

ТЕОРИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО НАСОСА

*Курский государственный технический университет,
ул. 50 лет Октября, 94, г. Курск, 305040, Россия*

1. Введение.

Электрогидродинамические насосы перспективны в качестве рабочего элемента в системах охлаждения жидкостью, выделяющих джоулево тепло: полупроводниковых приборов ЭВМ, полупроводниковых лазеров и в различных радиоустройствах, работающих в режимах повышенной электрической мощности. Используемое в настоящее время охлаждение принудительной конвекцией воздуха, с помощью электромеханических двигателей, во-первых, создает неизбежные вибрации, во-вторых, накладывает ограничения на потребляемые мощности из-за малой теплоотводящей способности воздуха. Поэтому идея теплоотвода жидкостью, имеющей в тысячи раз большую теплопроводность и плотность вещества чем газы, приводимой в движение электрическим полем насоса без механически движущихся частей, имеет большую перспективу.

Для расчёта эффективной работы ЭГД-насоса необходимо решать инженерную задачу, учитывающую как свойства используемых для охлаждения жидкостей, геометрическую конфигурацию насоса, так и гидравлическое сопротивление внешнего замкнутого гидравлического контура.

2. Физическая постановка задачи.

В работах [1, 2] проведен анализ работы сеточного ЭГД-насоса в плоском двухмерном случае, когда ширина секции насоса и ширина внешнего замкнутого контура совпадают.

В данной работе дается расчет напорно-расходных характеристик сеточного насоса и проанализированы физические принципы его работы в случае более приближенном к реальности – в цилиндрической геометрии ЭГД-насоса, что представляется удобным для его включения во внешнюю гидравлическую цепь с помощью круглых трубопроводов. ЭГД-насос представляет собой две параллельные круглые сетки, одна из которых является инжектором (катод), а другая коллектором (анод). В реальных случаях инжектором является катод, а анод представляет собой ряд параллельных сеток для более полной разрядки ионов. Такой комплекс сеток обычно называют ионосорбитом. Инжекция зарядов обычно происходит за счет электрохимической реакции некоторой электроноакцепторной примеси (например, молекулярного йода или молекул полярной жидкости) по схеме на катоде: $X + e^- \leftrightarrow X^-$. Необходимо отметить, что использование полярных примесей обычно приводит к биполярной инжекции на катоде и аноде [3]. Однако в этих случаях катодная инжекция как правило значительно выше анодной. Поэтому ниже будем использовать модель униполярной инжекции. Схема ЭГД-насоса и его включение в замкнутую внешнюю цепь представлены на рис. 1.

3. Математическая постановка задачи.

3.1 Основные уравнения и граничные условия. Введем цилиндрическую систему координат так, как указано на рис. 1. Радиус рабочей секции насоса R , а внешнего замкнутого гидравлического контура R_1 . Межэлектродное расстояние принимаем равным l , а длину внешнего замкнутого контура L . Цилиндрический корпус насоса \mathcal{Z} , как и трубка внешнего контура являются диэлектриками. Как и в работах [1, 2], считаем, что на эмиттере I происходит униполярная инжекция положительных ионов.

В такой постановке задачи исходные уравнения включают уравнения движения вязкой жидкости и уравнения электростатики, которые в цилиндрической системе координат с учётом осевой симметрии имеют вид:

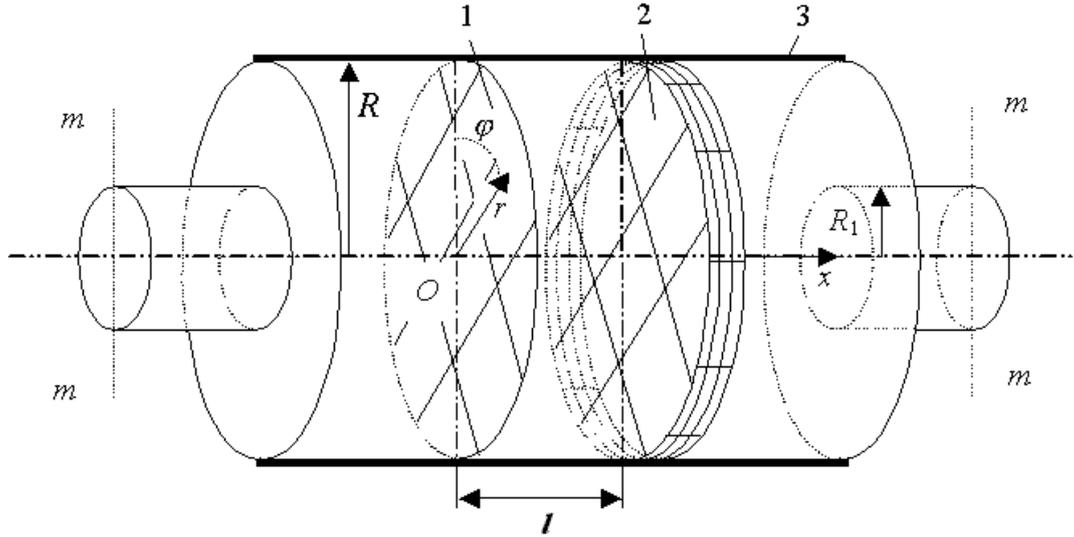


Рис. 1. Сетчатый ЭГД насос, включенный в замкнутый внешний контур (сечения mm совпадают). 1 – инжекционный электрод (эмиттер); 2 – деионизационная камера (коллектор); 3 – диэлектрический корпус насоса.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 ; \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r v_x) + \frac{\partial v_x^2}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \eta \Delta v_r + q E_r ; \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r^2) + \frac{\partial v_x v_r}{\partial x} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \Delta v_x + q E_x ; \quad (3)$$

$$\varepsilon \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_r) + \frac{\partial E_x}{\partial x} \right) = q , \quad \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 ; \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (q b E_r + q v_r) + \frac{\partial}{\partial x} (q b E_x + q v_x) = 0 ; \quad (5)$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad E_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} . \quad (6)$$

