

ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ДИСПЕРГИРОВАНИЕ СЛАБОПРОВОДЯЩИХ ДИСПЕРСИОННЫХ СРЕД

*Институт теплофизики экстремальных состояний РАН,
ул. Ижорская, 13/19, г. Москва, 127412, Россия*

Разработана электрохимическая теоретическая модель ионообразования для описания электрогидродинамических течений слабопроводящих дисперсионных сред от тонких высоковольтных электродов. Теория дополнена моделированием микропробоев, наблюдаемых в окрестностях этих электродов. Теоретически моделируется также влияние рассматриваемых течений на диспергирование с целью применения для разработки конструкций электрогидродинамических диспергаторов (эмульгаторов). Выведено условие нормальной работы этих устройств, являющееся условием малостизоновых радиусов микропробоев. По предложенной теории максимальные радиусы зон пробоев пропорциональны приложенным напряжениям. Получены также теоретически формулы для расчетов радиусов измельчения капель в зависимости от приложенного напряжения, которые сопоставлены с измерениями этих радиусов при испытании опытного образца диспергатора, конструкция которого описана. Результаты сопоставления свидетельствуют о возможности применения предложенной теории для разработки конструкций электрогидродинамических диспергаторов.

Исследуется электрохимическое взаимодействие тонких высоковольтных электродов, близких к точечным, с слабодиссоциирующим дисперсионными средами и его влияние на гидродинамику и диспергирование этих сред: образование ионов в таких средах у электродов, появление избыточной концентрации ионов одного знака и кулоновских сил, а также течений, обусловленных такими силами и влияющих на диспергирование [1]. Рассматриваемые электроды типа иглы или сферы малого по сравнению с межэлектродным расстоянием радиуса (рис. 1) будем называть активными, когда и размеры противоиэлектрода велики по сравнению с их размерами. Форму активного электрода малых размеров можно при этом считать близкой к сферической с характерным радиусом r_0 (рис. 1). Ниже будет показано, что в таких условиях результаты расчетов характеристик электрогидродинамических явлений, обусловленных электрохимическим взаимодействием рассматриваемых сред с высоковольтными электродами, при предельном переходе к точечному электроду не зависят ни от r_0 , ни от формы противоиэлектрода.

При этом такие противоиэлектроды можно считать отнесенными на бесконечные расстояния. Расчет энергии, выделяемой для возможности осуществления микропробоя, препятствующего работе электрогидродинамического устройства с рассматриваемым активным электродом, при известных из экспериментов величинах напряжения $U = [\varphi_w]$, где φ_w – потенциал активного электрода, проводится в настоящей работе для последующего расчета максимальной длины l_{\max} микропробоя в окрестности иглы.

Для нормальной работы диспергатора, а также других ЭГД устройств такого типа требуется, чтобы l_{\max} была очень маленькой. Наряду с методикой расчета l_{\max} изложим здесь методику расчета скоростей \vec{V} , наблюдаемых при малых l_{\max} течениях от высоковольтной иглы и их влияния на процесс ЭГД-диспергирования. Расчет проводится с учетом влияния сильного электрического поля на скорость ионизации нейтральной и примесной компонент среды по Френкелю [2].

В отсутствие приложенного электрического поля слабую, по сравнению с сильными электролитами или сильно ионизованной плазмой, проводимость такой среды

$$\sigma_0 = n_0(b_+ + b_-)e \quad (1)$$

считаем обусловленной, как и в этих более ионизованных средах, наличием макроскопических концентраций n_{\pm} зарядов разных знаков с соблюдением плазменного условия квазинейтральности

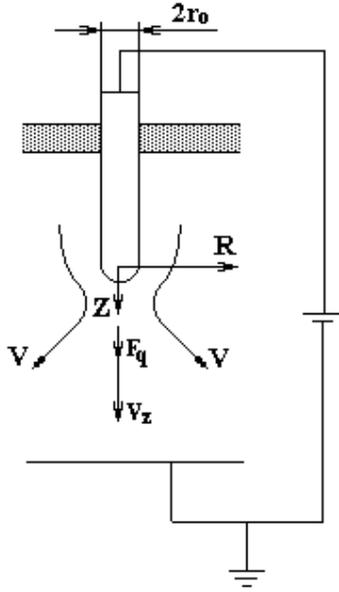


Рис. 1. Простейшая схема течений слабопроводящих сред от тонких высоковольтных осесимметричных электродов (R и Z – радиальная и осевая координаты цилиндрической системы координат, связанной с активным электродом); F_q – интегральная кулоновская сила, вызывающая такие течения в сильном неоднородном электрическом поле со скоростью V .

$$n_{+0} \approx n_{-0} = n_0. \quad (2)$$

Ниже будет показано, что в сильных полях это условие выполняется не всегда, а также, что n_{\pm} отличается от низковольтных концентраций зарядов $n_{\pm 0}$, в формуле (1) b_{\pm} макроскопические эффективные подвижности в средах этих зарядов, предполагаемые константами и в предпробойных полях, e – величина элементарного заряда, равного для одновалентных ионов и свободных электронов заряду протона, а для ионов большей валентности произведению этого заряда на валентность. Коэффициент рекомбинации зарядов K_r , скорость которой $W_r = K_r \cdot n_+ \cdot n_-$, считаем зависящей от b_{\pm} по Ланжевону-Онзагеру [3]:

$$K_r = \frac{(b_+ + b_-) \cdot e}{\varepsilon}. \quad (3)$$

В такой модели свободные электроны считаются составляющей отрицательно заряженной компоненты, а их наличие учитывается в величинах b_{\pm} , становящихся различными в присутствии свободных электронов. В (3) ε – диэлектрическая проницаемость среды, растущая с ростом σ_0 . Таким образом, до пробоя исследуемая среда теоретически моделируется четырехкомпонентной смесью, в которой наряду с заряженными и нейтральной компонентами, как правило, имеется и примесная, причем влияющая на проводимость σ , а также на σ_0 . По аналогии с (1) $\sigma = (n_+ \cdot b_+ + n_- \cdot b_-) \cdot e$; $\sigma \neq \sigma_0$. Отметим, что в настоящей работе ввиду того, что наряду с предпробойными явлениями исследуется и пробой, теоретическая модель ионизации, описанная в предыдущих работах первого автора

* В [3] предполагается, что ионизация слабопроводящих сред осуществляется только ввиду диссоциации примесей. В других работах предполагается, что ионизация слабопроводящей среды обусловлена ионизацией только нейтральной компоненты. Здесь считается, что σ_0 может быть обусловлено как ионизацией примесей, так и нейтралов среды-носителя и для осуществления диспергирования выполняются условия (4).

