

# Метод определения начальных условий для моделирования электрического разряда в воде

В. М. Косенков

*Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины,  
г. Николаев, 54018, Украина, e-mail: v.m.kosenkov@gmail.com*

Поступила 11.06.2019

После доработки 22.07.2019

Принята к публикации 22.07.2019

Сформулирована и решена задача определения начальных условий, обеспечивающих однозначность математического моделирования электрического разряда в воде. Разработан метод определения начальных величин характеристик разряда, обеспечивающий их согласование между собой. Эффективность метода продемонстрирована на примере электрического разряда в воде, для которого известны экспериментальные данные. Определено влияние производных параметров электроразрядной системы на результаты ее математического моделирования. Проведенные исследования позволили существенно повысить адекватность разработанной ранее математической модели физическим процессам разряда в воде на его начальной стадии.

*Ключевые слова:* электрический разряд в воде, математическое моделирование, начальные условия разряда, удельная электропроводность плазмы, сопротивление канала разряда

УДК 537.528:519.6:621.314

DOI: 10.5281/zenodo.3747821

## ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование электрического разряда в воде широко применяется для исследования его характеристик, а также сопровождающих его процессов [1–17]. Существующие математические модели содержат дифференциальные уравнения, дополняемые начальными и краевыми условиями, определяющими единственность решения задачи.

С большой достоверностью известны начальные условия, предшествующие электрическому пробоя слоя воды между электродами перед приложением к ним разности потенциалов, что облегчает моделирование начального этапа развития стримеров в воде [5]. Конечные характеристики пробоя воды, после замыкания электродов лидером, могут служить начальными условиями для моделирования активной стадии разряда, однако их определение затрудняется стохастическим характером формирования стримеров и лидеров в воде, особенно на заключительной стадии пробоя [1, 4]. По этой причине для моделирования активной стадии разряда используют приближенные величины начальных условий, определяемые на основе эмпирических данных и, как правило, в малой степени согласованные между собой.

Существуют два основных подхода к моделированию активной стадии разряда. В первом из них не рассматривают процессы в разрядном контуре, а используют зависимость мощности ввода энергии в канал разряда от времени, определяемую по эмпирическим данным на

основе измерения напряжения и силы тока в канале разряда [1, 7, 9–14]. В этом случае необходимо задать начальный радиус канала разряда и скорость движения его границы. Как правило, эти величины определяют по изображениям движения границы канала, полученным с помощью высокоскоростной фотосъемки во время разряда. Такой подход является полуэмпирическим и не позволяет исследовать процессы в разрядном контуре и плазме, заполняющей канал разряда.

Второй способ математического моделирования электрического разряда в воде не требует предварительных экспериментальных исследований, так как в систему уравнений математической модели включены уравнения, определяющие процессы в разрядном контуре и плазме, заполняющей канал разряда [2, 3, 6, 8, 15–17]. Такой подход расширяет возможности математического моделирования разряда, но требует определения большего количества начальных условий и более тщательного согласования их между собой. Степень корректности их задания определяли по соответствию результатов математического моделирования экспериментальным данным. В наибольшей степени задание начальных условий влияет на определение изменения напряжения между электродами в процессе разряда, что было отмечено в работе [2]. Основным признаком некорректного задания начальных условий служит существенно немонокотное изменение напряжения между электродами на начальном этапе его уменьшения.

В ряде работ [1, 2, 4] определено, что влияние начальных условий активной стадии разряда в воде с течением времени уменьшается, что определяется автомодельностью процесса электрического разряда, однако в начале разряда погрешность результатов моделирования может быть неприемлемо большой. Учитывая, что в начале активной стадии разряда характеристики плазмы изменяются в наибольшей степени, требования к корректности задания начальных условий возрастают. Это определяет актуальность дальнейших исследований способов задания начальных условий.

В связи с этим цель данной работы состоит в определении метода задания и согласования начальных условий для моделирования активной стадии электрического разряда в воде.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе [17] приведено описание математической модели электрического разряда в воде, учитывающей процессы в разрядном контуре, канале разряда и окружающей его жидкости, заполняющей замкнутую разрядную камеру цилиндрической формы.

В этой модели использовали систему пяти уравнений, характеризующую свойства плазмы в канале разряда. Активное сопротивление канала разряда определяли по формуле:

$$R_{ch} = \frac{1}{\sigma_{ch}} \int_0^{l_{ch}} \frac{dz}{S_{ch}(z)}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ch}$  – удельная электропроводность плазмы в канале разряда, См/м;  $S_{ch}(z)$  – площадь поперечного сечения канала разряда в зависимости от осевой координаты  $z$ , м<sup>2</sup>;  $l_{ch} = A_{ch} \cdot l$  – длина канала разряда, м;  $l$  – расстояние между электродами, м;  $A_{ch}$  – коэффициент, учитывающий отличие длины канала разряда от расстояния между электродами [4, 17].