Здесь v_r , v_x и E_r , E_x – соответственно – составляющие скорости жидкости и напряжённости электрического поля в цилиндрической системе координат; $P = p + p_{str}$ – полное давление, складываемое из гидростатического p и стрикционного $p_{str} = -\rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right) \frac{E^2}{2}$ давлений; ρ – массовая плотность; η – динамическая вязкость; q – объёмная плотность заряда; Φ – потенциал электрического поля; ε – диэлектрическая проницаемость жидкости; b – коэффициент подвижности ионов.

Граничные условия внутри секции насоса определяются заданием уровня инжекции, разности потенциалов на электродах U , условиями прилипания и отсутствием нормальной составляющей электрического тока через диэлектрический внешний корпус:

$$\begin{aligned} x=0: \quad \Phi &= U, \quad q = q_0 ; \\ x=l: \quad \Phi &= 0, \quad q = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$r=R: \quad v_x = v_r = 0, \quad j_r = q b E_r = 0. \quad (8)$$

Обратим внимание, что следствием отсутствия нормальной компоненты электрического тока через диэлектрический массив является обращение в ноль радиальной компоненты электрической напряжённости. Будем также считать, что ионы полностью разряжаются в ионизационной секции 2, так, что электрического поля и зарядов во внешнем контуре нет.

3.2 Решение методом интегральных соотношений. Введем среднюю скорость по поперечному сечению секции насоса:

$$v = \frac{1}{S} \int v_x dS = \frac{2}{R^2} \int_0^R v_x r dr.$$

Тогда объемный расход Q будет связан со средней скоростью соотношением $Q = \pi R^2 v$. Проинтегрировав уравнение (1) по r в пределах от $r = 0$ до $r = R$, получим, что средняя скорость в межэлектродном пространстве не меняется по координате x : $v = const$. Интегрируя уравнение (3) по площади поперечного сечения, приходим к усредненному уравнению баланса импульса:

$$\rho \frac{d\overline{v_x^2}}{dx} = -\frac{d}{dx} \langle P \rangle + \eta \overline{\Delta v_x} + \overline{qE_x}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \overline{v_x^2} &= \frac{2}{R^2} \int_0^R v_x^2 r dr; \quad \langle P \rangle = \frac{2}{R^2} \int_0^R p r dr + \frac{2}{R^2} \int_0^R p_{str} r dr; \\ \overline{\Delta v_x} &= \frac{2}{R^2} \int_0^R \Delta v_x r dr = \frac{2}{R^2} R \left. \frac{\partial v_x}{\partial r} \right|_{r=R}; \\ \overline{qE_x} &= \frac{2}{R^2} \int_0^R q E_x r dr. \end{aligned} \quad (10)$$

Так же можно ввести среднюю по поперечному сечению напряженность и объемную плотность заряда:

$$\overline{E} = \frac{2}{R^2} \int_0^R q E_x r dr, \quad \overline{q} = \frac{2}{R^2} \int_0^R q r dr.$$

Усредняя уравнения (5) и (6), приходим к соотношениям

$$\varepsilon \frac{d\overline{E}}{dx} = \overline{q}, \quad \frac{d}{dx} (bq\overline{E_x} + q\overline{v_x}) = 0, \quad (11)$$

где $bq\overline{E_x} + q\overline{v_x} = \langle j \rangle \equiv j$ – средняя плотность тока, $\overline{qE_x} = \frac{2}{R^2} \int_0^R q E_x r dr = f_e$ – средняя плотность кулоновской силы, $\overline{qv_x} = \frac{2}{R^2} \int_0^R q v_x r dr$ – среднее значение конвективной составляющей плотности тока.

Будем аппроксимировать заряд, напряжённость и распределение давления средними функциями, зависящими только от координаты x :

$$q(x) = \overline{q}, \quad E(x) = E_x = \overline{E} = -d\varphi/dx, \quad p(x) = \overline{p}.$$

Из (6), (12) получаем, что функции $\varphi(x)$, $E(x)$ и $q(x)$ определяются уравнениями:

$$\varepsilon \frac{dE}{dx} = q, \quad q = \frac{j}{bE + v}, \quad E = -\frac{d\varphi}{dx}; \quad (12)$$

к которым необходимо добавить граничные условия (7).

3.3 Зависимость напряженности и плотности заряда от расстояния между электродами.

