффициент поверхностного натяжения.

Высокочастотная капиллярная волна, бегущая по поверхности жидкости, будет разрушать упорядоченность диполей, поскольку частицы жидкости под поверхностной волной находятся в состоянии движения по окружностям [9, с. 57], что, следовательно, и приводит к повышению поверхностного натяжения. Явление самопро-

извольного восстановления упорядоченности называется *релаксацией*, а характерное время возвращения системы в равновесное состояние – *характерным временем релаксации*.

Для учета эффекта динамического поверхностного натяжения воспользуемся известной формулой Максвелла [5], когда коэффициент поверхностного натяжения жидкости σ учитывает величины поверхностного натяжения жидкости в состоянии упорядоченности приповерхностных молекул и в состоянии их полной разупорядоченности:

$$\sigma = \sigma_{\infty} - \frac{\sigma^*}{1 - i\omega_n \tau_r} = \sigma_0 - \frac{i\omega_n \sigma^* \tau_r}{1 - i\omega_n \tau_r};$$

$$\sigma^* = \sigma_{\infty} - \sigma_0. \quad (1)$$

В (1) i – мнимая единица; τ_r – характерное время релаксации (время, за которое мгновенно деформированный приповерхностный слой жидкой капли возвращается в равновесное состояние); σ_0 – значение коэффициента поверхностного натяжения равновесной структуры капли (для нулевой частоты внешнего воздействия); σ_{∞} – максимальное значение коэффициента поверхностного натяжения капли для весьма высоких частот (при разрушенной упорядоченной структур двойного электрического слоя); σ^* – поправка к величине σ_0 , связанная с отклонением приповерхностного слоя капли от равновесного состояния в результате эффекта релаксации.

Очевидно, что учет динамического поверхностного натяжения приведет к усложнению спектра капиллярных осцилляций жидкой капли.

В связи со сказанным представляется целесообразным исследование влияния эффекта динамического поверхностного натяжения на капиллярно-волновые движения поверхности проводящей капли.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется неподвижная сферическая капля радиуса R идеальной несжимаемой идеально проводящей жидкости с массовой плотностью ρ_1 , несущая электрический заряд Q . Коэффициент поверхностного натяжения границы раздела сред обозначим σ . В качестве внешней среды примем идеальную несжимаемую диэлектрическую среду с диэлектрической проницаемостью ϵ_{ex} и массовой плотностью ρ_2 .

Вследствие теплового движения молекул жидкости на поверхности капли создается капиллярное волновое движение весьма малой амплитуды, не превышающей 0,1 нм [10].

Однако из-за внешних силовых воздействий (коагуляции, дробления, столкновений, трения о воздух и т.д.) амплитуда капиллярных волн в капле может существенно превышать указанную величину [11].

Рассмотрение задачи проведем в сферической системе координат с началом в центре масс сферы при использовании осесимметричной постановки.

Движения жидкости в капле и во внешней среде будем считать потенциальными, выражая поле скоростей $\vec{V}_j(r, \theta, t)$ через градиенты гидродинамических потенциалов $\psi_j(r, \theta, t)$ [9]:

$$\vec{V}_j(r, \theta, t) = \nabla \psi_j(r, \theta, t);$$

$$(j = 1, 2). \quad (2)$$

Здесь величины с индексом $j = 1$ характеризуют каплю, с $j = 2$ – среду.

Искажение равновесной сферической формы $\xi(\theta, t)$, вызванное капиллярным движением, будем считать малым вместе с величинами полей скоростей течения жидкости в капле и среде $\vec{V}_j(r, \theta, t)$ и гидродинамических потенциалов $\psi_j(r, \theta, t)$.

Уравнение границы раздела капли и среды в произвольный момент времени t запишем в виде:

$$r(\theta, t) = R + \xi(\theta, t),$$

где амплитуда волнового движения поверхности капли много меньше ее равновесного радиуса: $\max|\xi|/R \ll 1$.

Моделируя каплю идеальным проводником, предполагаем, что скорость перераспределения поверхностного заряда существенно превосходит скорости течений жидкости в ней. Тогда электрическое поле в окрестности капли, создаваемое ее равномерно распределенным зарядом, будем полагать квазистационарным, описываемым электрическим потенциалом $\Phi(r, \theta, t)$, связанным с напряженностью поля $\vec{E}(r, \theta, t)$ соотношением:

$$\vec{E}(r, \theta, t) = -\nabla \Phi(r, \theta, t). \quad (3)$$

Электрический потенциал вдоль возмущенной поверхности обозначим Φ_s .

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Математическая формулировка задачи о капиллярных осцилляциях заряженной капли состоит из уравнений движения внутренней и внешней сред капли (уравнения Эйлера):

$$\frac{d\vec{V}_j(r, \theta, t)}{dt} = -\frac{1}{\rho_j} \nabla P_j(r, \theta, t);$$

$$(j = 1, 2); \quad (4)$$

уравнения непрерывности:

$$\operatorname{div} \vec{V}_j(r, \theta, t) = 0; (j = 1, 2); \quad (5)$$

и уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0; \operatorname{div} \vec{E} = 0. \quad (6)$$

Использование (2) позволяет привести равенство (5) к уравнениям Лапласа для гидродинамических потенциалов $\psi_j(r, \theta, t)$:

$$\Delta \psi_j(r, \theta, t) = 0; (j = 1, 2); \quad (7)$$

Подставляя (3) в (6), находим, что первое из уравнений системы (6) удовлетворяется тождественно, а второе сводится к уравнению Лапласа для потенциала электростатического поля $\Phi(r, \theta, t)$:

$$\Delta \Phi(r, \theta, t) = 0. \quad (8)$$

Из уравнений (4) получим соотношения для давлений в капле $P_1(r, \theta, t)$ и во внешней среде $P_2(r, \theta, t)$:

$$P_j(r, \theta, t) = P_{0j} - \rho_j \frac{\partial \psi_j(r, \theta, t)}{\partial t}; (j = 1, 2),$$

где P_{0j} – постоянные давления внутри ($j = 1$) и вне капли ($j = 2$).

