

Математическое моделирование изменения удельной электропроводности плазмы и сопротивления канала нецилиндрической формы в процессе электрического разряда в воде

В. М. Косенков

*Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины,
г. Николаев, 54018, Украина, e-mail: v.m.kosenkov@gmail.com*

Поступила 22.09.2018

После доработки 23.10.2018

Принята к публикации 23.10.2018

В представленной работе сформулирована и решена задача определения удельной электропроводности плазмы в канале электрического разряда в воде, а также сопротивления канала разряда с учетом отклонения его формы от прямого кругового цилиндра. Получены необходимые для этого замыкающие соотношения и эмпирические функции, параметры которых согласованы с данными экспериментов. Обоснована необходимость использования эмпирических функций при вычислении удельной электропроводности плазмы в связи с ее большой неидеальностью и относительно малой степенью ионизации. Полученные соотношения позволили существенно повысить адекватность разработанной ранее математической модели физических процессов разряда в воде и расширить диапазон параметров, в котором ее можно использовать.

Ключевые слова: электрический разряд в воде, удельная электропроводность плазмы, форма канала разряда, сопротивление канала разряда, математическое моделирование.

УДК 537.528:519.6:621.314

DOI: 10.5281/zenodo.2629544

ВВЕДЕНИЕ

Электрический разряд в воде находит широкое применение в различных областях науки и техники [1]. Однако многие его характеристики по-прежнему остаются недостаточно исследованными. Это связано с проблемами их определения, обусловленными кратковременностью происходящих явлений, высоким давлением и температурой, а также мощным электромагнитным импульсом, создающим большие помехи в измерительных приборах. Математическое моделирование электрического разряда в воде позволяет исследовать процессы, происходящие в канале разряда, и восполнить пробелы экспериментальных исследований, но требует использования ряда замыкающих физических соотношений. Из них наиболее проблематично определение электропроводности плазмы, заполняющей канал разряда. Электрическое сопротивление канала можно определить по осциллограммам напряжения и силы тока, однако для вычисления электропроводности плазмы необходимо измерить изменение объема и площади поперечного сечения канала в процессе его расширения, что, как правило, составляет большую проблему.

Существует несколько способов вычисления электропроводности плазмы и электрического сопротивления канала разряда в воде [2–9]. В большинстве исследований активное сопротивление канала разряда вычисляют как сопротивление проводника с током, используя эмпирические функции от силы тока и времени [2]. В этом случае нет необходимости вычислять электропроводность плазмы и площадь поперечного сечения канала разряда, но такой подход к моделированию ограничен диапазоном экспериментальных данных, на основе которых эмпирические функции определены. В других исследованиях полагают, что средняя по сечению канала электропроводность плазмы пропорциональна плотности ее внутренней энергии [3–5]. Связь между ними определяют с помощью эмпирической функции, называемой искровой характеристикой, определение которой также проблематично, поэтому используют ее среднее значение, называемое искровой постоянной. В этом случае увеличивается универсальность полученных соотношений, однако достоверность вычисления удельной электропроводности и сопротивления канала разряда ограничивается четвертью периода колебаний тока в цепи.

В работах [6–8] используют характеристики плазмы для определения ее электропроводности

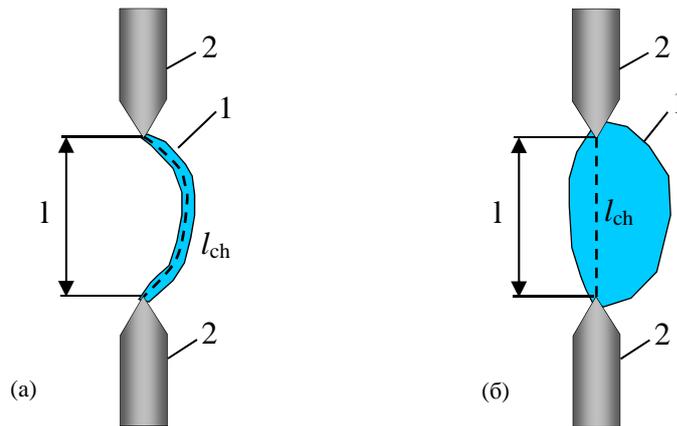


Рис. 1. Форма канала в начале (а) и на развитой стадии разряда в воде (б). l – форма профиля канала в плоскости оси электродов; 2 – электроды; l – расстояние между электродами; l_{ch} – длина кратчайшего пути движения электронов в канале (штриховая линия).

и сопротивления канала разряда. При этом предполагают, что свойства плазмы однородны в объеме канала. Полученные результаты имеют оценочный характер, и такой подход не получил большого применения в практике моделирования электрического разряда в воде. В работе [9] учитывается радиальная неоднородность плазмы в канале разряда при использовании широкодиапазонного уравнения состояния воды [10–12] и зависимости удельной электропроводности плазмы от ее плотности и температуры [8], но при этом не учитываются неоднородность плазмы и изменение площади поперечного сечения канала разряда вдоль его оси.