После интегрирования уравнения $\varepsilon dE/dx = j/(bE + v)$, с учетом того, что j и v постоянны, получим зависимость напряжённости от x в виде:

$$E(x) = E_0 \left(\sqrt{CA \frac{x}{l} + A^2} - R_E \right), \quad E_0 = \frac{U}{l}, \quad (13)$$

где безразмерный коэффициент $C = 2q_0 l / \varepsilon E_0$, при фиксированном значении E_0 , характеризует уровень инжекции ионов. Величина $R_E = v/bE_0$ называется электрическим числом Рейнольдса. Это число является отношением конвективной скорости движения ионов к миграционной скорости иона. Физический смысл положительного коэффициента $A = \sqrt{R_E^2 + C_1}$, где C_1 – константа интегрирования, можно видеть из соотношения $A = E(0)/E_0 + R_E = j_0/j^*$, где j^* – миграционная плотность тока при слабой инжекции ($C \ll 1$). Решая уравнение $E = -d\varphi/dx$ и исключая из граничных условий константу интегрирования, получим уравнение, которое может быть в дальнейшем использовано для нахождения A при конкретных входных данных задачи:

$$(CA + A^2)^{3/2} - A^3 - \frac{3}{2}AC(I + R_E) = 0 \quad (14)$$

Учитывая выражение (14), получим распределение для плотности заряда:

$$q(x) = \frac{j}{bE(x) + v} = \frac{q_0 A}{\sqrt{CA \frac{x}{l} + A^2}}. \quad (15)$$

3.4. Вычисление сил. Теперь, зная вид функций $q(x)$ и $E(x)$, можем определить объемную плотность электрической f_e силы:

$$f_e = qE = q_0 E_0 A \left(1 - R_E / \sqrt{CA \frac{x}{l} + A^2} \right); \quad (16)$$

3.5 Расчет напорно-расходных характеристик насоса. Из уравнения (9) с учётом (10), (16), (18) получим:

$$0 = -\frac{dP}{dx} + \frac{2}{R} \eta \frac{\partial v_x}{\partial r} \Big|_{r=R} + f_e, \quad P = p + p_{str}. \quad (17)$$

Будем аппроксимировать поле скоростей параболическим профилем $v_x = v_m(1 - r^2/R^2)$, где v_m – максимальная скорость жидкости на оси симметрии. Используя определение средней скорости получим: $v = v_m/2$. Это позволяет вычислить плотность силы вязкого трения. Действительно, $\frac{dv_x}{dr} = -\frac{4v}{R}$, поэтому $f_{mp} = -\frac{8\eta v}{R^2}$. Тогда уравнение (17) запишется как

$$\frac{8\eta v}{R^2} = -\frac{dP}{dx} + f_e. \quad (18)$$

Проинтегрировав уравнение (18), по длине секции насоса получим

$$\left(\frac{8\eta l}{R^2} \right) v = F_e - \Delta P, \quad (19)$$

где $\Delta P = P_2 - P_1$ – разность давления вне секции насоса, $P_2 > P_1$. P_2 – давление на выходе насоса, P_1 – на входе. Вычисления дают:

$$F_e = \int_0^l f_e(x) dx = q_0 E_0 A l \left(1 - \frac{2R_E}{CA} \left(\sqrt{CA + A^2} - A \right) \right) = \frac{E_0^2 \varepsilon}{2} W, \quad (20)$$

$$W = CA - 2R_E \left(\sqrt{CA + A^2} - A \right).$$

Учитывая связь средней скорости с расходом жидкости, из уравнения (19) получим выражение, связывающее секундный расход с кулоновской силой и геометрическими характеристиками насоса и внешнего контура:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta l} (F_e - \Delta P). \quad (21)$$

Из условий замкнутости контура и несжимаемости жидкости находим, $\Delta P = v_1 \lambda_1$, где $\lambda_1 = 8\eta L / R_1^2$ – коэффициент гидравлического сопротивления внешнего контура, v_1 – средняя скорость течения во внешнем контуре. С учётом $v_1 = v R^2 / R_1^2$ получаем $\Delta P = v \lambda$, где $\lambda = \lambda_1 R^2 / R_1^2$. Тогда выражение для средней скорости $v = a(F_e - \lambda v)$, где $a = R^2 / 8\eta l$. Выражая из последнего равенства скорость, с учётом (20) найдём следующее выражение для числа Рейнольдса:

$$R_E = \frac{a \varepsilon E_0}{2b(1 + a\lambda)} W = \gamma W. \quad (22)$$

Безразмерное число $\gamma = \frac{a \varepsilon E_0}{2b(1 + a\lambda)}$ – может рассматриваться как безразмерный параметр, характеризующий силовое воздействие электрического поля и гидравлическое сопротивление внешнего контура. Из уравнения (22) получим зависимость числа R_E от параметров C и γ :

$$R_E = \frac{AC\gamma}{1 + 2\gamma(\sqrt{CA + A^2} - A)}. \quad (23)$$

Это соотношение совместно с (14) образует систему уравнений, которая должна решаться относительно параметра A . При этом параметры C и γ должны задаваться.

Используя уравнение (23), получим зависимость для безразмерной кулоновской силы от параметров C и γ :

$$\bar{F}_e = \frac{F_e}{\varepsilon E_0^2/2} = \frac{CA}{1 + 2\gamma(\sqrt{CA + A^2} - A)}. \quad (24)$$

3.6 Расчёт КПД насоса. Полезная мощность насоса, находится так:

$$N_e = \int_0^l \int_S \frac{dA_e}{dt} dS dx = \int_0^l \int_S f_e v_x dS dx = QF_e,$$

где dA_e – элементарная работа по перемещению жидкости на расстояние dx . Тогда КПД ЭГД-насоса запишется как

$$КПД = \frac{QF_e}{IU}.$$

где $I = Sq_0(bE(0) + v)$ – полная сила тока, проходящего между электродами; U – подаваемое на электроды напряжение. Наконец, используя (13), (20) получим окончательное выражение для КПД насоса:

$$КПД = R_E \left[1 - \frac{2R_E}{CA} (\sqrt{CA + A^2} - A) \right]. \quad (25)$$

4. Анализ решения. Используя безразмерные величины γ и C , можно проанализировать режимы работы ЭГД насоса, процессы, происходящие в его секции, путем выяснения распределений напряженности, объёмных плотностей заряда и кулоновской силы.