Кроме того, в рассматриваемых конденсированных дисперсионных средах степень прилипания электронов достаточно высока, в связи с чем и не вводится дополнительной электронной компоненты при описываемом теоретическом моделировании.

этой статьи, усложнена введением примесной компоненты. Возможно и дальнейшее усложнение моделей введением отдельной электронной компоненты, как это нередко делается при моделировании плазмы. Но здесь для расчета энергии электровзрыва по приложенному напряжению U этого не делается, как и для расчета других величин. Для определения макроскопической концентрации примесей n_p нередко в литературе используют уравнения типа уравнений конвективной диффузии. В настоящей работе до пробоя и диспергирования будем предполагать n_p , как и концентрацию нейтралов n_{a0} , постоянными и удовлетворяющими неравенствам:*

$$n_{\pm} \ll n_p \ll n_{a0}. \quad (4)$$

Здесь предполагается, что происходит пробой нейтральной компоненты, а не малых примесных добавок, причем именно нейтралами определяется плотность $\rho_0 \approx n_{a0} \cdot m_a$ слабопроводящей среды до пробоя в соответствии с (4). При этом m_a – масса элементарной частицы нейтрала (молекулы или атома).

Неравенство (4), которое нельзя применять в сильных электролитах и сильно ионизированной плазме, можно считать условием слабой проводимости среды, скорость ионизации которой $W_I(n_a, n_p, T, \vec{E})$, как термодинамическую функцию состояния от температуры T , плотности $\rho \approx n_a \cdot m_a$, а также других термодинамических переменных n_p и напряженности макроскопического электрического поля \vec{E} , предполагаем линейной по n_a .

Коэффициент пропорциональности K_I такой нередко применяемой в литературе линейной зависимости от n_a :

$$W_I(T, \vec{E}, n_p, n_a) = K_I(T, \vec{E}, n_p) n_a, \quad (5)$$

определяется эмпирически по Аррениусу [4–7]

$$K_I(T, \vec{E}, n_p) = C_{exp} \left\{ -\frac{U_i(\vec{E})}{kT} \right\}. \quad (6)$$

Теоретически помимо наших работ соотношение Аррениуса (6) в какой-то мере обосновано в [4, 5], где K_I , как и в [3], а также во многих других литературных источниках называется константой ионизации. Влияние примесей в [5] на скорость ионизации и σ_0 , в отличие от наших публикаций, не учитывается. В [5] считается, что K_I , как функция состояния, удовлетворяет уравнению классической статистики Больцмана-Гиббса:

$$\frac{\partial K_I(T, \vec{E}, n_p)}{K_I \partial T} = \frac{U_i}{kT^2}. \quad (7)$$

В (6) аналогичное соотношение выписывается для W_I , которую, по нашему мнению, более целесообразно использовать для теоретического обоснования уравнения Аррениуса (6). При условии (5) уравнение для W_I по [5] также переходит в (7), откуда [6] получается обычным интегрированием по T . Константа такого интегрирования C в (6) зависит от n_a и n_p и не зависит от \vec{E} , как показано нами в [6]. Более сложные уравнения аррениусовского типа теоретически получены методами микрокинетики в [7]. Здесь для W_I будем ограничиваться уравнением Аррениуса (6) и будем определять, как и в [6], C по низковольтной проводимости среды σ_0 (в [6] влияние примесей на σ_0 не учитывается). В слабых полях σ_0 определяют в ячейке с плоскопараллельными электродами, предполагая, что соблюдается классический закон Ома, по измеряемой вольт-амперной характеристике. При этом пренебрегают приэлектродными падениями потенциалов в ионизационно-неравновесных пограничных (строго говоря, здесь речь идет о равенстве или балансе макроскопических скоростей ионизации и рекомбинации или химическом равновесии). В то же время в [7], где выражения для K_I получены при исследовании микропроцессов, понятие равновесия имеет несколько другой смысл. В условиях макроскопического химического равновесия, выведенных, в частности, нами в [8], K_I для слабых полей можно считать равной K_I в отсутствие электрического поля:

$$K_I(O, T_0, n_p) = \frac{K_r n_0^2}{n_{a0}} = \frac{\sigma_0^2 m_a}{\varphi_0 (b_+ + b_-) e}. \quad (8)$$

При получении (8) из условия

$$W_I = W_r, \quad (9)$$

где W_r определяется из (2) использовалось также соотношение Ланжевена-Онзагера (3), а также

равенство T и комнатной температуры T_0 среды в условиях изотермичности, которые применимы до пробоя рассматриваемых сред, а из (8) и (6)

$$C = \frac{\sigma_0^2 m_a \exp\left\{\frac{V_i(0)}{kT_0}\right\}}{e \epsilon \rho_0 (b_+ + b_-)}. \quad (10)$$

Потенциал ионизации $U_i(0)$ в (10) при отсутствии макроскопического электрического поля, напряженность которого

$$\vec{E} = -\nabla \varphi, \quad (11)$$

наиболее просто рассчитывается как

$$U_i(0) = \int_{r_a}^{\infty} \frac{e^2 dr}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon r_a}. \quad (12)$$

