

# Магнитная гидродинамика с приложениями к исследованию электролиза и турбулентности

И. Т. Селезов<sup>a,\*,\*\*</sup>, В. Н. Зайченко<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Институт гидромеханики НАН Украины,  
г. Киев, 03057, Украина

<sup>b</sup>Институт общей и неорганической химии НАН Украины,  
г. Киев, 03680, Украина, \*e-mail: [igor.selezov@gmail.com](mailto:igor.selezov@gmail.com)  
\*\*e-mail: [r2\\_igor71@ukr.net](mailto:r2_igor71@ukr.net)

Поступила в редакцию 25.01.2021

После доработки 24.02.2021

Принята к публикации 25.02.2021

Представлены уравнения магнитной гидродинамики как континуальное моделирование при медленных движениях. Исходные уравнения магнитогидродинамической (МГД) среды линеаризуются, редуцируются и применяются к анализу сред, характеризующихся явлениями электролиза и турбулентности. Представлен континуальный подход к электролизу и турбулентности, а в реальных текущих исследованиях рассматриваются локальные модели. Осуществлены постановка задачи и ее анализ при убывании плотности МГД-поля от плоской стенки. Охарактеризованы экспериментальные исследования применительно к движителям в морской воде.

*Ключевые слова:* магнитная гидродинамика (МГД), электролиз, турбулентность, линеаризация, плоская стенка, убывание плотности, локальная модель, движитель, морская вода

УДК 537.84

<https://doi.org/10.52577/eom.2021.57.4.49>

## ВВЕДЕНИЕ

Магнитогидродинамическая (МГД) среда рассматривается как сплошная [1]. Предполагается такой континуальный подход использовать при исследовании электролиза и турбулентности. В этом случае локальные явления, например схлопывание пузырька в электролизе, не описываются указанной моделью. В электрохимии данный континуальный подход применялся для исследования нестационарной диффузии [2].

Возможность моделирования турбулентности как сплошной среды, то есть применение континуального подхода, рассматривается в [3], но оно на сегодня мало развито. Поэтому в большинстве текущих исследований условие сплошности не выполняется и рассматриваются локальные характеристики, например, генерация вихревых структур впадинами на плоской обтекаемой поверхности [4–6].

В ряде работ в рамках классической теории исследуется влияние осциллирующего пограничного слоя [7]. Волновые гиперболические модели распространения возмущений представлены в [8], влияние упругости на течение – в [9], влияние магнитного поля на пограничный слой – в [10].

Общие методы исследования распространения и дифракции волн приведены в работе [11]. Конечность скорости распрост-

ранения возмущений исследуется в работах [12, 13]. Уравнение Тимошенко представлено в [14], и оно получено из аналитически выведенного обобщенного уравнения в работе [15].

Воздействие приложенного магнитного поля на явления при электролизе исследуется в [16]. Влияние слабопроводящей жидкости вблизи стенки рассматривалось в [17]. Экспериментальные исследования движения среды при электролизе приводились в работах [18, 19]. Эволюция водорода при действии магнитного поля исследуется в [20]. Некоторые приложения, относящиеся к явлениям в морской воде, рассмотрены в [21–23].

Анализ публикаций показывает, что обычно конечность скорости распространения возмущений не учитывается и, следовательно, нельзя формулировать и рассматривать соответствующие начально-краевые задачи.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЛИЗА

Влиянием магнитного поля на электролиз морской воды и производство газа интересуются давно, и в связи с этим проводились обширные экспериментальные исследования.