В работе [1] показано, что в плоском случае КПД насос минимально в предельных случаях слабой $C \ll 1$ и сильной $C \gg 1$ инжекции и достигает максимума при $C \sim 10$. Подобными свойствами обладает и цилиндрический ЭГД насос. Поэтому ниже уделим основное внимание этому эффекту. Оценочные значения C и γ брались для характеристик трансформаторного масла ($\rho = 0,9 \text{ г/см}^3$, $\eta = 0,2 \text{ Пз}$, $\varepsilon_r = 2,2$) при следующих значениях геометрических параметров: $R = 6 \text{ мм}$, $R_1 = 1,5 \text{ мм}$, $l = 1 \text{ мм}$, $L = 10 \text{ см}$. В этом случае, при напряжении 10 кВ и проводимости $\sigma_0 = q_0 b = 1,6 \cdot 10^{-8} (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ ($b = 10^{-8} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$), параметры C и γ имеют значения: $\gamma = 0,17$, $C = 16,44$. Поэтому варьирование этих параметров производилось в пределах: $0 \leq \gamma \leq 1$ (верхний предел γ определяет напряжение 58 кВ), $0 \leq C \leq 50$ (верхний предел C , при $\gamma = 1$, соответствует концентрации ионов на эмиттере $5 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$).

Полученные нами уравнения (13), (15), (16), (23), (24) кроме величин C и γ , содержат ещё параметр A , который определяется решением системы уравнений (14) и (23). Значения параметра A при различных C и γ представлены в табл. 1. По этим данным и по формулам (23) и (25) были рассчитаны значения электрического числа Рейнольдса R_E и КПД насоса, которые сведены в табл. 2 и табл. 3 соответственно. Из этих данных видно, что при больших гидравлических сопротивлениях ($\gamma \leq 0,1$) число R_E монотонно растёт с увеличением параметра инжекции C , выходя на насыщение при больших значениях C ($C > 10$). Для этих случаев справедливо равенство: $R_E = K(\gamma)$, где $K(\gamma)$ – константа, зависящая от γ . Элементарный асимптотический анализ показывает, что при $\gamma < 0,1$ и $C > 10$ величина $K(\gamma)$ определяется как $K(\gamma) = (9/4) \cdot \gamma$. Используя явные представления для параметров γ и R_E , находим зависимость скорости прокачки жидкости от прикладываемого напряжения:

$$v = BE_0^2, \quad B = \frac{9}{8} \frac{a\varepsilon}{(1+a\lambda)}, \quad a = \frac{R^2}{8\eta l}. \quad (26)$$

Отсюда видно, что при больших гидравлических сопротивлениях ($\gamma < 0,1$) и высоких уровнях инжекции ($C > 10$) скорость прокачки квадратична по прикладываемому напряжению. Формула (26) может служить основой для инженерных расчетов характеристик ЭГД насоса. Из табл. 3 видно, что в

Таблица 1. Зависимость значений переменной А от С при различных γ

$\gamma \backslash C$	0,01	0,1	0,15	0,5	1	1,5	2	5	10	20	50	100	150
0,01	0,998	0,976	0,965	0,889	0,795	0,714	0,645	0,388	0,221	0,116	0,047	0,024	0,016
0,02	0,998	0,977	0,966	0,894	0,802	0,724	0,656	0,401	0,231	0,121	0,049	0,025	0,016
0,05	0,998	0,980	0,971	0,907	0,826	0,754	0,692	0,442	0,261	0,138	0,056	0,028	0,019
0,1	0,999	0,985	0,978	0,929	0,865	0,806	0,753	0,520	0,322	0,174	0,071	0,036	0,024
0,15	0,999	0,990	0,985	0,951	0,904	0,860	0,818	0,609	0,399	0,221	0,090	0,045	0,030
0,5	1,002	1,024	1,036	1,109	1,197	1,272	1,336	1,573	1,584	1,031	0,336	0,150	0,096
1	1,007	1,073	1,108	1,341	1,645	1,929	2,199	3,601	5,180	5,024	0,751	0,276	0,168

Таблица 2. Зависимость значений R_E от С при различных γ

$\gamma \backslash C$	0,01	0,1	0,15	0,5	1	1,5	2	5	10	20	50	100	150
0,01	0,000	0,001	0,001	0,004	0,008	0,011	0,013	0,019	0,022	0,023	0,023	0,023	0,023
0,02	0,000	0,002	0,003	0,016	0,021	0,026	0,038	0,044	0,046	0,046	0,046	0,046	0,046
0,05	0,000	0,005	0,007	0,022	0,040	0,054	0,065	0,099	0,115	0,120	0,121	0,121	0,121
0,1	0,001	0,010	0,014	0,044	0,080	0,109	0,132	0,210	0,248	0,260	0,261	0,261	0,260
0,15	0,001	0,015	0,022	0,067	0,121	0,165	0,203	0,333	0,401	0,422	0,421	0,417	0,415
0,5	0,005	0,049	0,072	0,226	0,420	0,594	0,753	1,488	2,141	2,229	1,759	1,585	1,531
1	0,010	0,098	0,145	0,459	0,874	1,266	1,642	3,653	6,185	7,511	3,170	2,515	2,356