Кроме того, необходимо, чтобы искомые потенциалы $\psi_j(r, \theta, t)$, $\Phi(r, \theta, t)$ удовлетворяли условиям ограниченности (естественным граничным условиям) в начале координат и на бесконечном удалении от капли:

$$r \rightarrow 0: \psi_1(r, \theta, t) \rightarrow 0; \quad (9)$$

$$r \rightarrow \infty: \psi_2(r, \theta, t) \rightarrow 0; \Phi(r, \theta, t) \rightarrow 0. \quad (10)$$

На границе раздела сред $r = R + \xi(\theta, t)$ должны выполняться гидродинамические и электростатические граничные условия:

равенства нормальных компонент скоростей движения внутренней и внешней сред:

$$\vec{n}_1 \times \nabla \psi_1(r, \theta, t) = \vec{n}_2 \times \nabla \psi_2(r, \theta, t) \equiv \vec{n} \times \nabla \psi(r, \theta, t);$$

$$\vec{n} = \vec{n}_1 = -\vec{n}_2;$$

кинематическое:

$$\frac{\partial \xi(\theta, t)}{\partial t} \approx \vec{n} \times \nabla \psi(r, \theta, t);$$

динамическое условие для нормальной компоненты тензора напряжений:

$$P_1(r, \theta, t) - P_2(r, \theta, t) + P_q(r, \theta, t) - P_\sigma(r, \theta, t) = 0;$$

$$P_q(r, \theta, t) = \frac{\varepsilon_{ex}}{8\pi} (\nabla \Phi(r, \theta, t))^2;$$

$$P_\sigma(r, \theta, t) = \sigma \operatorname{div} \vec{n}(r, \theta, t)$$

и условие постоянства электрического потенциала поверхности капли:

$$\Phi(r, \theta, t) = \Phi_s.$$

Добавим к сформулированной выше задаче дополнительные интегральные условия сохранения объема капли, отсутствия движения ее центра масс:

$$\int_V r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{4}{3} \pi R^3;$$

$$\int_V \vec{r} r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi = 0;$$

$$V = [0 \leq r \leq R + \xi(\theta, t), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi]$$

и постоянства полного заряда капли:

$$-\frac{\varepsilon_{ex}}{4\pi} \oint_S \vec{n}(r, \theta, t) \times \nabla \Phi(r, \theta, t) dS = Q;$$

$$S = [r = R + \xi(\theta, t), 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi].$$

В выписанных выражениях \vec{n}_1 – внешний орт нормали по отношению к капле; \vec{n}_2 – внешний орт нормали по отношению к внешней среде; $P_q(r, \theta, t)$ – давление электрических сил; $P_\sigma(r, \theta, t)$ – давление сил поверхностного натяжения.

Решение сформулированной (7), (8), (9), (10), (11) задачи будем искать классическими методами теории возмущений [12] в линейном приближении по малому параметру ε , в качестве которого выберем отношение амплитуды капиллярных осцилляций капли к ее радиусу $\varepsilon \equiv |\xi|/R \ll 1$. В рамках метода прямого разложения возмущение равновесной формы $\xi(\theta, t)$, потенциалы $\psi_j(r, \theta, t)$, $\Phi(r, \theta, t)$ и давления $P_j(r, \theta, t)$, $P_q(r, \theta, t)$, $P_\sigma(r, \theta, t)$ представим в виде асимптотических разложений:

$$\xi(\theta, t) = \xi^{(1)}(\theta, t) + O(\varepsilon^2);$$

$$\psi_j(r, \theta, t) = \psi_j^{(1)}(r, \theta, t) + O(\varepsilon^2); (j = 1, 2);$$

$$\Phi(r, \theta, t) = \Phi^{(0)}(r, \theta) + \Phi^{(1)}(r, \theta, t) + O(\varepsilon^2);$$

$$P_j(r, \theta, t) = P_j^{(0)}(r, \theta, t) + P_j^{(1)}(r, \theta, t) + O(\varepsilon^2);$$

$$P_q(r, \theta, t) = P_q^{(0)}(r, \theta) + P_q^{(1)}(r, \theta, t) + O(\varepsilon^2);$$

$$P_\sigma(r, \theta, t) = P_\sigma^{(0)}(r, \theta) + P_\sigma^{(1)}(r, \theta, t) + O(\varepsilon^2),$$

где верхний индекс обозначает порядок малости по ε соответствующих компонент.