Континуальное моделирование рассматривалось в условиях нестационарной конвективной диффузии в [2] в случае вращающегося

диска на основе уравнения конвективной диффузии ( $D$  – коэффициент диффузии):

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + 0,51 \left( \frac{\omega^3}{\nu} \right)^{1/2} y^2 \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial c}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

концентрация ионов ( $c$ ) постоянна:

$$c(y, 0) = c(\infty, t) = c_0, \quad (2)$$

безразмерные переменные:

$$C = \frac{c}{c_0}, \quad \tau = (Da_2)^{1/3} t, \\ x = \left( \frac{a}{D} \right)^{1/2} y, \quad a = 0,51 \left( \frac{\omega^2}{\nu} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

уравнение в безразмерной форме:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial \tau} = 0. \quad (4)$$

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Движение жидкости в рамках механики сплошной среды рассматривается в [3]. Для течения несжимаемой жидкости предполагается, что математическая краевая задача для уравнений должна описывать движение реальной жидкости.

При рассмотрении несплошных сред турбулентность обычно вводится как функция локальной турбулентности от ямочки [4–6]. Локальный источник турбулентности в виде ямочки на поверхности генерирует новую турбулентность при обтекании поверхности. Функция, описывающая это явление, может быть представлена как:

$$F(V, a, h), \quad (5)$$

где  $V$  – скорость течения;  $a$  – плановый размер;  $h$  – глубина ямочки.

При обычном течении (без ямочки) функция (5) записывается как:

$$F_0(V, o, o).$$

Рассмотрим изменение только по глубине при постоянных величинах скорости  $V = \text{const}$  и плановых размеров  $a = \text{const}$ . В этом случае при различных глубинах  $h_1, h_2$  получаем различные функции  $F_1(V, a, h_1), F_2(V, a, h_2) \dots$ . Эти функции могут быть определены при величинах давления  $p_1, p_2 \dots$

## УРАВНЕНИЯ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Рассматривается изэнтропический процесс в среде с электропроводностью  $\sigma = \text{const}$  без учета токов смещения, электрических зарядов,

массовых сил и вязкости. В этом случае уравнения магнитной гидродинамики записываются в виде [1]:

$$\tilde{\rho} \left\{ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \times \vec{\nabla}) \vec{V} \right\} = -\vec{\nabla} \tilde{p} + \mu [\vec{J} \times \vec{H}], \quad (6)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \tilde{\rho} \vec{\nabla} \times \vec{V} = 0, \quad \tilde{p} = c_0^2 \tilde{\rho}, \quad (7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{J} = \varepsilon_e, \quad (8)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = 0, \quad (9)$$

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \mu \vec{V} \times \vec{H}), \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad (10)$$

где каждая искомая функция  $F(\vec{x}, t)$  в (6)–(10) зависит от пространственных координат  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  и времени  $t$ ;  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  – векторы напряженности магнитного и электрического поля;  $\vec{B}$  и  $\vec{D}$  – векторы индукции магнитного и электрического поля;  $\vec{J}$  – вектор плотности тока;  $\vec{V}$  – вектор скорости частицы жидкости;  $\tilde{\rho}$  и  $\tilde{p}$  – плотность и давление жидкости;  $\mu$  и  $\varepsilon_e$  – магнитная и диэлектрическая проницаемости;  $\varepsilon_e$  – плотность электрического заряда;  $c_0$  – скорость звука в непроводящей жидкости;  $c_0 = \sqrt{K/\rho}$ ;  $K$  – объемный модуль упругости жидкости;  $\vec{\nabla}$  – гамильтониан,  $\vec{\nabla} \equiv \vec{e}_k \frac{\partial}{\partial x_k}$ ,  $k = 1, 2, 3$  (по  $k$  суммировать).

В случае учета вязкости в правую часть (1) вводится член  $\eta \nabla^2 \vec{V}$ .

*Упрощающие предположения.* Система уравнений (6)–(10) существенно нелинейная. Поэтому ее исследование связано со значительными трудностями, преодоление которых возможно посредством их линеаризации.