Таблица 3. Зависимость значений КПД (%) от С при различных γ

$\gamma \backslash C$	0,01	0,1	0,15	0,5	1	1,5	2	5	10	20	50	100	150
0,01	0,01	0,10	0,14	0,44	0,78	1,05	1,26	1,86	2,10	2,19	2,21	2,22	2,22
0,02	0,02	0,19	0,29	0,88	1,55	2,08	2,49	3,69	4,16	4,32	4,37	4,37	4,37
0,05	0,05	0,49	0,72	2,17	3,81	5,08	6,07	8,96	10,08	10,41	10,43	10,41	10,39
0,1	0,10	0,97	1,43	4,26	7,40	9,79	11,64	17,04	19,05	19,41	19,17	19,00	18,93
0,15	0,15	1,44	2,12	6,26	10,77	14,15	16,75	24,28	26,89	26,95	26,10	25,65	25,49
0,5	0,50	4,65	6,75	18,42	29,49	36,99	42,39	56,32	57,86	48,19	36,81	33,56	32,59
1	0,99	8,90	12,68	31,43	46,45	55,39	61,27	74,11	73,85	56,15	26,76	22,93	21,98

этом режиме работы ($\gamma < 0,1, C > 10$) КПД насоса достигает максимального значения, причём КПД тем больше, чем меньше гидравлическое сопротивление внешнего контура, достигая значения $\sim 20\%$ при $\gamma = 0,1$.

Обсудим теперь вопрос о величине давления, развиваемого на выходе ЭГД насоса. На рис. 2 представлены зависимости безразмерной силы \bar{F} от параметра инъекции C при различных γ . Из рисунка видно, что при больших гидравлических сопротивлениях внешнего контура ($\gamma \leq 0,15$) безразмерная сила \bar{F} монотонно увеличивается с ростом C , выходя на насыщение при $C > 10$. Непосредственные вычисления показывают, что при $C \gg 1$ имеет место асимптотика:

$$\bar{F}_e = \frac{F_e}{\varepsilon E_0^2 / 2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{1 + 3\gamma}.$$

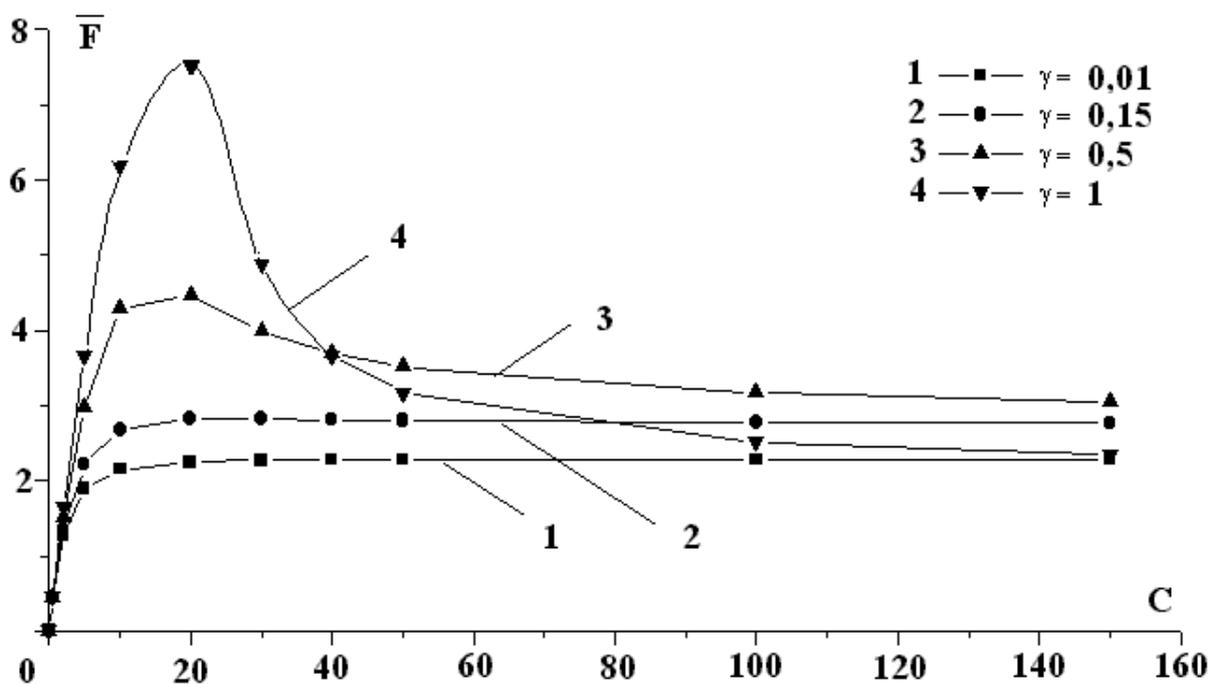


Рис. 2. Зависимость полной кулоновской силы \bar{F} от C при различных γ .

Отсюда видно, что при больших гидравлических сопротивлениях $\gamma \ll 1$ давление на выходе из насоса пропорционально квадрату прикладываемого напряжения:

$$F_e = \frac{9}{8} \varepsilon E_0^2. \quad (27)$$

Неожиданными являются режимы работы насоса при малых гидравлических сопротивлениях внешнего контура $\gamma > 0,5$. Из данных таблиц 2, 3 и из рис. 2 видно, что КПД насоса, электрическое число Рейнольдса R_E и безразмерная сила \bar{F} имеют максимумы при определённых значениях параметра инъекции C . Так, при $\gamma = 1$ максимальные значения $R_{E*} = 7,5$, КПД $*$ = 74 % и $\bar{F}_* = 8$, которые достигаются при $C = 10$. Этот эффект обусловлен своеобразным нелинейным характером формирования кулоновской силы в межэлектродной области рабочей секции насоса.