Удельную электропроводность плотной неидеальной плазмы можно определить по формуле, полученной на основе приближенного решения кинетического уравнения Больцмана [18]:

$$\sigma_{ch} = A_{ea} \frac{\pi^{1/2} \cdot e^2 \cdot n_e}{(8 \cdot m_e \cdot k \cdot T)^{1/2}} \times \frac{\alpha(\gamma)}{n_e \cdot Q_i + (n_0 - n_e) \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH}) / 3}, \quad (2)$$

где  $A_{ea}$  – эмпирический коэффициент;  $T$  – температура плазмы, К;  $n_e$  – концентрация электронов, 1/м<sup>3</sup>;  $n_0$  – концентрация атомов, 1/м<sup>3</sup>;  $k = 1,38064852 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана;  $e = 1,60217662 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд

электрона;  $m_e = 9,10938356 \cdot 10^{-31}$  кг – масса электрона;  $Q_{eO}$  – эффективное сечение рассеяния электрона на атоме кислорода, м<sup>2</sup>;  $Q_{eH}$  – эффективное сечение рассеяния электрона на атоме водорода, м<sup>2</sup>;  $Q_i$  – эффективное сечение рассеяния электрона на однозарядных ионах, м<sup>2</sup>:

$$\alpha(\gamma) = \begin{cases} 1,13 + 0,05 \cdot \gamma \cdot \exp(-0,02 \cdot \gamma), & \text{если } \gamma \in [0; 30) \\ 1,95, & \text{если } \gamma \geq 30 \end{cases}, \quad (3)$$

$$\gamma = n_e \cdot Q_i / [(n_0 - n_e) \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH}) / 3]. \quad (4)$$

Величина  $Q_i$  может быть определена по формуле [18]:

$$Q_i = \frac{2,02 \cdot 10^{-9}}{T^2} \lg \left( \frac{42500 \cdot T}{n_e^{1/3}} \right), \quad (5)$$

а  $Q_{eO}$  и  $Q_{eH}$  – по формуле [19]:

$$Q_{eZ} = \pi \cdot a^2 \left( \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \right)^2 \frac{Z^2 \cdot e^4}{(2 \cdot u \cdot \hbar)^2} \frac{1}{1 + (\hbar / 2 \cdot m_e \cdot u \cdot a)^2}, \quad (6)$$

где  $a = a_0 / Z^{1/3}$  – радиус атома, м;  $a_0 = 0,528 \cdot 10^{-10}$  м – боровский радиус;  $Z$  – атомный номер элемента;  $\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная;  $\hbar = 1,0545718 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – редуцированная постоянная Планка;  $u = \sqrt{3 \cdot k \cdot T / m_e}$  – средняя скорость атома, м/с.

Концентрацию нейтральных частиц в канале можно определить из затрат энергии на испарение одной молекулы воды и ее диссоциации на молекулы кислорода и водорода [1]:

$$\frac{d(n_0 \cdot V_c)}{dt} = \frac{\sigma_{SB} \cdot T^4 \cdot S_c}{D_m}, \quad (7)$$

где  $\sigma_{SB} = 5,670373 \cdot 10^{-8}$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-4</sup> – постоянная Стефана-Больцмана;  $S_c$  – площадь поверхности канала, м<sup>2</sup>;  $D_m = 4,77 \cdot 10^{-19}$  Дж – энергия нагрева и испарения одной молекулы воды, а также ее диссоциации на молекулы кислорода и водорода [1];  $V_c = \pi \cdot R_c^2 \cdot l_{ch}$  – объем канала разряда, м<sup>3</sup>;  $R_c$  – радиус канала разряда, м.

Концентрацию электронов в условиях ионизационного равновесия в плазме, заполняющей канал разряда в воде, можно определить с помощью уравнения Саха, которое при однократной ионизации атомов упрощается к виду [1, 20]:

$$\frac{n_e^2}{n_0 - n_e} = \frac{2}{\Lambda^3} \frac{g_1}{g_0} \exp \left( -\frac{\epsilon}{k \cdot T} \right) = 2 \cdot K_e, \quad (8)$$

где  $\epsilon = 21,7 \cdot 10^{-19}$  Дж – энергия ионизации атома водорода ( $21,81924 \cdot 10^{-19}$  Дж – энергия ионизации атома кислорода);  $\Lambda$  – длина волны де Бройля, м:

$$\Lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi \cdot m_e \cdot k \cdot T}}; \quad (9)$$

$m_e = 9,10938356 \cdot 10^{-31}$  кг – масса электрона;  $h = 6,62606 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка;  $g_1$  – статистический вес иона при однократной ионизации атома;  $g_0$  – статистический вес атома. Отношение  $g_1/g_0$  для кислородно-водородной плазмы, образовавшейся в результате электрического разряда в воде, близко к 1 [1, 3].