Отмеченные недостатки предыдущих исследований свидетельствуют об актуальности дальнейшего совершенствования математической модели электрического разряда в воде. Поэтому цель данной работы – определение уравнений математической модели, адекватно описывающих изменение электропроводности плазмы, которая заполняет канал электрического разряда в воде нецилиндрической формы, а также активного сопротивления канала в процессе электрического разряда в воде.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работах [2–9] активное сопротивление канала разряда вычисляли как сопротивление проводника с током, имеющим постоянную площадь поперечного сечения по его длине:

$$R_{ch} = \frac{l_{ch}}{\sigma_{ch} \cdot S_{ch}}, \quad (1)$$

где σ_{ch} – удельная электропроводность плазмы, заполняющей канал электрического разряда, См/м; S_{ch} – площадь поперечного сечения канала разряда, м²; $l_{ch} = A_{ch} \cdot l$ – длина канала разряда, м; l – расстояние между электродами, м;

A_{ch} – коэффициент, учитывающий отличие длины канала разряда от расстояния между электродами. Если разряд инициируется электрическим пробоем слоя воды между электродами, тогда в начале разряда $A_{ch} = 2$ [3], иначе $A_{ch} = l_{ch}/l$, а l_{ch} равна длине инициирующего микропроводника.

Форма канала в начале разряда, инициируемого высоковольтным пробоем слоя воды между электродами, определяется формой лидера, замыкающего электроды, которая существенно отличается от линейной, и его диаметр намного меньше, чем длина. Среднестатистическая длина лидера больше расстояния между электродами в 2 раза [3] ($A_{ch} = 2$). Однако величина A_{ch} изменяется в процессе расширения канала. Это можно объяснить следующими причинами. В процессе расширения канала его диаметр увеличивается, и поток электронов получает возможность перемещения по более короткому расстоянию между электродами (рис. 1), которое приближается к минимальному расстоянию между ними, равному l . То есть в процессе разряда A_{ch} изменяется от 2 до 1. Это изменение приблизительно определим по формуле:

$$A_{ch} = \begin{cases} 2(1 - R_c^*/l), & \text{если } R_c^*/l < 1/2; \\ 1, & \text{если } R_c^*/l \geq 1/2, \end{cases} \quad (2)$$

где $R_c^* = \sqrt{V_c / (\pi \cdot l)}$ – эквивалентный по объему радиус канала разряда, м; V_c – объем канала разряда, м³.

Учитывая зависимость (2), будем считать, что в начале активной стадии разряда канал имеет форму прямого кругового цилиндра длиной l и радиусом R_0 , который, по данным экспериментов, изменяется в пределах от 0,1 до 0,5 мм [7, 8]. Выбор приближенной величины R_0 в указанных пределах не имеет принципиального

влияния на результат моделирования электрического разряда в воде, так как параметры плазмы в канале разряда согласуются со скоростью расширения канала, и решение данной задачи обладает свойствами автономности [7, 8].

Допущение о постоянстве S_{ch} вдоль канала справедливо только в начале активной стадии разряда или когда он происходит в результате инициирования разряда микропроводником между электродами с плоскими торцами большого диаметра. В остальных случаях это предположение неоправданно, так как канал разряда неравномерно расширяется по длине, что приводит к существенному изменению его формы и соответственно S_{ch} [5]. В этом случае сопротивление канала можно определить как сумму сопротивлений последовательно соединенных проводников бесконечно малой длины (dz) и (1) преобразуется к виду:

$$R_{ch} = \int_0^{l_{ch}} \frac{dz}{\sigma_{ch}(z) \cdot S_{ch}(z)}, \quad (3)$$

а σ_{ch} и S_{ch} будут функциями от координаты вдоль оси канала (z) и времени (t).

Скорость звука в плазме, заполняющей канал разряда, приблизительно в 3 раза превышает $f_{ea}(d_i)$ скорость звука в воде, следовательно, выравнивание ее характеристик в объеме канала происходит намного быстрее, чем в окружающей жидкости, поэтому используем гипотезу об однородном их распределении [7]. Тогда можно считать, что σ_{ch} одинакова во всем объеме канала и изменяется только во времени. С учетом этого допущения формула (3) принимает вид:

$$R_{ch} = \frac{1}{\sigma_{ch}} \int_0^{l_{ch}} \frac{dz}{S_{ch}(z)}. \quad (4)$$

Канал разряда в воде заполняет плазма, свойства которой существенно отличаются от идеальной [6–8], поэтому невозможно непосредственно воспользоваться известными формулами для определения ее удельной электропроводности, такими как формула Спитцера [6–8, 13], учитывающая электрон-ионные столкновения в полностью ионизированной плазме:

$$\sigma_{ei} = 1,53 \cdot 10^{-2} \cdot T^{\frac{3}{2}} / \ln \Lambda, \quad [\text{См/м}], \quad (5)$$

где T – температура плазмы, К; $\ln \Lambda = \ln(3\sqrt{2}/\Gamma_D)$ – кулоновский логарифм; $\Gamma_D = e^2 / [\max(r_D; \bar{r}) \cdot \varepsilon_0 \cdot k \cdot T]$ – параметр неидеальности плазмы при однократной ионизации атомов [13]; $r_D = (\varepsilon_0 \cdot k \cdot T)^{1/2} / [e \cdot (2n_e)^{1/2}]$ – дебаевский радиус, м; $\bar{r} = 1/n_e^{1/3}$ – среднее расстояние между частицами плазмы, м; n_e – концентрация

электронов, $1/\text{м}^3$, $k = 1,38064852 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; $e = 1,60217662 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; $\varepsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Также не подходит формула, учитывающая электрон-атомные столкновения частиц в неполностью ионизированной плазме [13]:

$$\sigma_{ei} = 0,51 \cdot 10^{-2} \frac{e^2 \cdot n_e}{(m_e \cdot k \cdot T)^{1/2} (n_0 - n_e) \cdot (Q_{eO} + 2 \cdot Q_{eH})}, \quad [\text{См/м}], \quad (6)$$

где n_0 – концентрация атомов до ионизации, $1/\text{м}^3$; $m_e = 9,10938356 \cdot 10^{-31}$ – масса электрона, кг; $Q_{eO} = 0,4 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$ – эффективное сечение рассеяния электрона на атоме кислорода; $Q_{eH} = 2 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$ – эффективное сечение рассеяния электрона на атоме водорода.