В (11) и (12) φ – потенциал электрического поля; r_a – радиус элементарной частицы ионизирующей среды (молекулы или атома в зависимости от структурного состава); эффект снижения U_i при наложении сильного макроскопического электрического поля количественно оценен в [1, 4]. Для элементарной пары связанных зарядов $A^+ B^-$ (рис. 2), величина r_M , называемая максимумом потенциального барьера B^- относительно A^+ определяется из уравнения

$$e^2 / 4\pi\epsilon r_M^2 = e|\vec{E}|, \quad (13)$$

где $r_M = OC$ (рис. 2), откуда

$$V_i(\vec{E}) = V_i(0) - \frac{e^{3/2} |\vec{E}|^{1/2}}{(\pi\epsilon)^{1/2}}. \quad (14)$$

Искомое уменьшение ΔV_i при этом определяется как сумма

$$\int_{r_M}^{\infty} \frac{e^2 dr}{4\pi\epsilon r^2} + e|\vec{E}|r_M. \quad (15)$$

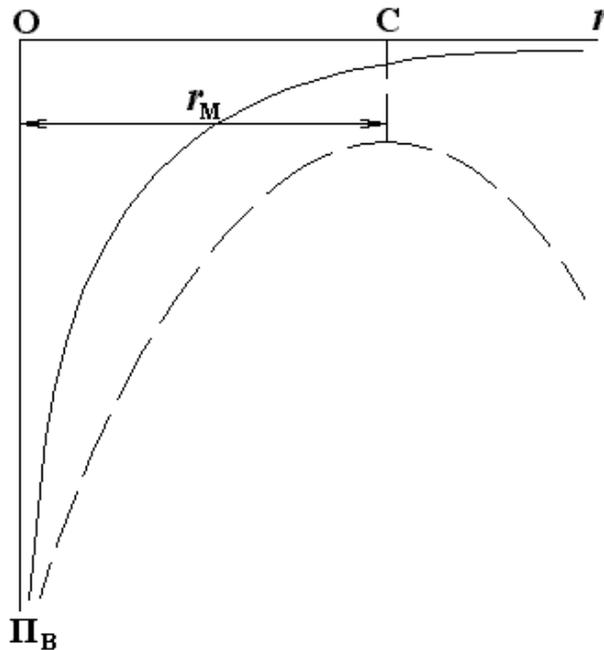


Рис. 2. График потенциальной энергии Π электрона B^- относительно атома (ядра) A^+ слабопроводящей среды с центром O с учетом только кулоновского взаимодействия: сплошная линия – в отсутствие макроскопического электрического поля, пунктирная – в сильном поле (то же самое для молекулы AB с ионной химической связью).

Первое слагаемое в (15) описывает снижение Π_{B^-} потенциальной энергии V^- относительно A^+ , ибо в отсутствие \vec{E} (рис. 2)

$$\Pi_{B^-} = \int_{r_a}^{\infty} \frac{e^2 dr}{4\pi\epsilon r^2},$$

в соответствии с (12).

Второе слагаемое является дополнительным вкладом в Π_{B^-} при $\vec{E} \neq 0$ энергии приложенного электрического поля. Близкий к френкелевскому результат для зависимости $K_I(\vec{E})$ получен Онзагером [3] методами классической микрокинетики в виде аналитической и при $\vec{E} = 0$ функции Бесселя мнимого аргумента. В сильных полях эта функция аппроксимируется френкелевской экспонентой с поправочным множителем, выведенным нами в предыдущих публикациях. Применяемое нами ранее условие изотермичности [8] можно использовать при малых длинах волн пробоя l , ибо эксперименты показывают, что микропробой в окрестности игольчатого электрода нередко наблюдается и до появления электрогидродинамических течений, то есть при напряжениях более низких, чем пороговое напряжение U_* , при котором наблюдаются, в частности, течения от острия (рис. 1). Для расчета энергии, необходимой микропробоем, будем использовать ионизационную теорию наших предыдущих работ [6, 8–10] в бездиффузионном приближении с учетом влияния электрического поля на K_I по (6), (13), а также, не учитывая это влияние на W_r , согласно Онзагеру [3].

Будем использовать макроскопическую систему уравнений бездиффузионного приближения для n_{\pm} без учета газодинамического конвективного переноса зарядов течениями, обусловленными полем высоковольтного активного электрода (рис. 1). Тогда эти уравнения можно решать независимо от газодинамических уравнений. Влиянием индуцированных магнитных полей до пробоя будем пренебрегать. Тогда вместе с уравнениями электрического поля, сводящимися к уравнению Пуассона для ϕ , дифференциальные уравнения для n_{\pm} образуют математически замкнутую систему уравнений с учетом изменений по времени t :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} \pm \text{div}(n_{\pm} b_{\pm} \vec{E}) &= K_I(0) \exp\left(\beta |\vec{E}|^{1/2}\right) - K_r n_{\pm} n_{\mp}; \vec{E} = -\nabla \phi \\ \text{div}(\epsilon \vec{E}) &= g \cdot \beta = \frac{e^{3/2}}{(\pi\epsilon)^{1/2} kT_0} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В (16) $g = (n_+ - n_-) e$ – плотность образующегося в среде объемного заряда [10]. Переходя от n_{\pm} к переменным g и σ и используя соотношение Ланжевена-Онзагера (2), получаем из (16) для случая сферической симметрии и установления:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE}{dr} + \frac{2E}{r} &= \frac{g}{\epsilon} = -\frac{E}{\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dr}, \\ \epsilon b_+ b_- E \frac{dg}{dr} &= \sigma_0^2 \exp\left(\beta |E|^{1/2}\right) - \sigma^2 + (b_+ - b_-) g \sigma, \\ \beta &= \frac{e^{3/2}}{(\pi\epsilon)^{1/2} kT_0} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