Условия сопряжения на поверхности раздела двух сред  $R(x_1, x_2, x_3, t) = 0$ , которые отмечаем индексами 1 и 2, вытекающие из законов сохранения, выражают непрерывность нормальных составляющих скоростей:

$$\vec{n} \times (\vec{V}^1 - \vec{V}^2) = 0 \quad (11)$$

или непроницаемость этой поверхности

$$d_t R = 0, \quad (12)$$

а также непрерывность суммарных тензоров напряжений Максвелла  $T_{ik}$ :

$$\left[ (\sigma_{ik}^1 + T_{ik}^1) - (\sigma_{ik}^2 + T_{ik}^2) \right] n_i = 0, \quad i, k = 1, 2, 3, \quad (13)$$

непрерывность соответствующих электромагнитных величин:

$$\vec{n} \times \left( \frac{\mu^1}{\mu^2} \vec{H}^1 - \vec{H}^2 \right) = 0, \vec{n} \times (\vec{H}^1 - \vec{H}^2) = 0, \quad (14)$$

$$\vec{n} \times \left( \frac{\varepsilon^1}{\varepsilon^2} \vec{E}^1 - \vec{E}^2 \right) = 0, \vec{n} \times (\vec{E}^1 - \vec{E}^2) = 0. \quad (15)$$

Тензор напряжений Максвелла имеет вид:

$$T_{ik} = \varepsilon E_i E_k + \mu H_i H_k - \frac{1}{2} \delta_{ik} (\varepsilon E^2 + \mu H^2). \quad (16)$$

*Поля малых возмущений.* Представим общее поле  $F(\vec{x}, t)$  в виде суммы некоторого постоянного поля  $F_0$  (невозмущенного), не зависящего от пространственных координат и времени, и переменного поля  $f(\vec{x}, t)$  (возмущенного), зависящего от всех координат:

$$F(\vec{x}, t) = F_0 + f(\vec{x}, t). \quad (17)$$

Полевые функции представляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{V}(\vec{x}, t) &= \vec{V}_0 + \vec{v}(\vec{x}, t), \\ \tilde{\rho}(\vec{x}, t) &= \rho_0 + \rho(\vec{x}, t), \\ \vec{H}(\vec{x}, t) &= \vec{H}_0 + \vec{h}(\vec{x}, t), \\ \vec{E}(\vec{x}, t) &= \vec{E}_0 + \vec{e}(\vec{x}, t). \end{aligned} \quad (18)$$

Второе предположение теории малых возмущений записывается в виде:

$$|f|_{\max} \ll |F_0|. \quad (19)$$

Подставляя первое уравнение из (8) в (6) и полагая  $\vec{E}_0 = 0$ , преобразуем (8)–(10) с учетом (17)  $|f|_{\max} \ll |F_0|$  и векторных формул для  $(\vec{V} \times \vec{H}) \times \vec{H}_0$  и  $\vec{V} \times (\vec{V} \times \vec{H}_0)$ . Подставляя соотношения (12), которые следуют из (11), в уравнения (6)–(10) и сохраняя члены порядка малости не выше первого, согласно (18), получаем систему линеаризованных уравнений магнитной гидродинамики.

#### ИЗМЕНЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТОКА ПРИ ЭЛЕКТРОЛИЗЕ ОТ СТЕНКИ ПРИ ДЕЙСТВИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассматривается электролиз в среде в системе прямоугольных координат  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  и времени  $t$ , когда от стенки плотность убывает по экспоненциальному закону от некоторой величины при  $x = 0$  до постоянной, характерной для МГД-среды, которая соответствует идеальной электропроводности – уравнения (2)–(6) в работе [8]. Предполагается, что изменение давления уравновешивается только пондеромо-

торной силой, а силы инерции и конвективные составляющие не учитываются:

$$\vec{\nabla} \tilde{\rho} = P_H (\vec{J} \times \vec{H}), \quad (20)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}, \quad (21)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0, \quad (22)$$

$$\vec{J} = R_m \vec{E}. \quad (23)$$

В (20)–(23) предполагается, что все поля зависят от  $x$ , а распределение плотности задано функцией, экспоненциально убывающей при удалении от стенки  $x = 0$ :

$$\tilde{\rho}(x) = \rho_0 (1 - ae^{-bx}), \quad (24)$$

$$\vec{H}(x) = H_0 + h(x), \quad (25)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_0 + \vec{j}(x), \quad (26)$$

$$\vec{E}(x) = \vec{E}_0 + \vec{e}(x). \quad (27)$$

Уравнения (24)–(27) характеризуют изменение плотности, определяемое коэффициентом в экспоненте и перед ней от величины на стенке до обычной величины среды. При постоянной плотности задача для МГД-среды рассматривалась в [17].