Удельную электропроводность плазмы в канале электрического разряда в воде определяют в виде комбинации формул (5) и (6) [7, 8], в которых мы будем использовать эмпирические функции, зависящие от параметра неидеальности плазмы и степени ее ионизации:

$$\frac{1}{\sigma_{ch}} = \frac{1}{\sigma_{ei}^*} + \frac{1}{\sigma_{ea}^*}, \quad (7)$$

где $\sigma_{ei}^* = f_{ei}(\Gamma_D) \cdot \sigma_{ei}$ – удельная электропроводность, учитывающая электрон-ионные столкновения в неполностью ионизированной плазме, См/м; $\sigma_{ea}^* = f_{ea}(d_i) \cdot \sigma_{ea}$ – удельная электропроводность, учитывающая электрон-атомные столкновения в неполностью ионизированной плазме, См/м; $f_{ei}(\Gamma_D)$ и $f_{ea}(d_i)$ – эмпирические функции; $d_i = n_e/n_0$ – степень ионизации плазмы.

С учетом (7) формула (4) преобразуется к виду:

$$R_{ch} = \left(\frac{1}{\sigma_{ei}^*} + \frac{1}{\sigma_{ea}^*} \right) \int_0^{l_{ch}} \frac{dz}{S_{ch}(z)}. \quad (8)$$

Основная задача данной работы состоит в определении функций $f_{ei}(\Gamma_D)$ и $f_{ea}(d_i)$ с помощью согласования результатов математического моделирования с экспериментальными данными, которые получены в том числе при условиях, когда форма канала разряда существенно отличается от кругового цилиндра.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическая модель электрического разряда в воде основана на схеме, показанной на рис. 2. Полость 1 разрядной камеры 2 заполнена водой. Электрический разряд происходит между электродами 3 и 4, подключенными к разрядному контуру 5, который включает в себя конденсаторную батарею емкостью C , имеет

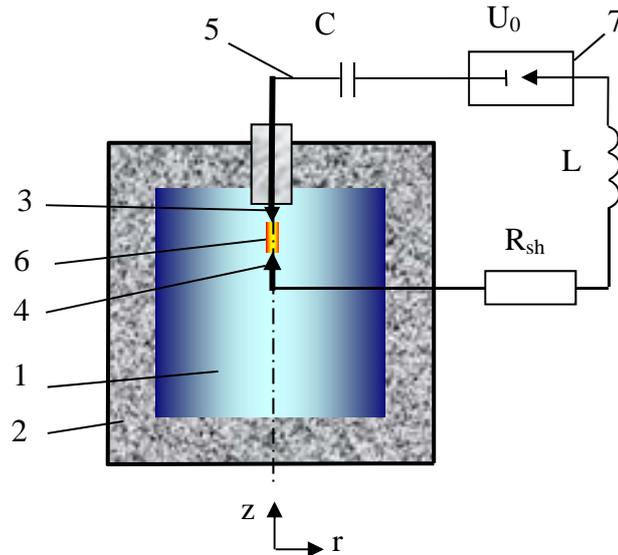


Рис. 2. Схема моделируемой системы. 1 – полость разрядной камеры, заполненная водой; 2 – корпус разрядной камеры; 3 – высоковольтный электрод; 4 – низковольтный электрод; 5 – разрядный контур; 6 – канал разряда; 7 – воздушный разрядник; C – емкость конденсаторной батареи; U_0 – напряжение заряда конденсаторной батареи; L – индуктивность разрядного контура; R_{sh} – сопротивление элементов разрядного контура (без канала разряда).

индуктивность L , эквивалентное активное сопротивление R_{sh} всех элементов цепи, кроме канала разряда 6, а также воздушный разрядник 7. Энергия накапливается в конденсаторной батарее, пока напряжение на ней не достигнет величины U_0 . После этого электрическая цепь замыкается с помощью воздушного разрядника 7. На электродах 3 и 4 появляется разность потенциалов, вызывающая электрический пробой слоя воды между ними и формирование канала электрического разряда 6.

Математическая модель такой системы описана в работе [5], в которой использовано уравнение баланса напряжений, полученное по схеме замещения (рис. 2) для разрядного контура:

$$L \frac{di}{dt} + (R_{ch} + R_{sh}) \cdot i + \frac{1}{C} \int i dt = U_0, \quad (9)$$

где L – индуктивность контура, Гн; i – сила тока в контуре, А; R_{ch} , R_{sh} – соответственно сопротивление канала разряда и сопротивление остальных элементов разрядного контура, Ом; C – емкость конденсаторной батареи, Ф; t – время, с; U_0 – напряжение заряда конденсаторной батареи, В.

В уравнении (9) величина R_{ch} должна быть определена по формуле (8). Для этого необходимо определить функции $f_{ei}(T_D)$ и $f_{ea}(d_i)$, а также вычислить характеристики плазмы.

Поток энергии, излучаемой каналом, поглощается в тонком слое воды на его границе, так как длина Росселандового пробега излучения в плазме намного меньше, чем радиус канала разряда [7, 8, 13]. Образовавшиеся в результате испарения воды частицы поступают в канал.