В векторной форме уравнения типа (17) выглядят аналогично [8] с добавлением последнего из уравнений (16), которое для одномерного случая вообще и для случая сферической симметрии, в частности, выполняется автоматически. Граничными условиями для уравнений (17) на бесконечности являются условия $g = 0$ и $\sigma = \sigma_0$. Этих условий достаточно для единственности только асимптотических решений уравнений (17) и то только потому, что порядок системы (17) можно понизить с учетом ее первого интеграла:

$$\sigma E = \frac{I \cdot \text{sign} \phi_w}{4\pi r^2}. \quad (18)$$

В (18) константа первого интеграла выражена через электрический ток I , который наряду с V может быть определен из измерений. Для продолжения асимптотических и равновесных решений, удовлетворяющих условию (9) до границы диффузионного погранслоя, а также для получения

неравновесных решений уравнений (17) недостающее граничное условие на поверхности активного электрода (рис. 1) можно задавать в виде зависимости одной из плотностей тока на электрод от пары электрод – слабопроводящая среда [8].

В настоящей работе рассмотрим только такие наблюдаемые в некоторых экспериментах условия, когда длина l пробойного промежутка в среде, являющейся окрестностью активного электрода, близкого к точечному, или волны пробоя не зависит от материала электрода и знака его заряда. Как показано в предыдущих работах первого автора [8-10], таким условиям соответствуют случаи ионизационного макроскопического равновесия (9). Основным безразмерным критерием такого равновесия в бездиффузионном приближении является неравенство:

$$\sigma = \frac{2b_* \varepsilon E_*}{\sigma_0 L \exp(\beta E_*^{1/2} / 2)} \ll 1, \quad (19)$$

получаемое из последнего уравнения системы (17).

В (19) L – характерный размер задачи, а для электродов, близких к точечным $L = r_0$ – малому размеру активного электрода, $E_* = V/L = V/r_0$. Для сред, удовлетворяющих соотношению Ланжевена-Онзагера (3), неравенство (19) одновременно является и плазменным условием квазинейтральности слабопроводящих сред в сильных электрических полях. При этом второе из уравнений (17) упрощается и выглядит следующим образом вне неравновесных погранслоев

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 \exp\left(\frac{\beta}{2}|E|^{1/2}\right) \\ \beta &= \frac{e^{3/2}}{(\pi\varepsilon)^{1/2} kT_0} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Формула (20) впервые была получена Френкелем [2], который постулировал условия ионизационного равновесия, не выписывая неравновесных уравнений (16), как и Онзагер в [3], получивший близкую к (20) в сильных полях формулу для зависимости $\sigma(\vec{E})$. Формула (20) известна в литературе как закон Френкеля. Обобщение этого закона для нестационарных эффектов, наблюдаемых, во всяком случае, сразу после наложения электрического поля, получено первым автором в [9] как аналитическое решение получаемых из (16) при выполнении (3) нестационарных уравнений в переменных g и σ , соответствующих (17) при $\delta \ll 1$ и лапласовском электрическом поле. Для френкелевской модели влияние электрического поля на скорость ионизации среды (рис. 2) и для случая сферической симметрии это обобщение выглядит так:

$$\frac{\sigma(r, t) - \sigma_0 \exp\left(\frac{\beta}{2}|E|^{1/2}\right)}{\sigma(r, t) + \sigma_0 \exp\left(\frac{\beta}{2}|E|^{1/2}\right)} = \frac{\left[1 - \exp\left(\frac{\beta}{2}|E|^{1/2}\right) \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right)\right]}{1 + \exp\left(\frac{\beta}{2}|E|^{1/2}\right)}, \quad (21)$$

$$E = V_{r_0} / r^2; \quad \beta = e^{3/2} / (\pi\varepsilon)^{1/2} kT_0.$$

При получении (21) использовалось также стандартное начальное условие $\sigma = \sigma_0$ при $t = 0$.

Кроме того, в (21) $\tau = \varepsilon / \sigma_0 \exp\left(\frac{\beta}{2} \frac{V_{r_0}}{r^2}\right)$ – время релаксации зарядов, которое мало и для слабопроводящих сред в сильных полях. Расчет энергии, необходимой для осуществления пробоя среды в окрестности активного электрода, будем проводить при $t \gg \tau$, считая, что распространение волны пробоя происходит при таких t , что подтверждается в некоторых экспериментах. Из (18) и (20) получается аналитическое решение для E выписываемых уравнений в виде трансцендентного уравнения:

$$E_{\exp}\left(\frac{\beta}{2}|E|^{1/2}\right) = \frac{I \text{sign} \varphi_w}{4\pi\sigma_0 r^2}. \quad (22)$$

Из (22) следует знакоопределенность E в зависимости от знака заряда или потенциала электрода, причем $\text{sign} E = \text{sign} \varphi_w$, как и для обычного лапласовского поля сферической симметрии в незаряженных средах. Кроме того, из (22) можно получить более строго условие отличия самосогласованного электрического поля от внешнего, совпадающее с условием слабого влияния поля на

ионизацию рассматриваемых сред [10]. Такое же решение можно получить, непосредственно интегрируя уравнения (17) без учета неравновесных членов во втором из этих уравнений. Потенциал электрического поля φ по (22) с граничным условием $\varphi(\infty)=0$ определяется из (17) непосредственно аналитическим интегрированием неявно заданной функции (22)

$$\varphi(r) = \int_r^{\infty} E dr = \left(\frac{I}{\pi\sigma_0} \right)^{1/2} \left\{ \frac{4}{\beta} \left[1 - \exp\left(-\frac{\beta}{4} |E|^{1/2} \right) \right] - |E|^{1/2} \exp\left(-\frac{\beta}{4} |E|^{1/2} \right) / 2 \right\} \text{sign} \varphi_w. \quad (23)$$