Обсудим этот вопрос подробнее. На рис. 3–5 представлены графики распределений безразмерных напряженностей $\bar{E} = E(z)/E_0$, плотности объёмного заряда $\bar{q} = q(z)/q_0$ и плотности кулоновской объёмной силы $\bar{f} = f_e/q_0 E_0$ в межэлектродном пространстве. Из графика на рис. 3 видно, что при слабой инъекции электрическое поле, плотность заряда и плотность кулоновской силы внутри секции практически однородны. С увеличением уровня инъекции электрическое поле вблизи инжектора уменьшается, а плотность заряда внутри секции монотонно уменьшается по мере приближения к коллектору. Этот эффект обусловлен следующими процессами. Заряды внутри секции движутся под действием электрического поля (миграционный ток) и перемещаются гидродинамическим потоком (конвективный ток). Это обуславливает падение плотности заряда

вдали от инжектора. В свою очередь, объемный заряд внутри секции создает индуцированное поле, которое направлено противоположно внешнему полю. Это обуславливает эффект падения напряжения на коллекторе. Так как кулоновская сила есть произведение объемного заряда на напряжённость поля, то вблизи инжектора, где $q = q_0 = const$, а поле уменьшается, безразмерная кулоновская сила \bar{f} уменьшается. Как показали расчёты, вблизи коллектора при этом \bar{f} увеличивается (см. рис. 5).

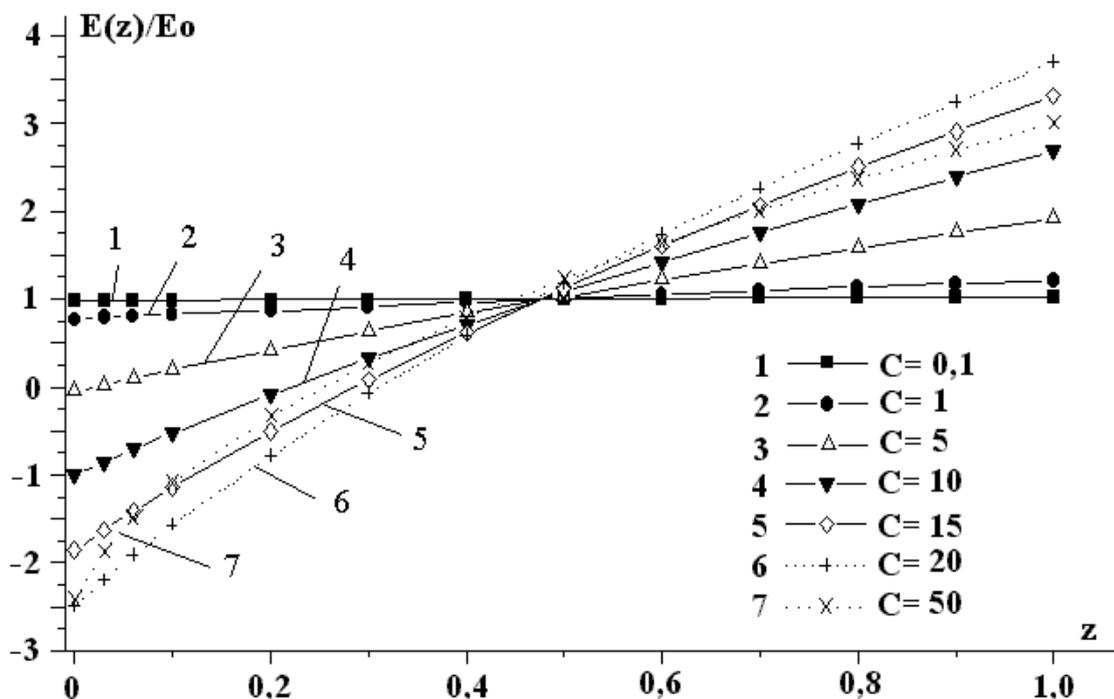


Рис. 3. Зависимость $E(z)/E_0$ от $z = x/l$ при $\gamma = 1$ ($E_0 = 5,8 \cdot 10^7$ В/м).