Моделируется влияние близости свободной поверхности на поле вокруг турбин приливного течения. Рассматривается бесконечный ряд роторов турбин, расположенных вблизи свободной поверхности в приливном течении для отбора энергии. Ротор представляется диском, после обтекания которого уровень свободной поверхности понижается. Теоретические исследования основаны на простых балансовых соотношениях, и в результате вычисляется коэффициент тяги. Приведены также эксперименты в аэродинамической трубе, представлено сопоставление теоретических и экспериментальных результатов и установлено хорошее соответствие.

#### ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРОЛИЗ В МОРСКОЙ ВОДЕ

Как отмечалось выше, проводилось много экспериментальных исследований в этой области, включая и работы В.Н. Зайченко [17–19]. Теоретические исследования о влиянии магнитного поля приведены в [20].

Процессы в морской воде исследовались в [21–23] в расчете на то, что среда электропроводящая и подвержена действию внешнего магнитного поля. В основе построения лежит предположение о том, что электромагнитные эффекты в жидкости являются вторичными по

сравнению с гидродинамическими. Смысл этих приближений заключается в существенном упрощении исходных сильно нелинейных уравнений.

Воздействие магнитного поля на чистую воду незначительно. Наличие в воде солей (и, следовательно, ионов) приводит к изменению структуры воды. На этой основе рассматривались МГД-двигатели в морской воде.

Предполагалось увеличение тяги двигателя в морской воде в канале при пропускании электрического тока, возбуждаемого действием внешнего магнитного поля. В изобретениях [17, 18] рассматривался способ увеличения тяги МГД-двигателя с применением магнитного поля 8–10 Тесла.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены уравнения магнитной гидродинамики как сплошной среды. Проводится их линеаризация на основе двух предположений, представляющих искомые функции в виде суммы невозмущенных и малых возмущенных величин. Построена модель задачи о распространении волн при убывании плотности от стенки. Рассмотрено влияние магнитного поля на электролиз.

### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### ЛИТЕРАТУРА

- Selezov, I.T., Wave processes in fluids and elastic media, *Int. J. Fluid Mech. Res.*, 2003, vol. 30, no. 2, p. 219.
- Крылов, В.С., Бабак, В.Н., Нестационарная диффузия к поверхности вращающегося диска, *Электрохимия*, 1971, том 7, № 5, с. 649.
- Frost, W., Moulden, T.H., *Handbook of turbulence*, Vol. 1. Fundamentals and Applications, New York and London: Plenum Press, 1977.
- Voskoboinik, V., Voskoboinik, A., Stepanovich, V., Generation of vortex structures by pair oval dimples on flat plate, *Proc. European Drag Reduction and Flow Control Meeting – EDRFCM*, 23–26, 2015.
- Voskoboinick, V., Voskoboinick, A., Voskoboinick, O., Turick, V., Dimple generators of longitudinal vortex structures In: ( eds) *Boundary Layer Flows -N 269, Theory, Applications and Numerical Methods*, London: IntechOpen, 2019 p. <https://doi.org/10.5772/intechopen.83518>.
- Selezov, I., Voskoboinik, V., Propagation of wave disturbances in a turbulent flow under local bottom excitation, *Науково-технічний збірник КПІ, Інформаційні системи, механіка та керування*, 2020 (In press).
- Selezov, I., Volynski, R., Wave refraction and sediment dynamics modeling in coastal zone, Kiev: СМП “Аверс”, 2013. 150 p.
- Селезов, И.Т., Кривонос, Ю.Г., Волновые гиперболические модели распространения возмущений, Киев, Наукова Думка, 2015. 172 с.
- Селезов, И.Т., Савченко, С.А., Распространение поверхностных гравитационных волн и взаимодействие с препятствиями при отборе энергии волн, Киев: СМП “Аверс”, 2015, 86 с.
- Селезов, И.Т., Селезова, Л.В., Обтекание колеблющейся границы ионизованным газом при действии магнитного поля, *Магнитная гидродинамика*, 1967, № 1, с. 9.
- Selezov, I.T., Kryvonos, Yu.G., Gandzha, I.S., Wave propagation and diffraction. Mathematical methods and applications, In Series: *Foundations of Engineering Mechanics*, Springer, 2018. 241 p. doi: 10.1007/978-981-10-4923-1.
- Фок, В.А., Решение одной задачи теории диффузии по методу конечных разностей и приложение его к диффузии света, *Труды ГОИ*, 1926, т. 4, № 34, с. 29.
- Монин, А.С., О диффузии с конечной скоростью, *Известия АН СССР, Серия географическая*, 1955, № 3, с. 234.
- Timoshenko, S.P., On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bar, *Phil. Mag.*, 1921, vol. 41, no. 245, Ser. 6, p. 744.
- Selezov, I.T., Development and application of the Cauchy-Poisson method to layer elastodynamics and the Timoshenko equation, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2018, vol. 54, p. 434. doi: 10.1007/s 10559-018-0044-x.
- Zaichenko, V.N., Slobodyanyuk, I.A., Rusetskii, I.A., MHD effect under the interaction of external magnetic field with electrolytic hydrogen and oxygen bubbles, *Magneto hydrodynamics*, 2018, vol. 54, no. 4, p. 417. doi: 10.22364/mhd 54.4.9
- Панкратьева, И.Л., Полянский, В.А., Поляризация слабопроводящих жидкостей вблизи стенки, *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*, 2006, № 2, с. 35.
- Балакин, В.И., Бабак, А.К., Зайченко, В.Н., Патент № 2032769 на изобретение «Способ получения кислорода и водорода». Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений 10 апреля 1995 г.
- Зайченко, В.Н., Движение электролита и газовых пузырьков при электролизе в магнитном поле, *Журнал прикладной химии*, 2012, т. 85, № 11, с. 1888.
- Koza, J.A., Mühlenhoff, S., Zabinski, P., Nikrityuk, P., et al., Hydrogen evolution under the influence of a magnetic field, *Electrochim. Acta*, 2011, vol. 56, p. 2665.
- Selezov, I.T., On wave hyperbolic model for disturbance propagation in magnetic fluid, *Seria:*

*Operator Theory. Advances and Applications*, vol. 191, Switzerland: Birkhauser Verlag Basel, 2009. 221 p.

22. Whelan, J.I., et al., A free-surface and blockage correction for tidal turbines, *J. Fluid Mech.*, 2009, vol. 624, p. 281.
23. You Y., Zheng Y., Ma Y., Yu Z. et al. Structural design and protective methods for the 100 kW shoreline wave power station, *China Ocean Eng.*, 2003, vol. 17, no. 3, p. 439.

### Summary

The equations of magnetohydrodynamics (MHD) are presented as continual modeling for slow motions.

The original equations of the MHD environment are linearized, reduced, and applied to the analysis of environments characterized by the phenomena of electrolysis and turbulence. A continual approach for electrolysis and turbulence is presented, and the real-life ongoing studies are considering local models. The formulation of the problem and its analysis are presented as the density of the MHD-field decreases from a flat wall. Experimental studies with respect to propulsion devices in sea water are characterized.

*Keywords:* magnetohydrodynamics, electrolysis, turbulence, linearization, flat wall, density decrease, local model, propulsion, sea water