АНАЛИЗ

Разложим в общем случае комплексную частоту осцилляций n -й моды капли на вещественную и мнимую части:

$$\omega_n \equiv \text{Re } \omega_n + i \text{Im } \omega_n \equiv \omega'_n + i\eta_n$$

и будем решать задачу стандартными методами (см., например, [13]). Частоту полагаем комплексной потому, что в капле полярной жидкости, какой является вода, поверхностные капиллярные волны будут разрушать упорядоченность молекул в приповерхностном слое и изменять свободную энергию поверхности воды, что будет сопровождаться затуханием. В итоге найдем с учетом (1) дисперсионное уравнение для капиллярных осцилляций капли, принимая во внимание динамическое поверхностное натяжение:

$$\omega_n^3 + i \frac{\omega_n^2}{\tau_r} - \omega_n \left(\omega_{n0}^2 + \frac{\sigma_*}{\sigma_0} \omega_{n0}'^2 \right) - i \frac{\omega_{n0}^2}{\tau_r} = 0; \quad (n \geq 2); \quad (12)$$

$$\omega_{n0}^2 = \frac{\sigma_0}{R^3} \frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{(\rho_1(n+1) + \rho_2 n)};$$

$$\omega_{n0}'^2 = \frac{\sigma_0}{R^3} \frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{(\rho_1(n+1) + \rho_2 n)} \left[1 - \frac{W}{(n+2)} \right];$$

$$W = \frac{Q^2}{4\pi\sigma_0 R^3},$$

где величины, отмеченные нижним индексом 0, относятся к равновесному состоянию поверхности капли; n – номер моды; ω_n – комплексная частота осцилляций n -й моды заряженной капли при разрушенной упорядоченной структуре двойного электрического слоя, $\text{Re } \omega_n \equiv \omega'_n$ – собственная частота осцилляций заряженной капли при разрушенной упорядоченной структуре двойного электрического слоя; η – декремент затухания; W – параметр Рэлея [14], характеризующий устойчивость капли по отношению к собственному заряду; ω_n – частота осцилляций n -й моды, ω_{n0} , ω_{n0}' – частоты осцилляций n -й моды заряженной и незаряженной капель, имеющих равновесную структуру приповерхностного слоя жидкости.

Несложно видеть, что второй и четвертый коэффициенты дисперсионного уравнения являются мнимыми и что учет динамического поверхностного натяжения сказывается на увеличении порядка дисперсионного уравнения по сравнению с уравнением, выписанным без учета релаксации. Это происходит за счет появления затухания капиллярных осцилляций капли, связанных с релаксацией поверхностной

энергии (коэффициента поверхностного натяжения) к их равновесным значениям в процессе восстановления двойного электрического слоя.

Для численных иллюстраций обратимся к каплям естественного происхождения: облакам, туманам [15, 16]. Будем оценивать характеристики осцилляций десятой моды $n = 10$, поскольку период их осцилляций близок к характерному времени релаксации.

Для отыскания численных решений примем средние физико-химические характеристики водяных капель: $\sigma_0 = 73$ дин/см, $\rho_1 = 1$ г/см³, $Q = 2 \times 10^{-5}$ СГСЭ, $\varepsilon_{ex} = 1$, $\sigma_{\infty} = 91$ дин/см, $\sigma_* = 18$ дин/см, $\rho_2 = 1,3 \times 10^{-3}$ г/см³, $\tau_r = 1 \times 10^{-4}$ с.

Анализируя численные решения, получаем, что первый корень $\omega_{10}^{(1)}$ определяет чисто апериодическое затухание, а второй и третий корни $\omega_{10}^{(2)}$, $\omega_{10}^{(3)}$ соответствуют медленно затухающим осцилляциям облачных капель (в этом случае декремент затухания на четыре порядка ниже частоты собственных осцилляций) и весьма быстрым затухающим осцилляциям мелких дождевых капель ($\eta_{10}^{(j)}$ на один–два порядка меньше $\text{Re } \omega_{10}^{(j)}$). Одновременно с этим увеличение размера капли приводит к увеличению отношения $|\eta_{10}^{(j)}| / \text{Re } \omega_{10}^{(j)}$ так, что

осцилляции крупных дождевых капель имеют апериодический характер. Из полученных численных решений выясняется, что при снижении размеров капель включение эффекта динамического поверхностного натяжения приводит к возрастанию собственных частот осцилляций по сравнению с частотами, определяемыми без учета релаксации (см. [13]). Отсюда можно сделать вывод, что вызванные релаксацией поверхностного натяжения затухающие осцилляции облачных капель соответствуют высоким частотам $\text{Re } \omega_{10} \times \tau_r \gg 1$.

Для того чтобы иметь возможность проиллюстрировать зависимости характеристик затухающих осцилляций капли, в аналитических выражениях для частоты выделим вещественную $\text{Re } \omega_n^{(j)}$ и мнимую $\text{Im } \omega_n^{(j)}$ компоненты. Решения уравнения (12), полученные в пакете аналитических вычислений MATHEMATICA, имеют вид:

$$\text{Re } \omega_n^{(1)} = 0; \quad \text{Re } \omega_n^{(2)} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \alpha_0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha_1;$$

$$\text{Re } \omega_n^{(3)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha_0 - \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha_1;$$