При этом напряжение U зависит в сильных полях нелинейно* от тока I и наоборот:

$$V = \left| \int_{r_0}^{\infty} E dr \right| = \left(\frac{I}{\pi\sigma_0} \right)^{1/2} \left\{ \frac{4}{\beta} \left[1 - \exp\left(-\frac{\beta}{4} E_0^{1/2} \right) \right] - E_0^{1/2} \exp\left(-\frac{\beta}{4} E_0^{1/2} \right) / 2 \right\},$$

$$E_0 = E(r_0). \quad (24)$$

В предельном случае

$$\beta |\vec{E}_0|^{1/2} \gg 1 \quad (25)$$

получается квадратичная зависимость $I(V)$. Промежуточный случай может быть использован для описания аналогов тлеющего разряда. В слабых полях, а также вплоть до полей, удовлетворяющих условию [10]

$$\beta E_0^{1/2} \ll 1, \quad (26)$$

при котором поле образующегося объемного заряда не влияет на приложенное внешнее (безиндукционное приближение), теоретическая вольт-амперная характеристика линейна. Неразвитые течения, обусловленные кулоновскими силами, в некоторых средах наблюдаются и при такой зависимости $I(V)$, как и микропробой в слабопроводящих средах. Расчет скоростей таких неразвитых течений проводится нами в [9]. В противоположном предельном случае (25) наблюдаются развитые течения вплоть до пробоя всего межэлектродного промежутка. Расчет таких течений также проводился первым автором настоящей публикации [8]. Линейность $I(V)$, полученная нами теоретически из (24) в предельном случае (26) и ее квадратичность в предельном случае (25) согласуется с соответствующими участками эмпирических вольт-амперных характеристик, представленных в [12].

Плотность объемного заряда, образующегося в среде, определяется при этом теоретически дифференцированием неявно заданной функции (22). При этом для определения пространственного распределения g получается следующее выражение

$$\left. \begin{aligned} g &= \frac{\varepsilon\beta E |E|^{1/2}}{2r \left(1 + \beta |E|^{1/2} / 4 \right)}; \\ E_{\text{exp}} \left\{ \left(\frac{\beta}{2} |E|^{1/2} \right) \right\} &= \frac{I \text{sign} \varphi_w}{4\pi\sigma_0 r^2}; \\ \beta &= \frac{e^{3/2}}{(\pi\varepsilon)^{1/2} kT_0}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Из (27) видно, что $\text{sign} g = \text{sign} \varphi_w$, а также можно показать, что g монотонно убывает с ростом r , как и E , по (22). Графики таких монотонно убывающих функций приведем здесь для E по (22).

На рис. 3 распределение E представлено в безразмерных переменных $\vec{E} = E / E_0$ и $\vec{r} = r / r_0$.

*Отметим, что аналогичная задача для случая цилиндрической симметрии аналитически не решается. В то же время в случае униполярного коронного разряда [9] при $\delta \gg 1$ задача расчета вольт-амперной характеристики аналитически решается для поля в межэлектродном промежутке цилиндрического конденсатора и приводится к неинтегрируемой в элементарных функциях для сферического. Подробно на это обстоятельство обращается внимание в работах Тиходеева (см. [11]), в которых, как и во многих других публикациях по теории коронного разряда в газах, образование объемного заряда в слабопроводящих средах при наложении электрических полей стимулируется, в отличие от публикаций первого автора настоящей статьи, а также рассматривается только случай униполярной внешней зоны разряда.

Пунктирной линией изображена кривая внешнего поля сферической симметрии $1/\bar{r}^2$; из графика видно, что определяемая по (25) g с ростом I или V влияет на E . Монотонность E при этом сохраняется. Отметим, что аналогичное решение для согласованного электрического поля в продуктах горения заряженной сферической частицы, полученное нами в [6], не является монотонно убывающей функцией r в отличие от (23)*. Вне неравновесных погранслоев интегральный объемный заряд с g , определяемой по (27), можно также получить аналитически, интегрируя это выражение (27) в сферических координатах с учетом соответствующего Якобиана преобразования декартовых координат к сферическим.

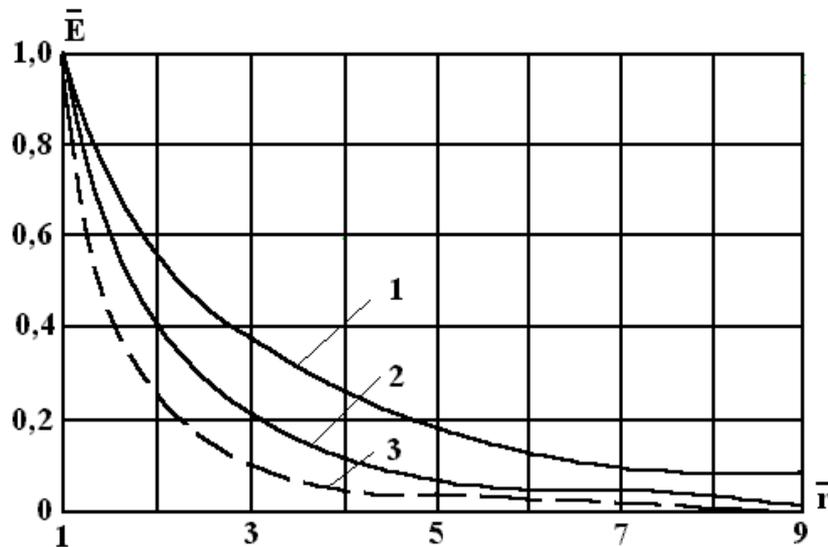


Рис. 3. Пространственное распределение напряженности самосогласованного электрического поля в электролитической ячейке со сферическим высоковольтным конденсатором и слабым электролитом с малыми добавками конденсированной дисперсной фазы: 1 — $BE_0^{1/2}/2 = 3$; 2 — $BE_0^{1/2}/2 = t$; 3 — $1/r^2$.