Свойства плазмы в канале разряда в воде близки к идеальному газу [1, 3], уравнение состояния которого

$$p_{ch} = (n_0 + n_e) \cdot k \cdot T, \quad (10)$$

где  $p_{ch}$  – давление плазмы в канале разряда, Па.

Неизвестными являются семь величин  $R_{ch}$ ,  $R_c$ ,  $\sigma_{ch}$ ,  $n_0$ ,  $n_e$ ,  $T$  и  $p_{ch}$ . То есть две из них должны быть заданы как параметры. Основная задача данной работы состоит в разработке метода определения этих величин в начале активной стадии электрического разряда в воде.

### МЕТОД РЕШЕНИЯ

Начальная величина радиуса канала разряда  $R_c$  принимает значения в интервале от 0,1 до 0,9 мм в зависимости от длительности пробоя слоя воды между электродами и параметров разрядного контура [4]. Его удобно выбрать в качестве первого произвольного параметра.

Учитывая, что в начальный момент времени канал разряда задан в виде прямого кругового цилиндра длиной  $l_{ch}$  и площадью поперечного сечения  $S_{ch} = \pi \cdot R_c^2$ , уравнение (1) можно упростить:

$$R_{ch} = \frac{l_{ch}}{\sigma_{ch} \cdot S_{ch}}. \quad (11)$$

В начале активной стадии разряда  $n_e \ll n_0$ , тогда  $\gamma \rightarrow 0$  и  $\alpha(\gamma) \rightarrow 1,13$ , а уравнение (2) приобретает вид:

$$\sigma_{ch} = A_{ea} \frac{\pi^{1/2} \cdot e^2 \cdot n_e}{(8 \cdot m_e \cdot k \cdot T)^{1/2}} \frac{3,39}{(n_0 - n_e) \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH})}. \quad (12)$$

Преобразуем уравнение (8) к виду:

$$\frac{n_e}{n_0 - n_e} = \frac{2 \cdot (2\pi \cdot m_e \cdot k \cdot T)^{3/2} g_1}{h^3 \cdot n_e g_0} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k \cdot T}\right), \quad (13)$$

подставим его в (12) и выполним преобразования:

$$\sigma_{ch} = C_1 \frac{T}{n_e \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH})} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k \cdot T}\right), \quad (14)$$

где  $C_1 = A_{ea} \cdot 6,78 \cdot g_1 \cdot \pi^2 \cdot e^2 \cdot m_e \cdot k / (g_0 \cdot h^3)$ .

Из уравнения (13) определим  $n_0$ :

$$n_0 = n_e + C_2 \frac{n_e^2}{T^{3/2}} \exp\left(\frac{\varepsilon}{k \cdot T}\right), \quad (15)$$

где  $C_2 = g_0 \cdot h^3 / [2 \cdot g_1 \cdot (2\pi \cdot m_e \cdot k)^{3/2}]$ .

Выберем в качестве второго произвольного параметра  $R_{ch}$ , тогда из (11) получим:

$$\sigma_{ch} = \frac{l_{ch}}{R_{ch} \cdot S_{ch}}. \quad (16)$$

Представим  $n_e$  из уравнения (14) в явном виде:

$$n_e = C_1 \frac{T}{\sigma_{ch} \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH})} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k \cdot T}\right). \quad (17)$$

Используя формулу (6), определим:

$$Q_{eH} = A_{eH} \cdot C_3 \frac{1}{12 \cdot m_e \cdot a_0^2 \cdot k \cdot T + \hbar^2}, \quad (18)$$

$$Q_{eO} = A_{eO} \cdot C_3 \frac{4}{3 \cdot m_e \cdot a_0^2 \cdot k \cdot T + \hbar^2}, \quad (19)$$

где  $A_{eH}$  и  $A_{eO}$  – эмпирические коэффициенты;  $C_3 = \pi \cdot m_e^2 \cdot a_0^4 \cdot e^4 / (4 \cdot \hbar \cdot \pi \cdot \varepsilon_0)^2$ .