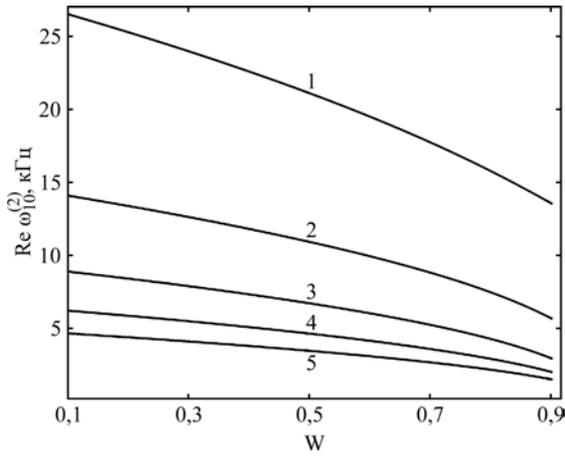


Рис. 1. Зависимость вещественной компоненты $\text{Re } \omega_{10}^{(2)}$ комплексной частоты осцилляций заряженной капли от величины параметра Рэлея W , рассчитанная при $n = 10$, $\varepsilon_{ex} = 1$, $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$, $\rho_2 = 1,3 \times 10^{-3} \text{ г/см}^3$, $\sigma_0 = 73 \text{ дин/см}$, $\sigma_\infty = 91 \text{ дин/см}$, $\sigma_* = 18 \text{ дин/см}$, $\tau_r = 1 \times 10^{-4} \text{ с}$. Кривая 1 построена при $R = 0,05 \text{ см}$, кривая 2 – при $R = 0,075 \text{ см}$, кривая 3 – при $R = 0,1 \text{ см}$, кривая 4 – при $R = 0,125 \text{ см}$, кривая 5 – при $R = 0,15 \text{ см}$.

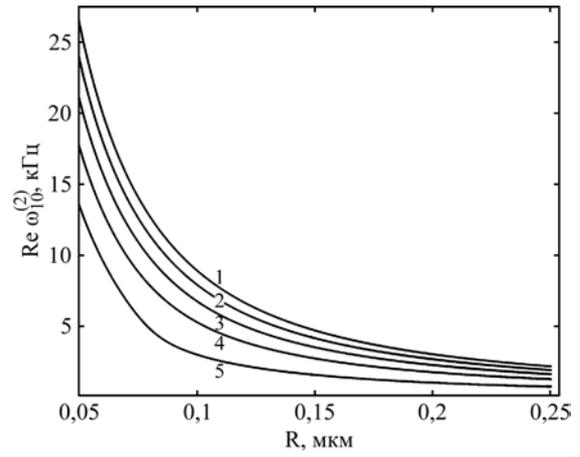


Рис. 2. Зависимость вещественной компоненты $\text{Re } \omega_{10}^{(2)}$ комплексной частоты осцилляций заряженной дождевой капли от ее радиуса R , построенная при тех же значениях физических величин, что на рис. 1. Кривая 1 соответствует $W = 0,1$, кривая 2 – $W = 0,3$, кривая 3 – $W = 0,5$, кривая 4 – $W = 0,7$, кривая 5 – $W = 0,9$.

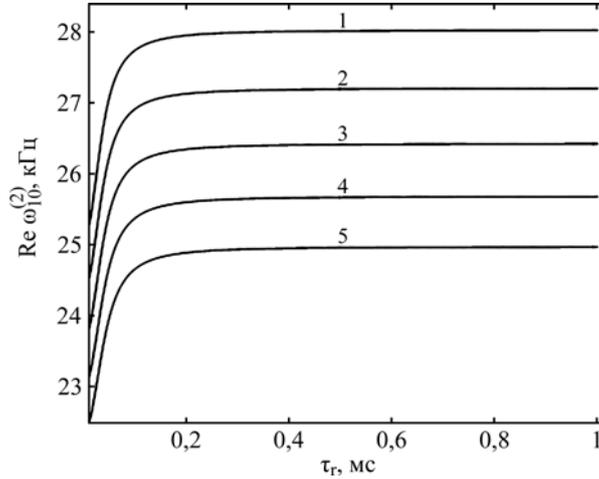


Рис. 3. Зависимость вещественной компоненты $\text{Re } \omega_{10}^{(2)}$ комплексной частоты осцилляций от характерного времени релаксации τ_r при тех же прочих значениях, что на рис. 1. Кривая 1 построена при $R = 0,5 \text{ мм}$, кривая 2 – при $R = 0,51 \text{ мм}$, кривая 3 – при $R = 0,52 \text{ мм}$, кривая 4 – при $R = 0,53 \text{ мм}$, кривая 5 – при $R = 0,54 \text{ мм}$.

$$\text{Im } \omega_n^{(1)} \equiv \eta_n^{(1)} = - \left(\frac{\chi_1}{3} + \alpha_0 + \alpha_1 \right);$$

$$\text{Im } \omega_n^{(2)} = \text{Im } \omega_n^{(3)} \equiv \eta_n^{(2)} = - \left(\frac{\chi_1}{3} + \frac{\alpha_0}{2} + \frac{\alpha_1}{2} \right);$$

$$\alpha_0 = \frac{\sqrt[3]{2\delta_0}}{3(\delta_1 + \delta_2)^{\frac{1}{3}}}; \quad \alpha_1 = \frac{(\delta_1 + \delta_2)^{\frac{1}{3}}}{3\sqrt[3]{2}};$$

$$\delta_0 = \chi_1^2 - \chi_2; \quad \delta_1 = 2\chi_1^3 - 9\chi_1\chi_2 + 27\chi_3;$$

$$\delta_2 = 3\sqrt[3]{3|\chi_1^2\chi_2^2 - 4\chi_2^3 - 4\chi_1^3\chi_3 + 18\chi_1\chi_2\chi_3 - 27\chi_3^2|};$$

$$\chi_1 = \frac{1}{\tau_r}; \quad \chi_2 = \omega_{n0}^2 + \frac{\sigma_*}{\sigma_0} \omega_{n0}^2; \quad \chi_3 = \frac{\omega_{n0}^2}{\tau_r}.$$

На рис. 1 и 2 представлены зависимости вещественной части комплексной частоты $\text{Re } \omega_{10}^{(2)}$ от величины некомпенсированного

заряда на капле (от величины параметра Рэлея W) и от ее радиуса, построенные согласно (20). Приведенные зависимости качественно ожидаемы из общих тенденций электрогидродинамики: видно, что частота снижается с увеличением заряда и радиуса капли.