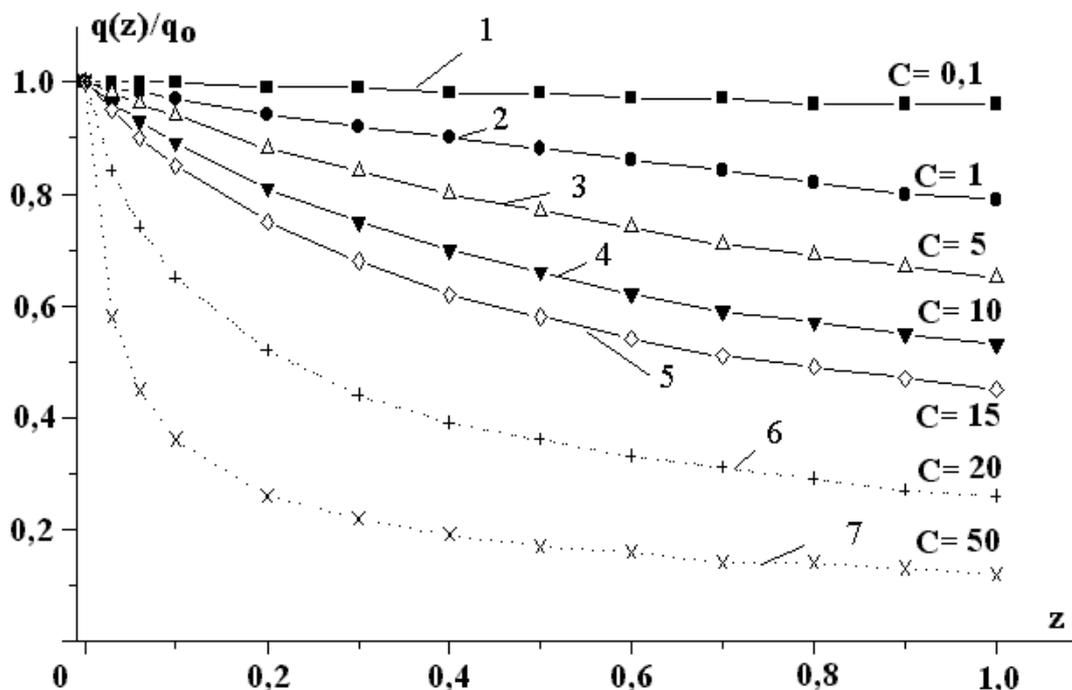


Рис. 4. Зависимость $q(z)/q_0$ от $z = x/l$ при $\gamma = 1$ ($E_0 = 5,8 \cdot 10^7$ В/м).

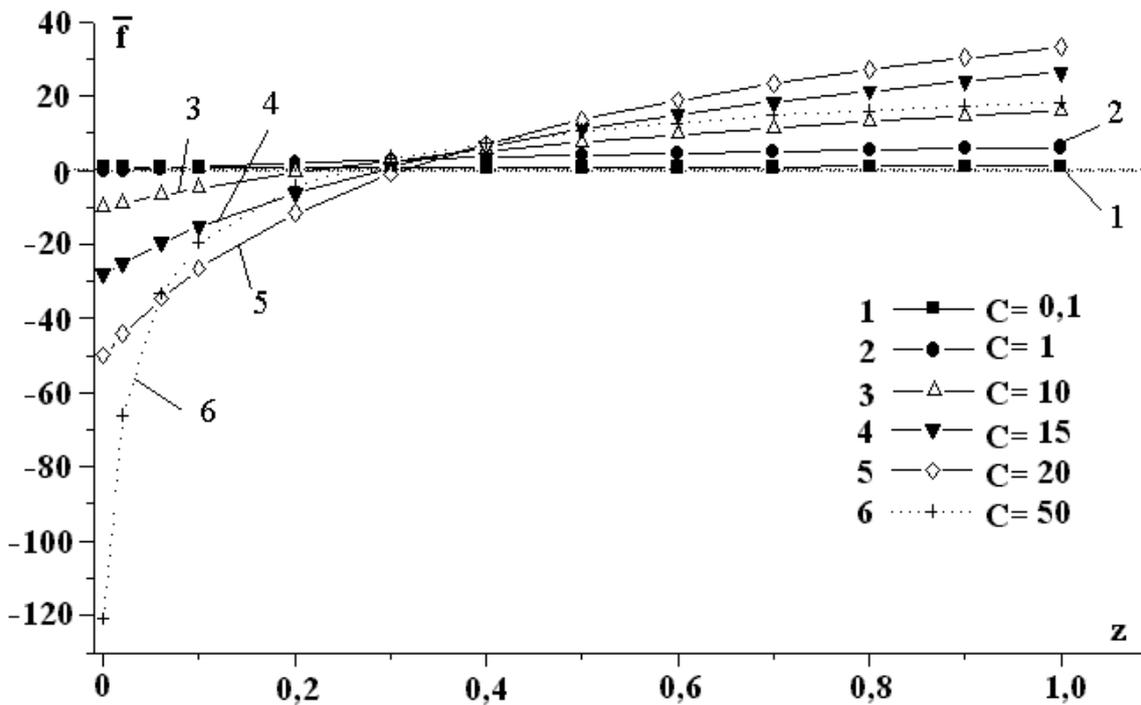


Рис. 5. Зависимость \bar{f} от $z = x/l$ при $\gamma = 1$ ($E_0 = 5,8 \cdot 10^7$ В/м).

Дальнейший рост параметра инжекции приводит к тому, что индуцированное поле вблизи коллектора становится больше внешнего, так что в некоторой области вблизи инжектора имеет место реверс напряжённости поля (см. кривые 4–6 на рис. 5). Этот эффект можно объяснить тем, что при малых гидравлических сопротивлениях конвективная скорость движения иона становится столь большой, что в межэлектродной области формируется значительный объёмный заряд, создающий сильное индуцированное поле, больше внешнего. С дальнейшим ростом параметра инжекции, вышеуказанное индуцированное поле становится столь значительным, что суммарная кулоновская сила начинает уменьшаться вблизи инжектора (см. кривые 3, 4 рис. 2). Таким образом, при высоких уровнях инжекции индуцированное электрическое поле объёмного заряда при малых гидравлических сопротивлениях ($\gamma \geq 0,5$) может «запирать» прокачку ЭГД-насоса.

4. Асимптотический анализ предельных режимов работы цилиндрического ЭГД-насоса.