Полученное выражение для $Q = \int_V g dV$, где dV — элемент объема, выглядит следующим образом:

$$Q = \frac{\varepsilon}{\sigma_0} I \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\beta}{2}|E_0|^{1/2}\right) \right\} \text{sign} \varphi_w,$$

$$E_0 \exp\left(\frac{\beta}{2}|E_0|^{1/2}\right) = \frac{I \text{sign} \varphi_w}{4\pi\sigma_0 r_0^2}, \quad (28)$$

$$\beta = \frac{e^{3/2}}{(\pi\varepsilon)^{1/2} kT_0}.$$

В общем случае можно считать, что пробой обусловлен точечным источником, если выполняется критерий точечности по энергии. Ранее [13] нами уже выписывался критерий точечности кулоновской силы $\bar{F}_g = \int_V g \bar{E} dV$ (рис. 1). Аналогичный критерий точечности энергии источника электрического поля выглядит следующим образом:

$$\int_V g \varphi dV < \frac{A}{r^3 + \gamma_0}; \quad \gamma_0 > 0. \quad (29)$$

*Такая немонотонность подтверждается экспериментально, как и монотонность неявно заданных функций (22) и (23), наряду с отличием от лапласовости. Такое пренебрежение обосновано только при условии сохранения слабой поляризуемости и проводимости рассматриваемых сред в предпробойных полях. Рост же квазиинтеральной концентрации зарядов электролитического типа в таких средах [2–4], хоть и достаточно интенсивен, как и электроконвекция, но дает вклад в Q по (17) только своим градиентом.

При получении (29), как и при расчете энергии электровзрыва, не учитывается, влияние джоулева нагрева и поляризации на величину этой энергии. То есть, следуя терминологии, принятой в [12], здесь нами пока рассматривается только теория ионизационного пробоя без учета теплового и других типов пробоя при расчете энергии точечного электровзрыва*, но не при расчете длин волн пробоя.

Непосредственной проверкой нетрудно убедиться, что в условиях ионизационного равновесия, когда g определяется по (27), а φ по (23), условие (29) выполняется. В описанном в [9] наряду с равновесным случаем сильно неравновесной ионизации в отличие от равновесного полученные неравновесные решения для распределений g и φ убывают по r гораздо менее резко и условию (29) не удовлетворяют. Из (24), (26) для W получается:

$$\left. \begin{aligned} W = |Q|V = \frac{\varepsilon}{\pi} \left(\frac{I}{\sigma_0} \right)^{3/2} & \left\{ \frac{4}{\beta} \left[1 - \exp \left(-\frac{\beta}{4} |E_0|^{1/2} \right) \right] - \right. \\ & \left. - E_0^{1/2} \exp \left(-\frac{\beta}{4} |E_0|^{1/2} \right) / 2 \right\} \left\{ 1 - \exp \left(-\beta |E_0|^{1/2} \right) \right\}, \\ E_0 \exp \left[\frac{\beta}{2} (|E_0|^{1/2}) \right] & = \frac{I}{4\pi\sigma_0 r_0^2}, \\ \beta = \frac{e^{3/2}}{(\pi\varepsilon)^{1/2} kT_0}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Аналогично можно выписать выражение для зависимости $W(V)$. Из (23), (28) видно, что безиндукционным приближением можно пользоваться для расчета W , как и ранее для расчета F_g [8] только при условии (26). Рассматриваемые конденсированные среды будем предполагать несжимаемыми ($\rho \approx \rho_0$).

Кроме того, будем предполагать, что до пробоя электрическое поле слабо влияет и на давление, так что в среде $p = p_0$ (31) – давлению при нормальных условиях (за исключением малой окрестности иглы).

Для несжимаемых конденсированных сред в условиях неавтономности решение гидродинамических уравнений без учета вязкости может быть, в отличие от газодинамических уравнений, получено аналитически [14]. При этом для наибольшего радиуса l_{\max} внутренней полости зависимость получается следующей:

$$l_{\max} = \sqrt[3]{\frac{3}{25\pi} \cdot \frac{W}{p_0}}. \quad (32)$$

Подставляя в (32) выражение (30) для W в предельном случае (25):

$$\frac{\beta}{2} E_0^{1/2} \gg 1, \quad W = \frac{4\varepsilon}{\pi\beta} \left(\frac{I}{\sigma_0} \right)^{3/2}, \quad (33)$$

при котором микропробой в окрестности острия в экспериментах со слабопроводящими жидкостями, наблюдается более отчетливо, получаем достаточно простую формулу для l_{\max}

$$l_{\max} = \sqrt[3]{3eU} / \sqrt[3]{400\pi k^2 p_0 T_0^2}, \quad (34)$$

в которой максимальный радиус зоны микропробоя линейно зависит от приложенного напряжения. Это напряжение для нормальной работы электрогидродинамических диспергаторов и других устройств, в которых используются течения слабопроводящих сред, обусловленные внешним электрическим полем, должно удовлетворять неравенству, получаемому из условия $l_{\max} \ll d$ (межэлектродное расстояние) и формулы (34):

$$\frac{\sqrt[3]{3eU}}{\sqrt[3]{400\pi k^2 P_0 T_0^2 d}} \ll 1. \quad (35)$$

Критерий (35) является также критерием сохранения плазменной идеальности [15] рассматриваемой слабопроводящей несжимаемой среды ($r_0 \ll d$, рис. 1), ибо в противном случае зона пробоя, в которой среда становится неидеальной плазмой, получается достаточно большой. В этой зоне уже не выполняется условие (4) слабой проводимости таких сред. Расчет течений от тонких высоковольтных электродов, проводимый нами в [8, 9], корректен при условии (34), а также при уже упоминаемом критерии точности F_g . В этих случаях вычисленная в [8, 9] $F_g(U)$ при условии (25) выглядит следующим образом