На рис. 3 приведена зависимость $\text{Re } \omega_{10}^{(2)}$ от характерного времени релаксации τ_r и радиуса. Видно, что зависимости от τ_r для всех рассмотренных радиусов капли при $\tau_r < 0,1 \text{ мс}$ и $\tau_r > 0,1 \text{ мс}$ примерно линейные, но с существенно различными углами наклона: в первом случае зависимость $\text{Re } \omega_{10}^{(2)}$ от τ_r много заметнее.

Другими словами, зависимость $\text{Re } \omega_{10}^{(2)}$ от характерного времени релаксации τ_r в области малых значений τ_r существеннее. Если еще вспомнить про разрушение упорядоченности молекул воды

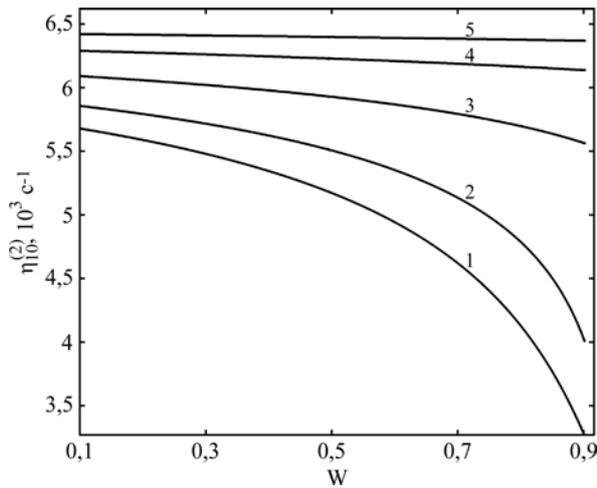


Рис. 4. Зависимость декремента затухания $\eta_{10}^{(2)}$ капиллярных осцилляций заряженной дождевой капли от величины параметра Рэлея W , построенная при тех же значениях физических величин, что на рис. 1. Кривая 1 соответствует $R = 0,05$ см, кривая 2 – $R = 0,075$ см, кривая 3 – $R = 0,1$ см, кривая 4 – $R = 0,125$ см, кривая 5 – $R = 0,15$ см.

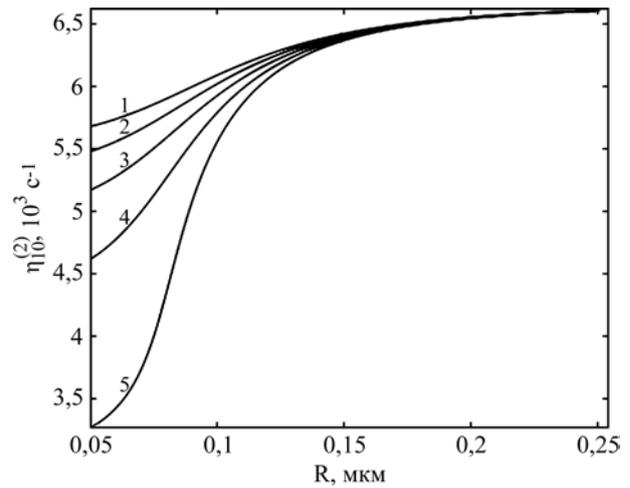


Рис. 5. Зависимость декремента затухания $\eta_{10}^{(2)}$ капиллярных осцилляций заряженной дождевой капли от ее радиуса R , построенная при тех же значениях физических величин, что на рис. 1. Кривая 1 соответствует $W = 0,1$, кривая 2 – $W = 0,3$, кривая 3 – $W = 0,5$, кривая 4 – $W = 0,7$, кривая 5 – $W = 0,9$.

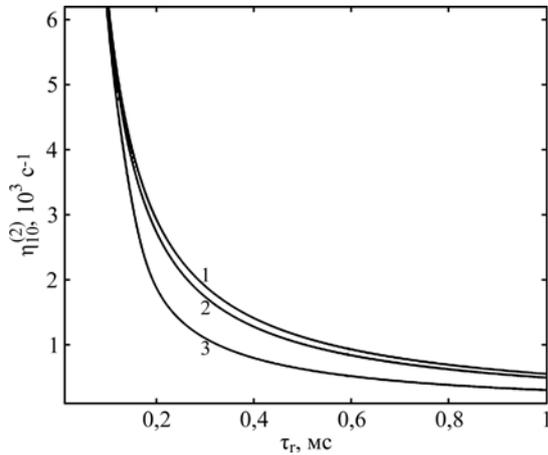


Рис. 6. Зависимость декремента затухания $\eta_{10}^{(2)}$ капиллярных осцилляций капли радиуса $R = 1,1$ мм от характерного времени релаксации τ_r , рассчитанная при тех же значениях физических величин, что на рис. 1. Кривая 1 соответствует $W = 0,1$, кривая 2 – $W = 0,5$, кривая 3 – $W = 0,9$.