Вычислим производные в уравнении (7) и преобразуем его к виду:

$$\frac{dT}{dt} = \left( \frac{\sigma_{SB} \cdot T^4 \cdot S_c}{D_m} - n_0 \frac{dV_c}{dt} \right) / [V_c \cdot f_0(T)], \quad (20)$$

где

$$f_0(T) = f_n(T) + C_2 \exp\left(\frac{\varepsilon}{k \cdot T}\right) \times \left[ f_{nT}(T) - \frac{n_e^2}{T^{3/2}} \frac{\varepsilon}{k \cdot T^2} \right],$$

$$f_n(T) = C_1 \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k \cdot T}\right) \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{\sigma_{ch} \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH})} \frac{\varepsilon}{k \cdot T} + f_Q(T) \right];$$

$$f_{nT}(T) = \frac{2 \cdot n_e T^{3/2} f_n(T) - 3 \cdot n_e^2 T^{1/2} / 2}{T^3};$$

$$f_Q(T) = \frac{(Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH}) + T \cdot C_3 \cdot 5 \cdot m_e \cdot a_0^2 \cdot k / 3}{\sigma_{ch} \cdot (m_e \cdot a_0^2 \cdot k \cdot T + \hbar^2)^2 \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH})^2}.$$

Скорость изменения объема канала разряда определяется формулой:

$$\frac{dV_c}{dt} = 2\pi \cdot l_{ch} \cdot R_c \cdot \frac{dR_c}{dt}. \quad (21)$$

Скорость поверхности канала  $\frac{dR_c}{dt}$  определим, используя соотношение на фронте слабой ударной волны [21]:

$$\frac{dR_c}{dt} = \frac{p_{ch} - p_0}{\rho \cdot c}. \quad (22)$$

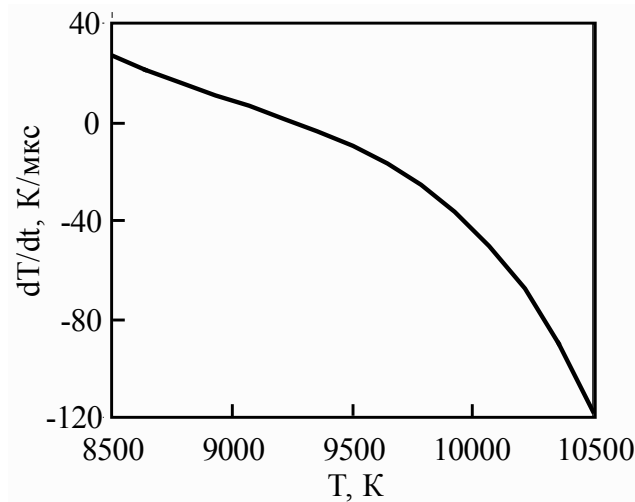


Рис. 1. Зависимость скорости изменения температуры плазмы ( $dT/dt$ ) в канале разряда в воде от ее начальной температуры.

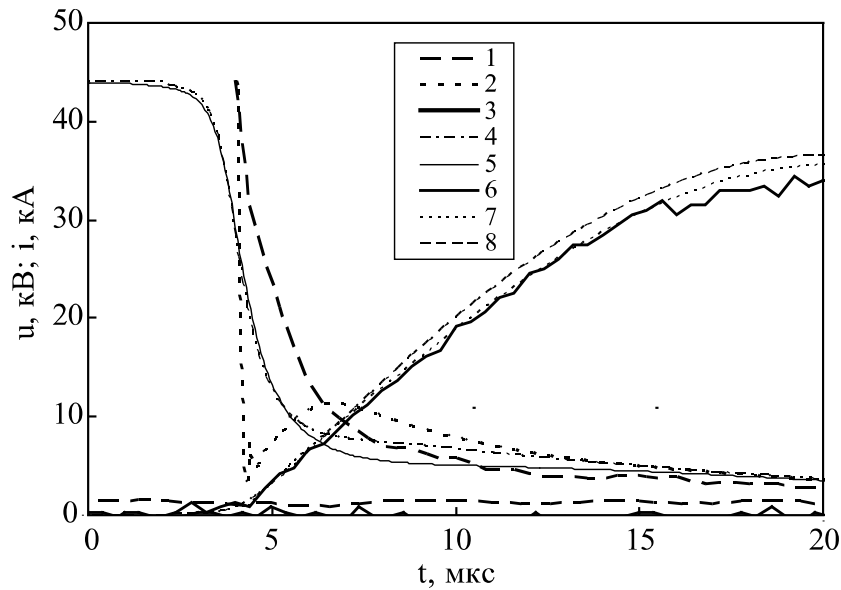


Рис. 2. Изменение напряжения между электродами и силы тока в начале активной стадии электрического разряда в воде при разных величинах  $dT/dt$ . Напряжение: 1 – эксперимент [17]; 2 – расчет (27,4 К/мкс); 3 – расчет (0 К/мкс); 4 – расчет (-43 К/мкс); 5 – расчет (-117 К/мкс). Сила тока: 6 – эксперимент [17]; 7 – расчет (27,4 К/мкс); 8 – расчет (-117 К/мкс).