Концентрацию нейтральных частиц в канале можно определить из затрат энергии на испарение одной молекулы воды и ее диссоциации на молекулы кислорода и водорода [7]:

$$\frac{d(n_0 \cdot V_c)}{dt} = \frac{\sigma_{SB} \cdot T^4 \cdot S_c}{D_m}, \quad (10)$$

где $\sigma_{SB} = 5,670373 \cdot 10^{-8}$ Вт·м⁻²·К⁻⁴ – постоянная Стефана-Больцмана; S_c – площадь поверхности канала, м²; $D_m = 4,77 \cdot 10^{-19}$ Дж – энергия нагрева и испарения одной молекулы воды, а также ее диссоциации на молекулы кислорода и водорода [7].

Концентрацию электронов в условиях ионизационного равновесия в плазме, заполняющей канал разряда в воде, можно определить с помощью уравнения Саха, которое при однократной ионизации атомов упрощается к виду [7, 13]:

$$\frac{n_e^2}{n_0 - n_e} = \frac{2}{\Lambda^3} \frac{g_1}{g_0} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k \cdot T}\right) = 2 \cdot K_e, \quad (11)$$

где $\varepsilon = 21,7 \cdot 10^{-19}$ Дж – энергия ионизации атома водорода ($21,81924 \cdot 10^{-19}$ Дж – энергия ионизации атома кислорода); Λ – длина волны де Бройля, м:

$$\Lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi \cdot m_e \cdot k \cdot T}}; \quad (12)$$

$m_e = 9,10938356 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона; $h = 6,62606 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; g_1 – статистический вес иона при однократной ионизации атома; g_0 – статистический вес атома. Отношение g_1/g_0 для кислородно-водородной

плазмы, образовавшейся в результате электрического разряда в воде, близкое к 1 [7, 8].

Свойства плазмы в канале разряда в воде близки к идеальному газу [7, 8], уравнение состояния которого

$$p_{ch} = (n_0 + n_e) \cdot k \cdot T, \quad (13)$$

где p_{ch} – давление плазмы в канале разряда, Па.

Уравнение (13) правомерно выше кривой насыщенного пара воды, определяемой аппроксимацией данных работы [11]:

$$T = 273,15 + 7,05 \cdot p_{ch}^{0,235}. \quad (14)$$

Давление в канале разряда можно определить из уравнения баланса энергии, в котором учитывается изменение внутренней энергии плазмы, работы расширения канала разряда и джоулева нагрева плазмы от протекающего в канале электрического тока [7, 8]:

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} (p_{ch} V_c) + p_{ch} \frac{dV_c}{dt} = i^2 R_{ch}, \quad (15)$$

где $\gamma = 1,26$ – эффективный показатель адиабаты плазмы, образовавшейся при разрядах в воде [7, 8].

Чтобы определить геометрические характеристики канала разряда V_c , S_c и S_{ch} , нужно вычислить изменение его радиуса (R_c) как функцию переменных t и z в процессе протекания электрического тока. Для этого необходимо моделировать процесс расширения канала разряда в воде, заполняющей разрядную камеру.

В результате анализа существующих математических моделей гидродинамических процессов в разрядной камере выбрана модель, в которой используют предположение о потенциальном безвихревом движении идеальной жидкости [5]. Гидродинамическая модель включает в себя двумерное нелинейное дифференциальное волновое уравнение гиперболического типа в частных производных. Для принятых допущений волновое уравнение в цилиндрической системе координат имеет вид [5]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c_f^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right], \quad (16)$$

где ψ – потенциал скорости жидкости, м²/с; c_f – скорость звука в жидкости, м/с; r, z – пространственные координаты (рис. 2), м.

Скорость звука в жидкости определяли по формуле [5]:

$$c_f^2 = c_0^2 - (\chi - 1) \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{1}{2} (\chi + 1) \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right], \quad (17)$$

где c_0 – скорость звука в невозмущенной жидкости, м/с; χ – эмпирический коэффициент, равный 7,15 для воды.

Давление жидкости определяли с помощью линейного интеграла Коши-Лагранжа:

$$P = P_0 - \rho_f \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (18)$$

где ρ_f – плотность жидкости, кг/м³; P_0 – начальное давление в разрядной камере, Па.

Составляющие вектора скорости жидкости и границы канала разряда вычисляли по градиенту потенциала:

$$W_r = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (19)$$

$$W_z = \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (20)$$

Для расчета гидродинамических процессов в канале разряда использовали уравнение Лапласа:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (21)$$

Оно получено как частный случай уравнения (16), учитывая, что скорость звука в плазме, заполняющей канал разряда, намного больше, чем в воде [14].

В начальный момент времени (начало активной стадии разряда) считали, что жидкость находится в невозмущенном состоянии, поэтому потенциал ψ равен нулю. Начальное давление в канале принимали равным P_{k0} (больше P_0), тогда граница канала движется с начальной скоростью $U_{k0} = P_{k0}/(\rho_f \cdot c_0)$ в результате расширения лидера. Конденсаторная батарея заряжена до напряжения U_0 . Начальную силу тока в цепи определяли по закону Ома, используя сопротивление R_{sh} и вычисляя R_{ch} по формуле (8) с учетом заданных R_0 и начальной температуры плазмы (T_0).