в ее приповерхностном слое при кратковременном силовом воздействии и увеличении в этой области значения коэффициента поверхностного натяжения воды, то все становится ясным.

На рис. 4 и 5 приведена зависимость декремента затухания, вызванного релаксацией поверхностного натяжения, от величины заряда (параметра Рэлея) и радиуса капли. Уменьшение величины декремента затухания с ростом заряда до значений, близких к критическим для реализации неустойчивости капли по отношению к собственному заряду, связано с убыванием частоты осцилляций при приближении заряда капли к критическому значению [13]. Рост величины декремента затухания с увеличением

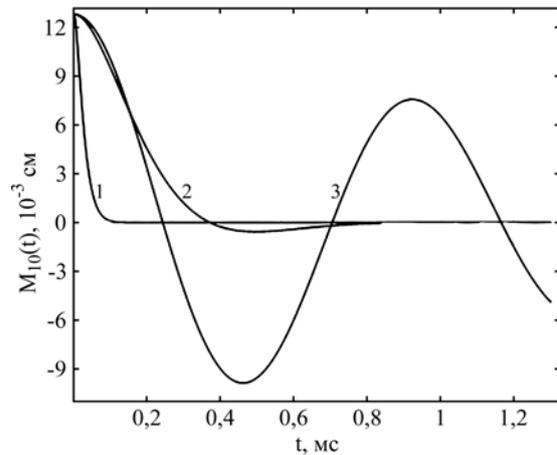


Рис. 7. Зависимость от времени t амплитуды $M_{10}(t)$ возмущения равновесной формы заряженной капли радиуса $R = 1,283$ мм с зарядом $Q = 7 \times 10^{-4}$ СГСЭ. Расчеты проведены при $n = 10$, $\epsilon_{ex} = 1$, $\rho_1 = 1$ г/см³, $\rho_2 = 1,3 \times 10^{-3}$ г/см³, $\sigma_0 = 73$ дин/см, $\sigma_\infty = 91$ дин/см, $\sigma_* = 18$ дин/см. Кривая 1 построена при $\tau_r = 1 \times 10^{-5}$ с, кривая 2 – при $\tau_r = 1 \times 10^{-4}$ с, кривая 3 – при $\tau_r = 1 \times 10^{-3}$ с.

радиуса капли и уменьшением заряда капли с выходом зависимости $\eta_{10}^{(2)}(R, Q)$ на медленно возрастающую асимптотику, по всей вероятности, есть результат наложения двух тенденций: $\eta_{10}^{(2)}$ растет с увеличением R , но падает с уменьшением Q .

На рис. 6 нанесена зависимость декремента затухания $\eta_{10}^{(2)}$ капиллярных осцилляций капли радиуса $R = 1,1$ мм, вызванного релаксацией поверхностного натяжения, от характерного времени релаксации τ_r . Видно, что при уменьшении τ_r декремент затухания быстро увеличивается, что соответствует увеличению

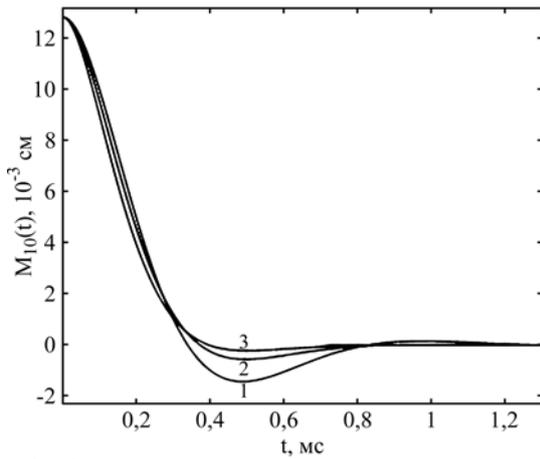


Рис. 8. Зависимость от времени t амплитуды $M_{10}(t)$ возмущения равновесной формы заряженной капли радиуса $R = 1,283$ мм с зарядом $Q = 7 \times 10^{-4}$ СГСЭ, совершающей затухающие капиллярные осцилляции. Расчеты проведены при тех же значениях физических величин, что на рис. 1.

Кривая 1 соответствует $\left| \eta_{10}^{(2)} \right| / \text{Re} \omega_{10}^{(2)} = 0,7$ при $\tau_r = 1,366 \times 10^{-4}$ с, кривая 2 – $\left| \eta_{10}^{(2)} \right| / \text{Re} \omega_{10}^{(2)} = 1$ при $\tau_r = 1 \times 10^{-4}$ с, кривая 3 – $\left| \eta_{10}^{(2)} \right| / \text{Re} \omega_{10}^{(2)} = 1,3$ при $\tau_r = 0,791 \times 10^{-4}$ с.

роли разрушения упорядоченности молекул воды в ее приповерхностном слое при малых τ_r .

На рис. 7 и 8 показана зависимость от времени t амплитуды $M_{10}(t)$ возмущения равновесной сферической формы заряженной капли радиуса $R = 1,283$ мм с зарядом $Q = 7 \times 10^{-4}$ СГСЭ, совершающей затухающие, благодаря релаксации поверхностного натяжения, капиллярные осцилляции.