Величину  $p_{ch}$  получим из (10) и подставим в (22):

$$\frac{dR_c}{dt} = \frac{(n_0 + n_e) \cdot k \cdot T - p_0}{\rho \cdot c}, \quad (23)$$

тогда (21) примет вид:

$$\frac{dV_c}{dt} = 2\pi \cdot l_{ch} \cdot R_c \cdot \frac{(n_0 + n_e) \cdot k \cdot T - p_0}{\rho \cdot c}. \quad (24)$$

В уравнении (20) неопределенной величиной остается  $\frac{dT}{dt}$ . Задавая величину  $\frac{dT}{dt}$  из условия наилучшего согласования с экспериментальными данными, можно определить  $T$ , решая алгебраическое уравнение (20) с помощью метода итераций.

Процедура определения начальных величин  $\sigma_{ch}$ ,  $n_0$ ,  $n_e$ ,  $T$  и  $p_{ch}$  состоит из следующей последовательности действий.

1. Задать начальные величины  $R_{ch}$ ,  $R_c$  и определить  $\sigma_{ch}$  по формуле (16).

2. Задать интервал возможных значений  $T$  и шаг ее изменения в пределах этого интервала.

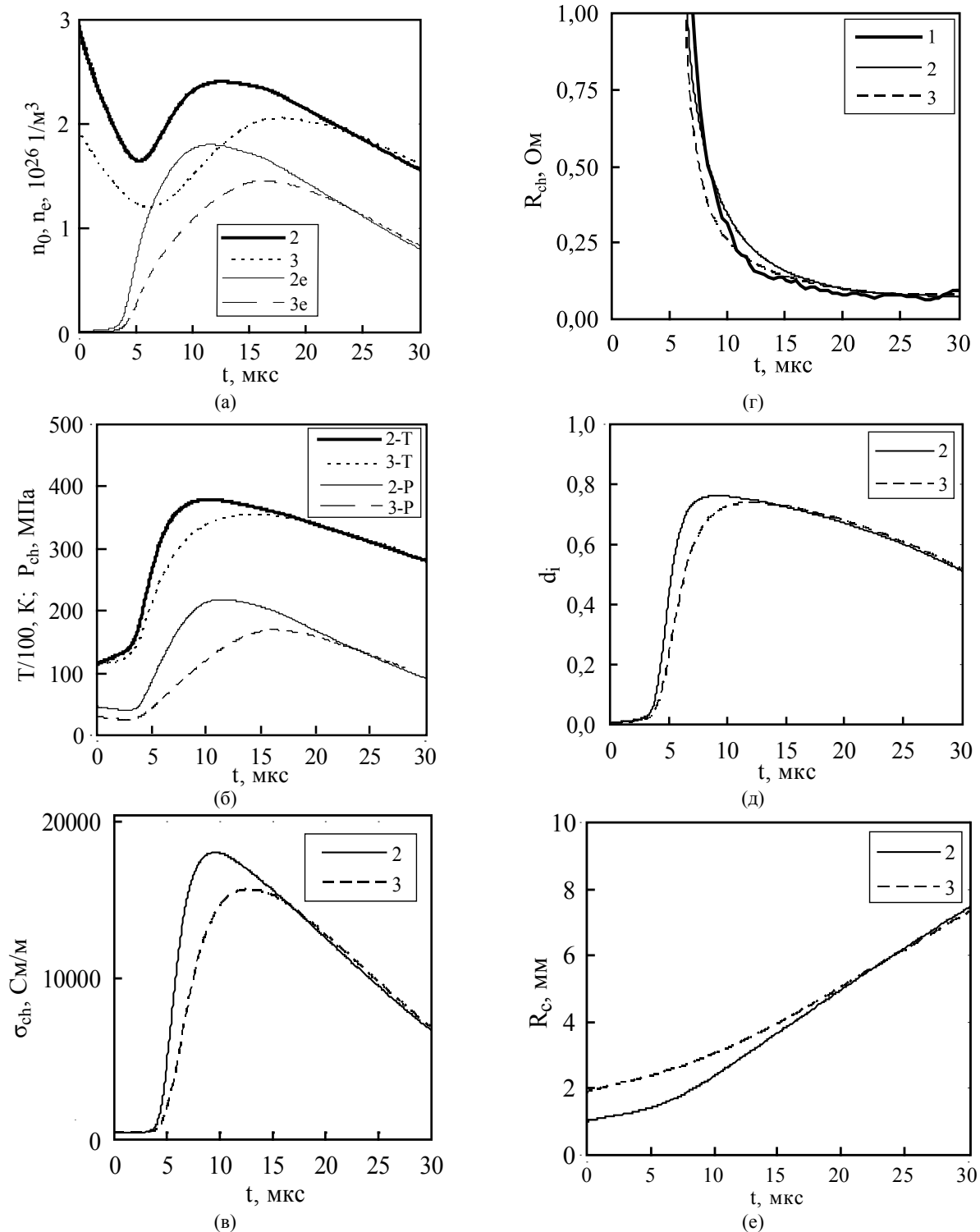
3. Выполнить табуляцию  $\frac{dT}{dt}$  при заданных

