

А.И. Григорьев, А.С. Голованов, И.Д. Григорьева

### О КРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОГНЕЙ СВ. ЭЛЬМА

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,  
ул. Советская, 14, г. Ярославль, 150000, Россия*

Многие проблемы грозового электричества, например, такие, как механизм возникновения и длительного существования шаровой молнии, механизм зарождения и особенности роста канала разряда обычной молнии, свечение воронок смерчей, электрические разряды во время землетрясений, сильных взрывов и извержений вулканов, до настоящего времени до конца не разрешены. К числу малоисследованных феноменов, связанных с грозовым электричеством, относятся и огни св.Эльма (ОСЭ). Несмотря на то, что феномен ОСЭ изучается довольно давно, единой точки зрения на механизм зажигания ОСЭ по-прежнему не существует.

1. С конца XIX века, с началом исследований электрических разрядов в атмосфере на основе чисто визуального сходства было принято считать огни св. Эльма мощной формой коронного разряда, реализующегося в предгрозовую и грозовую погоду в окрестности высоких заостренных предметов: крестов церквей, корабельных мачт и т.п. Подобные утверждения вошли без какого-либо обоснования в учебники физики и энциклопедические словари. И только исследования Б.В. Войцеховского [1, 2], экспериментировавшего с облаками сильно заряженных капель воды и обнаружившего свечение типа ОСЭ на произвольных предметах, вносимых в такое облако, указали на неадекватность реальному явлению столь упрощенной трактовки и на важную роль в возникновении ОСЭ заряженных водяных капель. Это обстоятельство заставило пересмотреть сложившиеся представления об ОСЭ и внимательнее отнестись к описаниям их наблюдений в естественных условиях, поскольку именно они являются основным источником информации о феномене.

Внимательное изучение 220 описаний наблюдения ОСЭ в естественных условиях, собранных авторами настоящей работы, позволило выделить три формы этого феномена, различающихся как условиями, так и физическими механизмами возникновения. 1) Свечение с характерным линейным размером порядка сантиметров, возникающее на сухих заостренных металлических предметах: колючках проволочных ограждений, штыках винтовок, антеннах, которое естественно связать с обычным коронным разрядом с металлического острия. Описания таких явлений встречались в 10% случаев. В особых комментариях эта форма ОСЭ не нуждается и может считаться хорошо изученной в связи с исследованием коронного разряда с металлического острия. 2) Свечение, возникающее во время влажных снежных метелей и зимних гроз на произвольных предметах при эмиссии заснеженной или покрытой инеем поверхностью сильно заряженных микрокристаллов снега. Такая форма ОСЭ наблюдается в 8% описаний. Характерный линейный размер свечения ~ 10 см. 3) Свечение с характерным линейным размером до метра, возникающее в грозовую погоду на произвольных предметах при повышенной влажности (когда поверхность предмета покрыта каплями или пленкой воды), связанное с неустойчивостью поверхности воды в электрическом поле. Эта форма ОСЭ встречается в 82% описаний.

Характерным для наблюдения ОСЭ является то, что они всегда – “привязаны” к какому-либо предмету: вершине мачты, антенне, кресту церкви, пальцам поднятых рук и т.п. Не всегда эти предметы являются хорошими проводниками электричества, но в том случае, когда ОСЭ появляются на изоляторах: деревянных мачтах, веслах, пальцах рук – эти предметы покрыты каплями или пленкой воды. В 72% описаний ОСЭ отмечается повышенная влажность: туман, дождь, мокрый снег. В 80% описаний ОСЭ наблюдаются в темное время суток, что свидетельствует об их малой яркости.

Из выше перечисленных форм ОСЭ наибольший интерес представляет третья, наименее изученная. Вторая форма ОСЭ в смысле физического механизма возникновения свечения представляет частный случай третьей, суть которой сводится согласно [3-4] к следующему.

В сильном электрическом поле грозových облаков водяная пленка или капли воды, появляющиеся на различных предметах, могут в соответствии с классическими представлениями об электростатических неустойчивостях заряженной поверхности жидкости [5-8] стать неустойчивыми по отношению к индуцированному заряду и с их поверхности начнется эмиссия высокодисперсных капелек, несущих запредельные в смысле критерия устойчивости заряды. Напряженность электрического поля собственного заряда в окрестности эмитированных капелек будет превышать необходимое для зажигания коронного разряда. Коронный разряд во влажной атмосфере в окрестности большого количества весьма мелких капелек, образовавшихся при реализации неустойчивости заряженной поверхности жидкости, будет восприниматься как появление голубого свечения у поверхности покрытого пленкой воды предмета, т.е. как ОСЭ.