На границе раздела двух сред значение потенциала находили из условия, что стенка камеры абсолютно жесткая. Поэтому производная ψ по вектору нормали к поверхности стенки (\vec{n}) равна нулю:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \vec{n}} = 0. \quad (22)$$

На границе канала разряда использовали условия на контактном разрыве [15]:

$$U_k = U_f, \quad (23)$$

$$P_k = P_f, \quad (24)$$

где U_f – скорость жидкости на границе канала, м/с; P_f – давление жидкости на границе канала, Па.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Алгоритм решения системы уравнений (9), (15)–(24) описан в [5]. Непрерывную пространственно-временную область решения задачи (рис. 2) преобразовали в дискретную, задавая шаг изменения времени Δt и пространственных координат Δr_i и Δz_j . В полученной дискретной

области преобразовали дифференциальные уравнения в систему алгебраических уравнений по методу конечных разностей, решение которой определяли по двухшаговому итерационному методу «предиктор–корректор» на каждом временном слое.

Систему уравнений (10–14) решали методом итераций на этапах «предиктор» и «корректор» в процессе решения системы уравнений (9), (15)–(24).

Из уравнения (11) можно определить n_e по формуле:

$$n_e = -K_e + \sqrt{K_e^2 + 2 \cdot n_0 \cdot K_e}. \quad (25)$$

На этапе «предиктор» выполняли предварительные вычисления удельной электропроводности и сопротивления канала разряда. Из начальных условий, а впоследствии из вычислений характеристик плазмы на временном слое n известны величины T^n , V_c^n , S_c^n , n_0^n , по которым вычисляли предварительные значения \tilde{T}^{n+1} , \tilde{V}_c^{n+1} , \tilde{S}_c^{n+1} , \tilde{p}_{ch}^{n+1} на $n+1$ слое. Используя (10), определяли предварительное значение \tilde{n}_0^{n+1} на $n+1$ слое по времени:

$$\tilde{n}_0^{n+1} = n_0^n + \Delta t \cdot \left(\frac{\sigma_{SB} \cdot T^4 \cdot S_c}{D_m \cdot V_c} \right)^n. \quad (26)$$

Затем по (11) и (25) вычисляли концентрацию электронов \tilde{n}_e^{n+1} :

$$\tilde{T}^{n+1} = \frac{\tilde{p}_{ch}^{n+1}}{(\tilde{n}_0^{n+1} + \tilde{n}_e^{n+1}) \cdot k}, \quad (27)$$

$$\tilde{\Lambda}^{n+1} = \frac{h}{\sqrt{2\pi \cdot m_e \cdot k \cdot \tilde{T}^{n+1}}}, \quad (28)$$

$$\tilde{n}_e^{n+1} = -\tilde{K}_e^{n+1} + \sqrt{(\tilde{K}_e^{n+1})^2 + 2 \cdot \tilde{n}_0^{n+1} \cdot \tilde{K}_e^{n+1}}. \quad (29)$$

Из формулы (7) определяли $\tilde{\sigma}_{ch}^{n+1}$, а по формуле (8) – \tilde{R}_{ch}^{n+1} .

На этапе «корректор» выполняли уточнение предварительных значений характеристик плазмы и канала разряда в воде по формулам:

$$n_0^{n+1} = \left\{ (n_0 \cdot V_c)^n + \Delta t \cdot \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sigma_{SB} \cdot \tilde{T}^4 \cdot \tilde{S}_c}{D_m} \right)^{n+1} + \left(\frac{\sigma_{SB} \cdot T^4 \cdot S_c}{D_m} \right)^n \right] \right\} \frac{1}{\tilde{V}_c^{n+1}}, \quad (30)$$

$$T^{n+1} = \frac{P_{ch}^{n+1}}{(n_0^{n+1} + n_e^{n+1}) \cdot k}, \quad (31)$$

$$\Lambda^{n+1} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot m_e \cdot k \cdot T^{n+1}}}, \quad (32)$$

$$n_e^{n+1} = -K_e^{n+1} + \sqrt{(K_e^{n+1})^2 + 2 \cdot n_0^{n+1} \cdot K_e^{n+1}}, \quad (33)$$

из формулы (7) определяли σ_{ch}^{n+1} , а по формуле (8) – R_{ch}^{n+1} .

Функции $f_{ei}(\Gamma_D)$ и $f_{ea}(d_i)$, входящие в формулы для вычисления σ_{ei}^* и σ_{ea}^* , задавали в виде:

$$f_{ei}(\Gamma_D) = \frac{1}{1 + a \cdot \Gamma_D}, \quad (34)$$

$$f_{ea}(d_i) = \frac{d_i}{b \cdot d_i + c}, \quad (35)$$

где a , b , c – эмпирические коэффициенты, подлежащие определению на основе экспериментальных данных.

Последовательность формул (25)–(33) с учетом формул (34) и (35) обеспечивает устойчивый процесс вычисления характеристик плазмы канала разряда в воде.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Определение коэффициентов a , b и c эмпирических функций (34) и (35) выполнили на основе сравнения результатов математического моделирования с экспериментальными данными [7, 16]. Учитывая существенное влияние длительности разрядов на изменение формы канала разряда, выбирали экспериментальные данные, касающиеся коротких разрядов [7], а также средней и большой длительности [16]. Результаты моделирования показали, что согласование с экспериментами обеспечивается, когда $a = 1$, $b = 10$, $c = 3$ (рис. 3–5).

Кратковременные (апериодические) разряды выполняли в экспериментах [7] при параметрах разрядного контура: $C = 0,9$ мкФ; $L = 3$ мкГн; $l = 50$ мм; $U_0 = 30$ кВ. Длительность половины периода колебаний тока была равна 9 мкс (рис. 3). Функции $i(t)$, $U(t)$ и $R_{ch}(t)$, полученные в результате математического моделирования по предлагаемому алгоритму, согласуются с экспериментальными данными [7] (рис. 3).