значениях  $T$ , определяя начальные величины  $Q_{eH}$ ,  $Q_{eO}$ ,  $n_e$ ,  $n_0$ ,  $p_{ch}$  и  $\frac{dV_c}{dt}$  по формулам (10), (15),

(17)–(19) и (24) и используя их для вычисления  $\frac{dT}{dt}$  по формуле (20).

4. В полученной таблице данных выбрать интервал, в котором находится заданное значение  $\frac{dT}{dt}$  и определить соответствующие ей

величины  $\sigma_{ch}$ ,  $n_0$ ,  $n_e$ ,  $T$  и  $p_{ch}$  с помощью интерполяции.



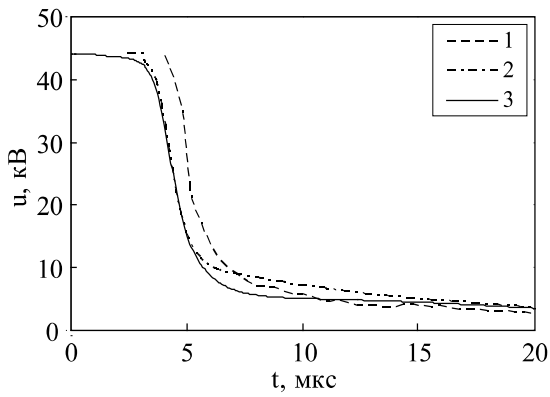
**Рис. 3.** Характеристики плазмы и канала электрического разряда в воде при разных величинах  $dT/dt$ : (а) – концентрация нейтральных частиц (2, 3) и электронов (2e, 3e); (б) – температура плазмы (2-T, 3-T), давление плазмы (2-P, 3-P); (в) – удельная электропроводность плазмы; (г) – сопротивление канала разряда; (д) – степень ионизации плазмы ( $d_i$ ); (е) – радиус канала разряда; 1 – эксперимент [17]; 2, 2e, 2-T, 2-P – расчет ( $-43$  K/мкс); 3, 3e, 3-T, 3-P – расчет ( $-117$  K/мкс).

Полученные таким образом начальные величины  $\sigma_{ch}$ ,  $n_0$ ,  $n_e$ ,  $T$  и  $p_{ch}$  будут согласованы между собой, а не выбраны приближенно, как это вынуждены были делать в предыдущих исследованиях [1, 7, 9–14]. Сочетание их значений зависит от  $R_{ch}$ ,  $R_c$  и  $\frac{dT}{dt}$ , величины которых можно определить из условия согласо-

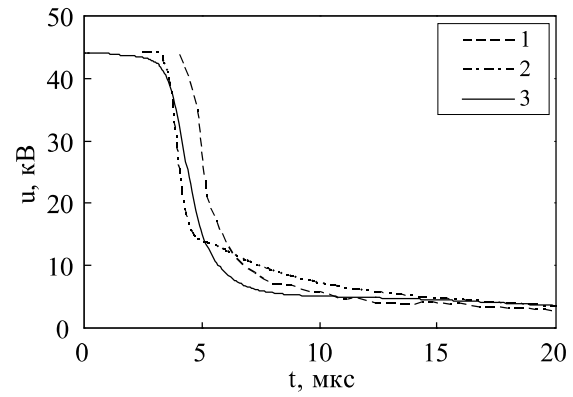
вания результатов математического моделирования с известными экспериментальными данными.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Эффективность разработанного метода определения начальных условий проверили на примере электрического разряда в воде, когда



**Рис. 4.** Изменение напряжения между электродами в начале электрического разряда в воде при разных величинах  $R_{ch}$ , когда  $dT/dt = -117$  К/мкс; 1 – эксперимент [17]; 2 – расчет  $R_{ch} = 500$  Ом; 3 – расчет  $R_{ch} = 1000$  Ом.



**Рис. 5.** Изменение напряжения между электродами в начале электрического разряда в воде при разных величинах  $R_c$ , когда  $dT/dt = -117$  К/мкс; 1 – эксперимент [17]; 2 – расчет ( $R_c = 0,4$  мм); 3 – расчет ( $R_c = 0,9$  мм).