$$F_g = \frac{\varepsilon U^2}{8}. \quad (36)$$

Формула (36) получена интегрированием gE , определяемой (27) по полупространству. В наших более ранних работах при получении этой формулы условий слабого пробоя типа (35) не выводилось (эти условия постулировались). Из полученных ранее формул для скоростей струйных течений приведем здесь формулу из [8] для электрогидродинамической струи Шлихтинга (приближение пограничного слоя):

$$\begin{aligned} v_z &= \frac{3\varepsilon U^2}{64\pi\nu z} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\xi^2}{4}\right)^2}, \\ V_R &= \frac{U}{8Z} \sqrt{\frac{3\varepsilon}{2\pi}} \cdot \frac{\xi - \xi^3/4}{\left(1 + \frac{\xi^2}{4}\right)^2}, \\ \xi &= \frac{U}{8} \sqrt{\frac{3\varepsilon}{2\pi}} \cdot \frac{R}{z}. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь ν – вязкость для ламинарной струи (или кажущаяся вязкость турбулентной).

При этом осевая скорость, как и F_g , квадратично зависит от U , что согласуется с результатами экспериментов [12]. Перейдем теперь к описанию экспериментов по электродиспергированию, методика которых наряду с разработкой установки являются уточнением опубликованных в [1]. Эксперимент проводился на лабораторном эмульгаторе, который представляет собой стеклянную круглую емкость (1), поверх которой одето кольцо из медной фольги (внешний электрод (2)), а внутри помещена латунная трубка с четырьмя иглами на нижнем конце, через которые поступает вода (внутренний электрод (3)). Расстояние от конца игл до внешнего электрода 7 мм (рис. 4,а).

При перемене полярности изменений в процессе диспергации замечено не было, что позволяет применить изложенную теорию. Опыты проводились с дизельным топливом, в который добавлен химический стабилизатор (1%) эмульсии. Процесс образования эмульсии наблюдался только при подводимом напряжении более 30 кВ. Опыт проводился для каждого напряжения отдельно, длился 1 мин, после чего под микроскопом с помощью микрометра определялась величина самых крупных капель ($r_{0\max}$), средних ($r_{0\text{ср}}$) и самых малых ($r_{0\min}$). Измерение капель диаметром менее 5 мкм затруднялось тем, что шкала микрометра проградуирована в десятках микрон, но прослеживается явное уменьшение размеров дисперсной фазы с ростом прилагаемого напряжения U и, как следствие скорости струйных предпробойных течений от игл. Проводилось несколько опытов, но результаты неизменно сводились к одной зависимости. Черточки на графике (рис. 4,б) вместо точек – разброс значений в различных опытах. Начиная с 39 кВ начинается интенсификация образования мелкодисперсной фазы – количество мелких капель растет быстрее, чем до этого.

*При таком условии и условиях точности действия электрического поля (29) справедливо неравенство $L_V \gg L_E$, где L_V – протяженность энергетического влияния электроконвекции, а L_E – электрического поля. При этом можно пренебречь электродинамической энергией, затрачиваемой на диспергирование капель по сравнению с электрогидродинамикой.

Теоретическое обоснование эмпирических зависимостей рис. 4,б будем проводить как на основе изложенной выше теории предпробойной электрогидродинамики и микропробоев слабопроводящих сред в поле игольчатых высоковольтных электродов, так и из следующих соображений. Будем предполагать каплю мишенью, по которой бьет струя движущейся среды на расстоянии $z_0 \gg r_0$ от источника*. Так как размеры капли малы по сравнению с областью натекающей струи жидкости, то достаточно задать расход γ , напор P и время прохождения t_0 струи через каплю (или время изменения r_K при подаче U). Тогда энергия струи

$$P\gamma t_0 = 4\pi\alpha(r_{k\max}^2 - r_K^2), \quad (38)$$

где α – коэффициент поверхностного натяжения капли; $r_{k\max}$ – ее радиус до дробления с разбрызгиванием; r_K – радиус при заданном напряжении U . По Шлихтингу [16] напор в струе $P=p_0$, расход на расстоянии z_0 от источника