Из рис. 7 заметно, что вид кривых и скорость затухания сильно зависят от степени малости принятого при расчетах значения характерного времени релаксации τ_r и изменяются от весьма быстрого затухания кривой 1 (при $\tau_r = 10^{-5}$ с) до весьма медленного (при $\tau_r = 10^{-3}$ с). На рис. 8 приведены кривые из малой окрестности точки $\left| \eta_{10}^{(2)} \right| / \text{Re} \omega_{10}^{(2)} = 1$ ($\tau_r = 10^{-4}$ с). Затухание быстрое.

Кривые с номером 2 одинаковы на рис. 1 и 2.

На рис. 9 приведена зависимость амплитуды $M_{10}(t)$ возмущения равновесной формы заряженной капли радиуса $R = 1,283$ мм с зарядом $Q = 7 \times 10^{-4}$ СГСЭ от характерного времени релаксации τ_r , рассчитанная в различные моменты реального времени.

Возьмем сечение приведенных на рис. 9 кривых вертикальными линиями, соответствующими конкретным значениям τ_r , получим картину изменения амплитуды осцилляций от реального времени при заданных значениях τ_r . Видно, что при малых значениях τ_r амплитуда

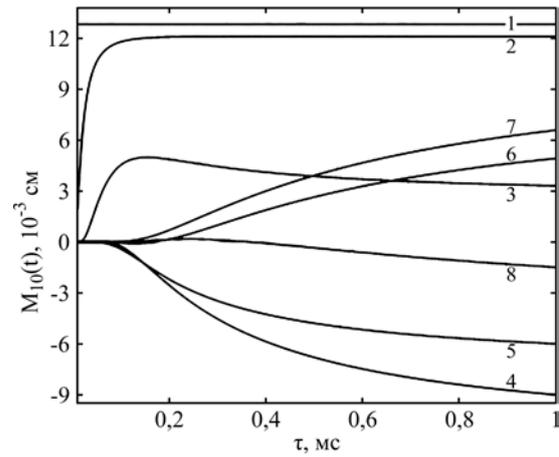


Рис. 9. Зависимость амплитуды $M_{10}(t)$ возмущения равновесной формы заряженной капли радиуса $R = 1,283$ мм с зарядом $Q = 7 \times 10^{-4}$ СГСЭ от характерного времени релаксации τ_r , построенная в различные моменты времени при тех же значениях физико-химических параметров, что на рис. 7. Кривая 1 построена при $t = 0$, кривая 2 – при $t = 0,05$ мс, кривая 3 – при $t = 0,2$ мс, кривая 4 – при $t = 0,4$ мс, кривая 5 – при $t = 0,6$ мс, кривая 6 – при $t = 0,8$ мс, кривая 7 – при $t = 1$ мс, кривая 8 – при $t = 1,2$ мс.

капиллярных осцилляций падает до нуля за полпериода осцилляций.

ДВОЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ СЛОЙ, ЕГО РАЗРУШЕНИЕ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ

На основе вышеприведенных графиков (см., например, рис. 7–9) можно представить себе следующую картину временной эволюции пограничного двойного электрического слоя. Двойной электрический слой у поверхности полярной жидкости формируется самопроизвольно с появлением самопроизвольной ориентации приповерхностных диполей отрицательно заряженными концами диполей, направленными наружу по отношению к жидкости, поскольку этот процесс сопровождается уменьшением свободной энергии поверхности жидкости (экспериментально [4, 8] установлено, что уменьшается величина коэффициента поверхностного натяжения жидкости – поверхностная плотность свободной энергии [17]). Положительно заряженные концы диполей из объема жидкости притягивают отрицательные ионы и вызывают дополнительную ориентацию дипольных молекул, получается устойчивая структура, жестко привязанная к поверхности и размытая изнутри жидкости. При кратковременном (когда время воздействия приблизительно равно характерному времени релаксации) силовом воздействии на поверхность жидкости этот двойной электрический слой

разрушается, на его разрушение идет механическая энергия волны, свободная энергия единицы поверхности растет и величина коэффициента поверхностного натяжения (определяющегося поверхностной плотностью свободной энергии [17, с. 351]) увеличивается. Примером силового воздействия на поверхность жидкости может являться высокочастотная капиллярная волна, бегущая по поверхности (или стоячая, как в случае капли), разрушающая упорядоченность диполей у поверхности жидкости [9, с. 57]).

За время τ_r упорядоченность диполей (равновесная структура приповерхностного слоя жидкости) восстанавливается. А затем описанный процесс возобновляется.

ИЗЛУЧЕНИЕ ОТ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ АКУСТИЧЕСКОЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ

Что касается излучения осциллирующей капли, то следует отметить, что акустическое излучение может измениться только в связи с изменением величины коэффициента поверхностного натяжения жидкости примерно пропорционально $\sqrt{\sigma}$, а что касается электромагнитного излучения, то вопрос несколько сложнее. Капля заряжена, жидкость (в приповерхностном слое, по крайней мере) состоит из полярных молекул, создающих вокруг себя электрическое поле. При разрушении упорядоченности в ориентации молекул электростатическое поле, ими созданное, исчезает, что приводит к появлению электромагнитного импульса. Возникает вопрос об оценке хотя бы по порядку величины интенсивности такого излучения. Единственное, что можно сказать о таком излучении, это то, что оно должно быть квадрупольным, ибо сама параллельная ориентация диполей воды на ее поверхности обязана взаимодействию квадруполь воды с диполями [3], а его частота должна быть порядка τ_r^{-1} .