емкость конденсаторной батареи ( $C$ ) равна 10 мкФ, индуктивность разрядной цепи ( $L$ ) – 10 мкГн, напряжение заряда батареи ( $U_0$ ) – 44 кВ, активное сопротивление элементов разрядного контура без канала разряда ( $R_{sh}$ ) – 0,09 Ом, расстояние между электродами ( $l$ ) – 30 мм [17]. Инициирование разряда выполнялось пробоем слоя воды между электродами после приложения к ним разности потенциалов  $U_0$ .

Используя предложенный метод, вычислим  $\frac{dT}{dt}$  в интервале изменения  $T$  от 8500 до 10500 К при заданных величинах  $R_{ch} = 1000$  Ом и  $R_c = 0,9$  мм (рис. 1). На этом интервале  $T$  величина  $\frac{dT}{dt}$  изменяет знак с положительного

(27,4 К/мкс) на отрицательный ( $-117$  К/мкс) при увеличении  $T$ , а начальное давление в канале разряда  $p_{ch}$  увеличивается от 2,47 до 121 МПа. На рис. 2 приведены зависимости изменения напряжения между электродами и силы тока от времени в начале электрического разряда в воде, полученные экспериментально [17] (линия 1) и с помощью математической модели [17] при различных начальных величинах  $\frac{dT}{dt}$ : 27,4 К/мкс

(линия 2), 0 К/мкс (линия 3),  $-43$  К/мкс (линия 4),  $-117$  К/мкс (линия 5) и соответствующим им величинам  $T$  и  $p_{ch}$ . Из рис. 2 следует, что при уменьшении  $\frac{dT}{dt}$  линии, полученные в результате математического моделирования, приближаются к экспериментальной линии 1. Когда  $\frac{dT}{dt} > 0$

(линия 2) наблюдается немонотонное изменение напряжения между электродами ( $U$ ), которое не согласуется с измеренным экспериментально, в отличие от  $\frac{dT}{dt} < 0$  (линия 4) и (линия 5), удовлетворительно соответствующих экспери-

ментальной линии 1, что позволяет утверждать об отрицательной скорости изменения температуры плазмы перед началом активной стадии разряда. Это не противоречит физическим представлениям о начальной стадии разряда, так как лидер перед началом активной стадии разряда продолжает расширяться за счет избыточного давления плазмы в нем, а поступающая в него энергия конденсаторной батареи мала, поэтому уменьшаются давление плазмы и ее температура. Линия 3 (когда  $\frac{dT}{dt} = 0$ ) занимает

промежуточное положение между монотонным и немонотонным изменением напряжения. Начальные условия в существенно меньшей степени влияют на изменение силы тока в канале, поэтому линии, полученные в результате моделирования и эксперимента, согласовывались между собой по совмещению начала линий силы тока.

При всех начальных условиях, приблизительно через 10 мкс после начала моделирования, все линии напряжения практически совпадают друг с другом, вследствие автономности процесса разряда в воде. Аналогичным образом к этому времени согласуются между собой и остальные характеристики плазмы, определенные в результате математического моделирования (рис. 3). Однако даже при больших отрицательных величинах  $\frac{dT}{dt}$ , при

которых получены линии 4 и 5, показанные на рис. 2, наблюдаются заметные отличия характеристик плазмы в начале активной стадии разряда (рис. 3). Уменьшение  $\frac{dT}{dt}$  приводит к увели-

чению промежутка времени от начала моделирования с заданными начальными условиями до активной стадии разряда от 0,5 до 9,5 мкс при рассмотренных параметрах разряда. За это время величина  $R_c$  существенно изменяется (рис. 3е) по

сравнению с заданными начальными значениями  $n_0$  и  $n_e$  (рис. 3а),  $T$  и  $p_{ch}$  (рис. 3б).

Уменьшение начальной величины  $R_{ch}$  до 500 Ом, при фиксированных значениях  $\frac{dT}{dt} = -117$  К/мкс и  $R_c = 0,9$  мм, влияет на изменение характеристик разряда (рис. 4), а величина  $R_{ch}$ , большая 1000 Ом, не приводит к их существенным изменениям.

Уменьшение величины начального радиуса канала разряда  $R_c$  от 0,9 до 0,4 мм, при  $R_{ch} = 1000$  Ом и  $\frac{dT}{dt} = -117$  К/мкс, приводит к намного большему изменению характеристик разряда, чем уменьшение  $R_{ch}$  до 500 Ом (рис. 5).