Колебательные разряды средней длительности (четыре периода колебаний тока за 250 мкс), имеющие период колебаний тока 62 мкс, обеспечиваются параметрами разрядного контура: $C = 10$ мкФ; $L = 10$ мкГн; $l = 30$ мм; $U_0 = 44$ кВ [16] (рис. 4). Обычно в этом случае сложнее моделировать изменение функций $i(t)$, $U(t)$ и $R_{ch}(t)$, однако из рис. 4 следует, что результаты моделирования удовлетворительно согласуются с данными эксперимента.

Еще большее увеличение периода колебаний тока до 350 мкс и длительности разряда до 1400 мкс происходит, когда заданы параметры разрядного контура: $C = 51$ мкФ; $L = 61$ мкГн; $l = 17$ мм; $U_0 = 32$ кВ [16] (рис. 5). Результаты моделирования в таких сложных условиях также удовлетворительно согласуются с данными эксперимента [16].

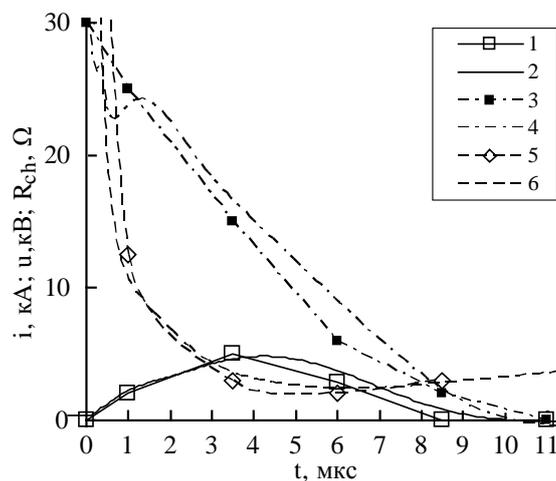


Рис. 3. Характеристики аperiodического электрического разряда в воде. Нечетные номера кривых – эксперимент [7], а четные – результаты, полученные с помощью разработанной математической модели. Кривые 1, 2 – сила тока; 3, 4 – напряжение на канале разряда; 5, 6 – электрическое сопротивление канала разряда.

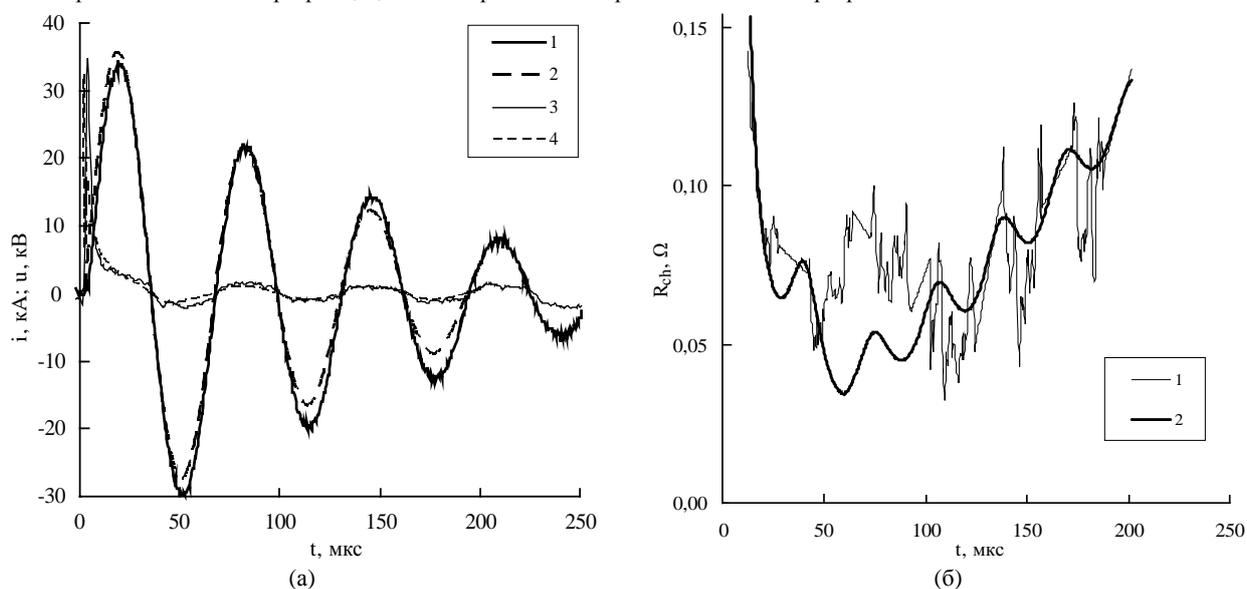


Рис. 4. Характеристики колебательного электрического разряда в воде. Нечетные номера кривых – эксперимент [16], а четные – результаты, полученные с помощью разработанной математической модели. Кривые 1, 2 – сила тока; 3, 4 – напряжение на канале разряда (а); 1, 2 – электрическое сопротивление канала разряда (б).