Интенсивность регулярного электромагнитного излучения, связанного с осцилляциями заряженной капли давно сосчитана [18, 19].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Величина коэффициента динамического поверхностного натяжения может зависеть от частоты внешнего воздействия на поверхность воды. Выяснилось, что ориентация диполей в поверхностном слое жидкости слабо реагирует на силовые воздействия с частотами $\omega \ll \tau_r^{-1}$, а при воздействии на нее с частотой $\omega \sim \tau_r^{-1}$ упорядоченная ориентация диполей воды в ее

приповерхностном слое нарушается и величина коэффициента поверхностного натяжения жидкости увеличивается.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598 «Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью», <https://rscf.ru/project/19-19-00598/>).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

- Owens, D.K., The dynamic surface tension of sodium dodecyl sulfate solutions, *J. Coll. Interf. Sci.*, 1969, vol. 29, no. 3, p. 496.
- Гирс, С.П., Влияние границы раздела вода–воздух на зарядение облачных капель. В кн.: *Поверхностные явления в жидкостях и жидких растворах*. Л.: Изд. ЛГУ, вып. 1, 1972. 181 с.
- Френкель, Я.И., *Теория явлений атмосферного электричества*. Л.–М.: Гостехтеориздат, 1949. 155 с.
- Hauner, I.M., Deblais, A., Beattie, J.K., Kellay, H., et al., The dynamic surface tension of water, *Phys. Chem. Lett.*, 2017, vol. 8, p. 1599.
- Быковский, Ю.А., Маныкин, Э.А., Нахутин, И.Е., Полуэктов П.П., и др., Спектр поверхностных колебаний жидкости с учетом релаксационных эффектов, *ЖТФ*, 1976, т. 46, вып. 10, с. 2211.
- Kochurova, N.N. and Rusanov, A.I., Dynamic surface properties of water: Surface tension and surface potential, *J. Coll. Interf. Sci.*, 1981, vol. 81, no. 2, p. 297.
- Кочурова, Н.Н., Русанов, А.И., Релаксация поверхностных свойств водных растворов поверхностно-активных веществ и механизм адсорбции, *Успехи химии*, 1993, т. 62, вып. 12, с. 1150.
- Ширяева, С.О., Григорьев, А.И., О влиянии эффекта релаксации поверхностного натяжения на спектр движений жидкости с заряженной свободной поверхностью, *ЖТФ*, 2000, т. 70, вып. 6, с. 31.
- Saint Vincent, M.R.D., Petit, J., Aytouna, M., Delville, J.P., et al., Dynamic interfacial tension effects in the rupture of liquid necks, *J. Fluid Mech.*, 2012, vol. 692, p. 499.
- Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М., *Механика сплошных сред*. М.: Гостехтеориздат, 1953. 788 с.
- Френкель, Я.И., К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме, *ЖЭТФ*, 1936, т. 6, № 4, с. 348.

11. Стерлядкин, В.В., Натурные измерения колебаний капель осадков, *Изв. АН СССР. Сер. ФАО*, 1988, т. 24, № 6, с. 613.
12. Найфе, А.Х., *Методы возмущений*. М.: Мир, 1976. 455 с.
13. Rayleigh, F.R.S., On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity, *Phil. Mag.*, 1882, vol. 14, p. 184.
14. Григорьев, А.И., Колбнева, Н.Ю., Ширяева, С.О., Об акустическом излучении слабо заряженных капель, осциллирующих во внешнем однородном электростатическом поле, *Изв. РАН. Серия МЖГ*, 2022, № 5, с. 80. <https://doi.org/10.31857/S0568528122050061>
15. Мазин, И.П., Шметер, С.М., *Облака. Строение и физика образования*. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 280 с.
16. Мазин, И.П., Хргиан, А.Х., Имянитов, И.М., *Облака и облачная атмосфера*. Справочник. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 647 с.
17. Френкель, Я.И., *Кинетическая теория жидкостей*. Л.: Наука, 1975. 592 с.
18. Калечиц, В.И., Нахутин, И.Е., Полуэктов, П.П., О возможном механизме радиоизлучения конвективных облаков, *ДАН СССР*, 1982, т. 262, № 6, с. 1344.
19. Григорьев, А.И., Колбнева, Н.Ю., Ширяева, С.О., *Электромагнитное излучение капли, осциллирующей в грозовом облаке*. Москва–Берлин: Директ–Медиа, 2021. 200 с.

Summary

In the asymptotic calculations of the first order of smallness by the dimensionless amplitude of oscillations of the water drop, the effect of the dynamic surface tension on the parameters of oscillations was investigated on the model of an ideal incompressible liquid. It was shown that the effect of the dynamic surface tension is significantly manifested at the frequencies of the external influence of the order inverse to the water relaxation time. At such frequencies, under the influence of the external influences, the double electric layer is destroyed (there is a violation of the order of water molecules in the near-surface layer), the free energy of the surface increases, and, with it, the value of the surface tension of the liquid. The dynamic surface tension affects the acoustic radiation from the droplet through a change in the value of the surface tension coefficient. The contribution to electromagnetic radiation of the oscillating droplet is associated with the destruction of the ordering of the near-surface water molecules in the double electric layer.

Keywords: dynamic surface tension, ordering of dipole molecules, relaxation