Приведенные примеры выбора начальных условий разряда показывают, что при рассмотренных параметрах разрядного контура необходимо задавать величины  $R_{ch} > 1000$  Ом,  $R_c \geq 0,9$  мм и  $\frac{dT}{dt} \leq -120$  К/мкс, обеспечивающие приемлемое согласование результатов математического моделирования начального этапа активной стадии разряда в воде с данными экспериментов. Учитывая, что в математической модели разряда использованы такие же соотношения, как и при определении начальных значений его характеристик, достаточно определить с помощью предложенного метода начальные величины температуры  $T$  и давления  $p_{ch}$  плазмы, а остальные характеристики ( $\sigma_{ch}$ ,  $n_0$  и  $n_e$ ) будут вычислены в процессе математического моделирования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная работа является существенным дополнением и развитием работ [15, 17]. В ней разработан метод определения начальных величин характеристик плазмы в канале разряда в воде, используемых в качестве начальных условий активной стадии разряда при его математическом моделировании. Определено влияние величин трех произвольных начальных параметров канала разряда  $R_c$ , разрядной цепи  $R_{ch}$  и скорости изменения температуры плазмы  $\frac{dT}{dt}$  на результаты моделирования электрического разряда в воде, и предложены рекомендации по их выбору. Полученные соотношения позволили существенно повысить адекватность математической модели [15, 17] физическим процессам разряда в воде на начальной стадии его моделирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Наугольных К.А., Рой Н.А. *Электрические разряды в воде*. М.: Наука, 1971. 155 с.
2. Пастухов В.Н. *ЭОМ*. 1982, (5), 61–65.

3. Царенко П.И., Ризун А.Р., Жирнов М.В., Иванов В.В. *Гидродинамические и теплофизические характеристики мощных подводных искровых разрядов*. Киев: Наукова думка, 1984. 148 с.
4. Кривицкий Е.В. *Динамика электровзрыва в жидкости*. Киев: Наукова думка, 1986. 208 с.
5. Косенков В.М., Кускова Н.И. *ЖТФ*. 1987, **57**(10), 2017–2020.
6. Косенков В.М. *ЖТФ*. 2011, **81**(10), 133–139.
7. Барбашова Г.А. *ЭОМ*. 2012, **48**(3), 83–87.
8. Dubovenko K.V. *Surf Eng Appl Electrochem*. 2013, **49**(1), 28–35. doi: 10.3103/S1068375513010031.
9. Gillard A.J., Golovashchenko S.F., Mamutov A.V. *J Manuf Process*. 2013, **15**, 201–218.
10. Melander A., Delic A., Björkblad A., Juntunen P. et al. *Int J Mater Form*. 2013, **6**, 223–231.
11. Hassennejadasl A., Green D.E., Golovashchenko S.F., Samei J. et al. *J Manuf Process*. 2014, **16**, 391–404.
12. Mamutov V., Golovashchenko S., Mamutov A. *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International LS-DYNA Conference*, June 8–14 2014. Detroit, USA, 2014. P. 1–9.
13. Мамутов А.В., Мамутов В.С. *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета*. 2014, **190**(1), 101–107.
14. Hassennejadasl A. *Electronic Theses and Dissertations*. 2014, (5), 257. <https://core.ac.uk/download/pdf/72787148.pdf>
15. Косенков В.М., Бычков В.М. *ЭОМ*. 2015, **51**(2), 66–72.
16. Косенков В.М., Бычков В.М. *ЭОМ*. 2018, **54**(1), 63–69. doi: 10.5281/zenodo.1168349.
17. Косенков В.М. *ЭОМ*. 2019, **55**(2), 33–43. doi: 10.5281/zenodo.2629544.
18. Кринберг И.А. *Прикладная механика и техническая физика*. 1965, (1), 76–82.
19. Feynman R.P., Hibbs A.R. *Quantum mechanics and path integrals*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1965. 365 p.
20. Жданов В.М. *Явления переноса в газах и плазме*. М.: МИФИ, 2008. 240 с.
21. Годунов С.К. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. М.: Наука, 1976. 400 с.

## Summary

In the present paper, the problem of determining the initial conditions that ensure the uniqueness of mathematical modeling of an electric discharge in water is formulated and solved. A method has been developed to determine the initial values of the discharge characteristics, ensuring their agreement with each other. The efficiency of the method is demonstrated by an example of an electric discharge in water, for which experimental data are known. The influence of arbitrary parameters of the electric discharge system on the results of its mathematical modeling is determined. The study made it possible to significantly improve the adequacy of the previously developed mathematical model to the physical processes of discharge in water at its initial stage.

*Keywords:* electric discharge in water, mathematical modeling, initial discharge conditions, the specific electric conductivity of the plasma, the resistance of the discharge channel