Но для начала разряда необходимо наличие в области сильного поля, в ближайшей окрестности капельки, хотя бы одного свободного электрона. Свободные же электроны в приземном слое атмосферы возникают за счет естественной радиации с достаточно малой скоростью:  $\sim 10 \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ , и за время  $\sim 10^8 \text{ с}$  связываются с нейтральными атомами и молекулами, образуя отрицательные ионы. В результате вероятность столкновения капельки со свободным электроном и зажигания коронного разряда в ее окрестности весьма мала.

Однако известно [9], что в достаточно сильном электрическом поле  $E_+ > 70 \text{ кВ/см}$  отрицательный ион распадается на нейтральный атом и свободный электрон. Количество же отрицательных ионов в кубическом сантиметре воздуха у земной поверхности в естественных условиях  $\approx 500-800 \text{ см}^{-3}$ , и вероятность столкновения капельки с отрицательным ионом с последующим распадом иона на нейтральный атом и свободный электрон будет на много порядков больше, чем вероятность ее столкновения со свободным электроном.

Примем для определенности, что маленькая капелька радиуса  $r \approx 20 \text{ мкм}$  заряжена положительно столь большим зарядом, что для нее выполнено условие реализации неустойчивости по отношению к собственному заряду. Тогда напряженность поля собственного заряда у ее поверхности  $E \approx 400 \text{ кВ/см}$ . Электрон, появившийся за счет распада отрицательного иона вблизи капельки на расстоянии порядка нескольких радиусов от ее центра, даст начало электронной лавине, состоящей из  $\sim 10^3$  электронов и направленной к капле. При развитии электронной лавины в ее следе остается большое количество возбужденных атомов, т.е. атомов, один из электронов которых в результате столкновения со свободным электроном лавины перешел в возбужденное состояние,  $t_*$  – время нахождения атома в возбужденном состоянии весьма мало ( $t_* \sim 10^{-3} \text{ с}$ ), и по истечении его электрон с внешней орбиты возвращается на свою стационарную орбиту, испуская при этом фотон. Такой фотон, будучи поглощенным другим нейтральным атомом, может привести к его ионизации, то есть к образованию положительного иона и свободного электрона (этот процесс называется фотоионизацией). Как показывают оценочные расчеты, число вторичных электронов, которые появятся в окрестности капельки в результате действия подобного механизма на расстоянии  $\sim 10^2 \text{ см}$  от ее центра составляет  $\sim 10^2-10^3$ . При выбранных значениях величин заряд на капельке по абсолютной величине  $\sim 10^7$  зарядов электрона. Для его нейтрализации требуется  $\sim 10^4$  лавин. Но так как одновременно могут существовать  $\sim 10^2$  лавин, то время существования разряда в окрестности капельки  $\tau_*$  на два порядка больше характерного времени развития одной лавины, которое  $\sim 10^{-7} \text{ с}$ , то есть  $\tau_* \sim 10^{-5} \text{ с}$ . Таким образом в течение времени  $\tau_*$  капелька будет светиться, за счет горящего в ее окрестности коронного разряда. Свечение множества капелек и воспринимается как ОСЭ.

На капельку, эмитированную неустойчивой заряженной поверхностью жидкости, со стороны внешнего электрического поля  $\vec{E}_0$  действует сила, равная произведению заряда капельки  $q$  на напряженность поля  $\vec{E}_0 : q \cdot \vec{E}_0$ . Под действием этой силы капелька ускоренно движется, удаляясь от породившей ее поверхности жидкости. Характерный линейный размер ОСЭ определяется расстоянием, на которое капелька улетит до завершения коронного разряда в ее окрестности. Но чтобы найти это расстояние, необходимо учесть, что коронный разряд зажигается у поверхности капельки не сразу, как только она образуется, а только после того как в ближайшей окрестности капельки появится свободный электрон или отрицательный ион. Значит, для оценки характерного линейного размера ОСЭ кроме характерного времени  $\tau_*$  необходимо учесть и время задержки начала разряда  $\tau_0$ .

Время  $\tau_0$ , определяется вероятностью столкновения капельки с отрицательным ионом. Как показывают численные оценки  $\tau_0 \gg \tau_*$  и характерный линейный размер области свечения ОСЭ составляет порядок расстояния, которое проходит дочерняя капелька во внешнем поле  $\vec{E}_0$  до столкновения с отрицательным ионом (до зажигания коронного разряда в ее окрестности).