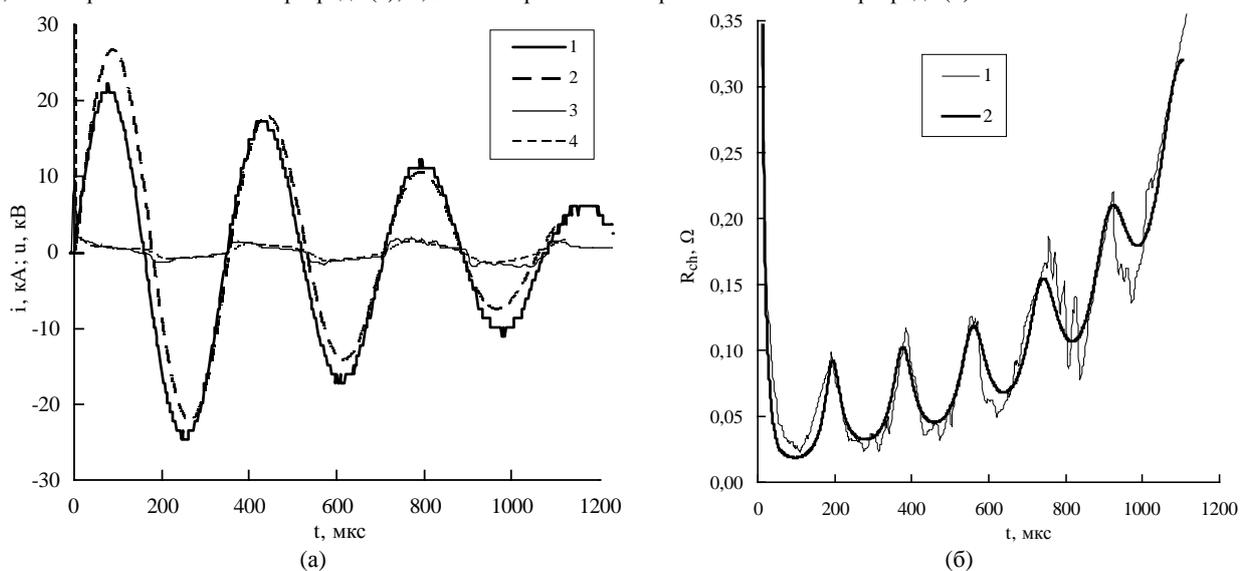


Рис. 5. Характеристики колебательного электрического разряда в воде большой длительности. Нечетные номера кривых – эксперимент [16], а четные – результаты, полученные с помощью разработанной математической модели. Кривые 1, 2 – сила тока; 3, 4 – напряжение на канале разряда (а); 1, 2 – электрическое сопротивление канала разряда (б).