$$\gamma = 0,404\sqrt{F_g} \cdot z_0. \quad (39)$$

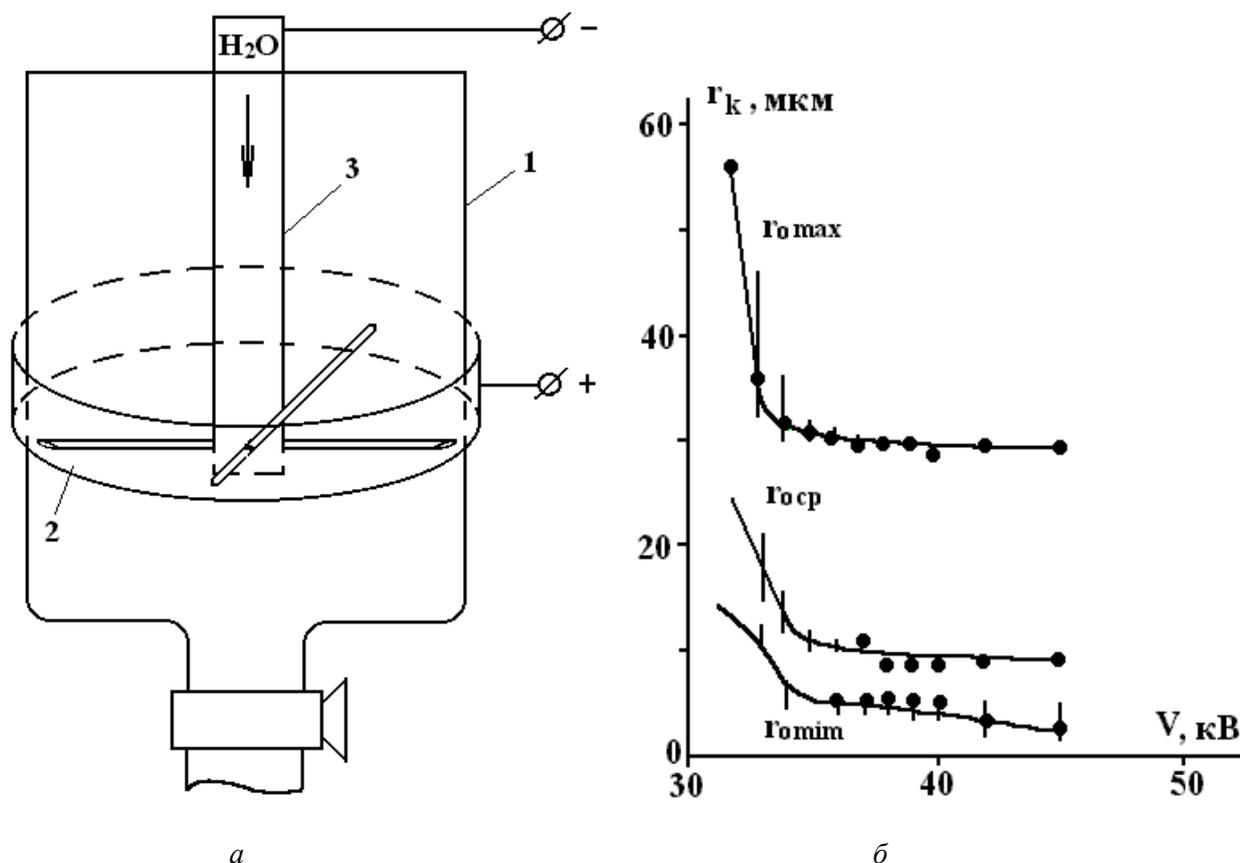


Рис. 4. Результаты обработки испытаний опытного образца электрогидродинамического диспергатора и их сопоставления с теорией: а) схема разработанной конструкции, б) график эмпирических (точки) и теоретических (сплошные кривые) по (40) зависимостей радиусов измельчения дисперсных капель от приложенного напряжения.

Время измельчения t_0 определялось из вышеописанных опытов. Из (38) и (39):

$$r_K = \sqrt{r_{K\max}^2 - \frac{0,05p_0z_0t_0U\varepsilon^{1/2}}{2^{1/2}\pi\alpha}}. \quad (40)$$

Зависимость типа квадратного корня (40), теоретически более удовлетворительно согласуется с результатами проведенных нами экспериментов для более мелких капель. Для оценки влияния на диспергирование более крупных следует учитывать и взаимодействие всех струй от каждой иглы в описанном эксперименте. При этом аналог зависимости (40) будет, видимо, отличаться от корневой, что и наблюдается в экспериментах. Для строгой количественной проверки (40), которая имеет смысл только для эмпирических кривых 1 и 2 (мелкие капли), следует теоретически определить t_0 , при заданном V . Отметим, что разработанная методика применима только в условиях точности с

возможной аналогией гидродинамических затопленных струй и электрогидродинамических от тонких высоковольтных электродов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Апфельбаум М.С., Дритов Л.А., Матюгов П.В. и др.* Электрогидродинамические течения и их влияние на процесс диспергирования // Тезисы докладов 7-й международной школы “Физика импульсных разрядов в конденсированных средах”. Николаев, 1995, С. 115–116.
2. Френкель Я.И. К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных полупроводниках // ЖЭТФ, 1938, Т. 8. Вып. 12. С. 1293–1301.
3. *Onsager L.* Deviation from ohm’s law in weak electrolytes // Journal of Chem. Phys., 1934. V. 2. № 9. P. 599–615.
4. *Stiller W.* Arrhenius equation and nonequilibrium kinetics. Seipzig, Feubmen, 1989.
5. *Plumley H.J.* Conduction of electricity by dielectric liquid at high field strengths // Phys. Rev. 1941. V. 59. № 2. P. 200–207.
6. *Апфельбаум М.С.* Уравнения равновесной ионизации продуктов горения в электрическом поле // Физика горения и взрыва, 1988. Т. 24, № 2. С. 60–65.
7. *Полак Л.С., Хачоян А.В.* Соотношения между сечением прямой и обратной бинарных химических реакций // Химия высоких энергий. 1983. Т. 17. № 4. С. 387–344.
8. *Апфельбаум М.С.* Об одной расчетной схеме электрогидродинамических течений // Электрохимия. 1986. Т. 22. № 11. С. 1473–1480.
9. *Апфельбаум М.С.* Ионизация и течение слабопроводящей жидкости в неоднородном электрическом поле // Электронная обработка материалов, 1988. N. 24. № 1. С. 60–65.
10. *Апфельбаум М.С., Полянский В.А.* Об образовании объемного заряда в слабопроводящих средах // Магнитная гидродинамика, 1982. N. 18. № 1. С. 51–56.
11. *Тиходеев Н.Н.* Дифференциальное уравнение униполярной короны и его интегрирование в простейших случаях // ЖТФ. 1995. Т. 25. Вып. 10. С. 1449–1457.
12. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей / Физические основы электрогидродинамики. М., 1979.
13. *Апфельбаум М.С., Козыренко В.Е.* Физическое моделирование и расчет электрогидродинамических течений // Электрохимия. 1991. Т. 27. № 11. С. 855–863.
14. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. М., 1987.
15. *Фортов В.Е., Якубов И.Т.* Физика неидеальной плазмы. Черноголовка. 1984.
16. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., 1972.

Поступила 29.12.99

Summary

Electrohydrodynamics flows at high nonuniform electric field strength are considered. The influence of this flows on the mixture dispergetion is studied. The experimental results and high-voltage constrictions are described. The mathematical modeling for the theoretical explanation by experimental results is carried out.