а) Рассмотрим случай слабой инжекции или сильных электрических полей $C \ll 1$. Разложим параметр A в ряд $A = \xi_0 + \xi_1 C + \xi_2 C^2 + \dots$ и ограничимся первыми двумя членами ряда. Подставляя разложение A в уравнения (1) и (2), проводя алгебраические преобразования и ограничиваясь линейными членами, получим $\xi_0 = 1$. Следовательно, при $C \ll 1$ получаем асимптотики :

$$A = 1, \quad R_E = \gamma C, \quad F_e = q_0 E_0 l;$$

б) Для случая $C \gg 1$ (сильная инжекция или слабые электрические поля) разложим величину A в ряд: $A = \xi/C + \xi_0 + \xi_1 C + \xi_2 C^2 \dots$. Подставляя это выражение вместо параметра A в уравнения (1) и (2), выполняя алгебраические операции и вводя обозначение $z = \sqrt{\xi}$, находим

$$A = \frac{z^2}{C}, \quad R_E = \frac{z^2 \gamma}{1 + 2\gamma z}, \quad F_e = \frac{z^2}{1 + 2\gamma z}$$

где $z = 1/\gamma(\sqrt{(1-3\gamma)^2 + 3\gamma} - (1-3\gamma))$. Окончательно получаем, при $C \gg 1$ и $\gamma \ll 1$ (большие гидравлические сопротивления):

$$A = 9/4C, \quad R_E = 9\gamma/4, \quad F_e = 9\varepsilon E_0^2/8;$$

при $C \gg 1$ и $\gamma \gg 1$ (малые гидравлические сопротивления):

$$A = 1/4\gamma^2 C, \quad R_E = z/2 = 1/4\gamma.$$

Полученные соотношения для скорости прокачки и величин давления могут быть основой для инженерных расчетов характеристик ЭГД-насоса.

В табл. 1 приведены основные характеристики сеточного ЭГД-насоса цилиндрического типа, в котором рабочей жидкостью является трансформаторное масло ($\sigma_0 = 10^{-8}$ (Ом·м)⁻¹). Из приведённых данных следует, что при диаметре насоса $D = 1,2$ см, расстоянии между сетками электродов $l = 1$ мм и напряжённости поля $E_0 = 20$ кВ/см для внешнего контура длиной $L = 10$ см скорость прокачки может достигать 3,83 см/с, а развиваемое давление $1,36 \cdot 10^{-3}$ атм. Производительность при этом может быть значительной $Q = 4,34$ см³/с = 260 см³/мин. В табл. 4 так же приведены полезная и полная подаваемая мощности.

Таблица 4. Напорно-расходные характеристики ЭГД-насоса на основе трансформаторного масла при $l = 1$ мм, $L = 10$ см, $R = 6$ мм, $R_1 = 3$ мм

$\sigma_0 = bq_0$, (Ом·м) ⁻¹	E_0 , кВ/см	C	γ	v , см/с	F_e , атм.	N , Вт	P , Вт	КПД, %
10^{-10}	10	1,03	0,27	$2,29 \cdot 10^{-1}$	$8,16 \cdot 10^{-5}$	$2,11 \cdot 10^{-6}$	$1,14 \cdot 10^{-5}$	18,6
	20	0,51	0,55	$5,08 \cdot 10^{-1}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$	$1,04 \cdot 10^{-5}$	$5,13 \cdot 10^{-5}$	20,2
10^{-9}	10	10,27	0,27	$8,83 \cdot 10^{-1}$	$3,14 \cdot 10^{-4}$	$3,14 \cdot 10^{-5}$	$7,50 \cdot 10^{-5}$	41,8
	20	5,14	0,55	3,41	$1,21 \cdot 10^{-3}$	$4,68 \cdot 10^{-4}$	$7,91 \cdot 10^{-4}$	59,1
10^{-8}	10	102,72	0,27	$8,46 \cdot 10^{-1}$	$3,01 \cdot 10^{-4}$	$2,88 \cdot 10^{-5}$	$8,42 \cdot 10^{-5}$	34,2
	20	51,36	0,55	3,83	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$5,89 \cdot 10^{-4}$	$1,65 \cdot 10^{-3}$	51,4
10^{-7}	10	1027,22	0,27	$8,17 \cdot 10^{-1}$	$2,91 \cdot 10^{-4}$	$2,68 \cdot 10^{-5}$	$8,17 \cdot 10^{-5}$	32,8
	20	513,61	0,55	3,12	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$3,92 \cdot 10^{-4}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	30,2

Работа выполнена по гранту РФФИ N: 00 – 02 – 17955.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жакин А.И., Лунев С.А. Анализ работы сеточного ЭГД насоса, включенного в замкнутый гидравлический контур. 1. Приближённая теория // Магнитная гидродинамика. 1998. Т. 34. № 3. С. 273–279.
2. Жакин А.И., Лунев С.А. Анализ работы сеточного ЭГД насоса, включённого в замкнутый гидравлический контур. 2. Численный анализ // Там же. 1998, Т. 34. № 3. С. 280–287.
3. Жакин А.И., Тарапов И.Е., Федоненко А.И. Экспериментальное изучение механизма проводимости полярных жидких диэлектриков // Электронная обработка материалов. 1983. № 5. С. 37–41.

Поступила 03.04.2000

Summary

Problem formulation and theoretical investigation of working regimes of axisymmetrical EHD net-pump, included in a closed hydraulic loop are considered. It is shown that efficiency of EHD pump can be reached about 74%. The results of volume rate – pressure characteristics are presented in numerical form.