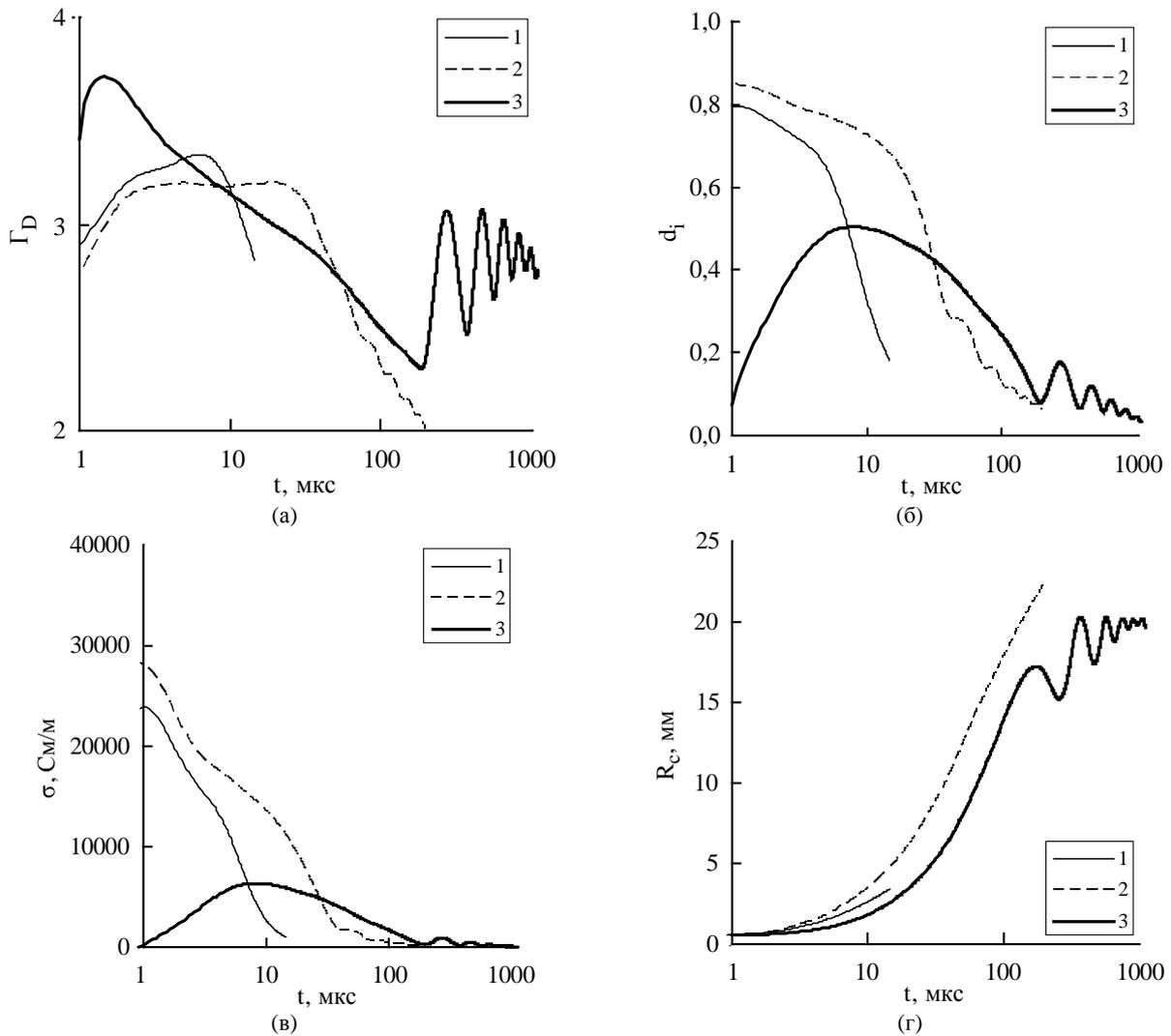


Рис. 6. Изменение характеристик плазмы в процессе электрического разряда в воде: (а) – параметр неидеальности; (б) – степень ионизации; (в) – удельная электропроводность; (г) – радиус канала на равном удалении от электродов. Кривые: 1 – аperiodический разряд; 2 – колебательный разряд; 3 – колебательный разряд большой длительности.

Необходимо отметить, что такой результат моделирования получен несмотря на то, что плазма в канале разряда характеризуется большой степенью неидеальности, о которой свидетельствует величина Γ_D , большая 2 (рис. 6а), а также быстро изменяющейся в пределах от 0,1 до 0,85 степенью ее ионизации (рис. 6б). Это показывает преобладающее влияние электрон-атомных столкновений на электропроводность плазмы при выбранных параметрах разрядного контура по сравнению с электрон-ионными взаимодействиями (рис. 6в) и определяющем влиянии на удельную электропроводность плазмы величины σ_{ea}^* , а также правильном выборе эмпирических функций (34), (35) и определении входящих в них коэффициентов. На согласование результатов теоретических и экспериментальных исследований также влияет использование функции (2), корректирующей изменение длины канала разряда, вследствие быстрого увеличения радиуса канала (рис. 6г). В процессе своего расширения канал разряда

приобретает форму, близкую к эллипсоиду, тогда использование формулы (8) для вычисления R_{ch} значительно уменьшает погрешность моделирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная работа является существенным развитием работы [5]. В ней сформулирована и решена задача определения удельной электропроводности плазмы в канале электрического разряда в воде, а также сопротивления канала разряда с учетом отклонения его формы от прямого кругового цилиндра. Получены необходимые для этого замыкающие соотношения и эмпирические функции, параметры которых согласованы с данными экспериментов. Обоснована необходимость использования эмпирических функций при вычислении удельной электропроводности плазмы в связи с ее большой неидеальностью и относительно малой степенью ионизации. Полученные соотношения позволили существенно повысить

адекватность математической модели [5] физическим процессам разряда в воде и расширить диапазон параметров, в котором ее можно использовать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гулый Г.А. *Научные основы разрядно-импульсных технологий*. Киев: Наукова думка, 1990. 311 с.
2. Курец В.И., Соловьев М.А., Жучков А.И., Барская А.В. *Электроразрядные технологии обработки и разрушения материалов*. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. 272 с.
3. Кривицкий Е.В., Шамко В.В. *Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде*. Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.
4. Kosenkov V.M. *Tech Phys*. 2011, **81**(10), 133–139. <https://doi.org/10.1134/S1063784211100124>.
5. Kosenkov V.M., Bychkov V.M. *Surf Eng Appl Electrochem*. 2015, **51**(2), 167–173. DOI: 10.3103/S1068375515020076.
6. Колгатин С.Н. *ЖТФ*. 1995, **65**(7), 10–18.
7. Наугольных К.А., Рой Н.А. *Электрические разряды в воде*. М.: Наука, 1971. 155 с.
8. Царенко П.И., Ризун А.Р., Жирнов М.В., Иванов В.В. *Гидродинамические и теплофизические характеристики мощных подводных искровых разрядов*. Киев: Наукова думка, 1984. 148 с.
9. Dubovenko K.V. *Surf Eng Appl Electrochem*. 2013, **49**(1), 28–35. DOI: 10.3103/S1068375513010031.
10. Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В., Шарипджанов И.И. Построение уравнения состояний химических соединений. Препринт: АН СССР. Ин-т прикл. математики; № 43. М.: 1976. 63 с.
11. Ривкин С.Л., Александров А.А. *Термодинамические свойства воды и водяного пара*. М.: Энергия, 1975. 106 с.
12. Кузнецов Н.М. *Доклады АН СССР*. 1981, **257**(4), 858–860.
13. Жданов В.М. *Явления переноса в газах и плазме*. М.: МИФИ, 2008. 240 с.
14. Косенков В.М., Каменская Л.А. *Акустический вестник*. 2001, (2), 47–53.
15. Годунов С.К. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. М.: Наука, 1976. 400 с.
16. Kosenkov V.M., Bychkov V.M. *Techn Phys Lett*. 2017, **43**(8), 774–777. DOI: 10.1134/S1063785017080223.

Summary

The problem of determining the specific electric conductivity of plasma in the channel of an electrical discharge in water and also of the resistance of a discharge channel, taking into account the deviation of its shape from a straight circular cylinder, is formulated and solved in this paper. The closing relations and empirical functions necessary for this are obtained, the parameters of which are consistent with the experimental data. The necessity of using empirical functions in calculating the electrical conductivity of plasma in connection with its large non-ideality and a relatively small degree of ionization is substantiated. The obtained relationships made it possible to significantly increase the adequacy of the previously developed mathematical model of the physical processes of discharge in water and to expand the range of parameters in which it can be used.

Keywords: electric discharge in water, specific electric conductivity of plasma, shape of discharge channel, resistance of discharge channel, mathematical modeling.