Время от начала движения дочерней капельки до столкновения с отрицательным ионом, то есть время задержки начала разряда  $\tau_0$ , определится соотношением

$$\tau_0 \approx (nsV)^{-1}, \quad (1)$$

$n$  – концентрация отрицательных ионов,  $V$  – скорость движения капельки в момент столкновения с ионом,  $s$  – сечение столкновения капельки с ионом:  $s = \pi R^2$ ,  $R$  – расстояние от центра капельки, на котором согласно вышесказанному электрическое поле ее заряда  $q$  способно оторвать электрон от отрицательных ионов внутри прямого кругового цилиндра радиусом  $R$  и длиной, равной расстоянию, проходимому капелькой за секунду вдоль траектории ее движения в  $\vec{E}_0$ . Обратная к  $(n \cdot s \cdot v)$  величина как раз и определит время от начала движения дочерней капельки до столкновения с отрицательным ионом.

Оценим скорость движения заряженной капельки в момент ее столкновения с отрицательным ионом по формуле  $V \sim a \cdot \tau_0$ , подставим это соотношение в (1) и находим:

$$\tau_0 \sim (n \cdot s \cdot a)^{-1/2}.$$

Следовательно, расстояние  $l$ , на которое капелька улетает за время  $\tau_0$ , двигаясь с ускорением  $a$ , можно оценить по формуле

$$l = \frac{a\tau_0^2}{2} = \frac{1}{2ns}.$$

Чтобы оценить характерный линейный размер ОСЭ, выразим сечение столкновения капельки с ионом  $s$  через характеристики капельки и напряженность электрического поля  $E_+$ , в котором ион распадается на электрон и нейтральный атом.

Как уже говорилось, при атмосферном давлении отрицательный ион распадается на электрон и нейтральный атом при попадании в поле напряженностью  $E_+ \geq 70$  кВ/см. Такое поле существует вокруг дочерней капельки, несущей заряд порядка предельного в смысле критерия устойчивости, то есть  $q \approx (16\pi\sigma^3)^{1/2}$ , на расстоянии  $R \leq \sqrt[4]{E_+^2 8\pi\sigma^3}$  от ее центра, и сечение столкновения капельки с отрицательным ионом будет иметь вид:

$$s = E_+^{-1} \sqrt{8\pi^3 \sigma^3}. \quad (2)$$

Теперь несложно найти расстояние, которое пройдет капелька за время  $\tau_0$ :

$$l = E_+ \left( 2\pi \sqrt{8\pi\sigma^3} \right)^{-1}. \quad (3)$$

При  $r=20$  мкм,  $n=800$  см<sup>-3</sup>,  $\sigma=70$  дин/см легко получить  $l \approx 20$  см. Из (3) видно, что характерное расстояние  $l$ , которое проходит капелька до столкновения с ионом, при котором появится свободный электрон, сильно зависит от радиуса капли. Уже при  $r = 10$  мкм  $l \approx 60$  см.

Из (3) видно, что характерный линейный размер свечения ОСЭ обратно пропорционален концентрации отрицательно заряженных ионов в объеме, занятом ОСЭ. Выше полученная численная оценка на максимальное значение характерного линейного размера ОСЭ  $l \leq 1$  м справедлива лишь при  $n = 800$  см<sup>-3</sup>. Естественно ожидать, что при зажигании ОСЭ в их окрестности концентрация отрицательных ионов будет увеличиваться. В самом деле, согласно вышесказанному в окрестности объема, занятого ОСЭ, будут идти интенсивные процессы фотоионизации воздуха [9]. Образовавшиеся при этих фотоионизационных актах электроны будут прилипать к нейтральным атомам, образуя отрицательные ионы. В итоге их концентрация в объеме ОСЭ будет увеличиваться, а характерный линейный размер  $l$  будет уменьшаться  $\sim n^{-1}$ . Поэтому наиболее часто упоминаемые наблюдателями значения  $l$  соответствуют всего нескольким сантиметрам (в 62% описаний  $l \leq 5$  см).

2. Как отмечалось выше, наибольшие линейные размеры и яркость ОСЭ имеют в ветреную (штормовую) погоду. Это обстоятельство позволяет предположить, что наличие ветра создает более благоприятные условия для появления ОСЭ и что определенную роль в этом играет неустойчивость Кельвина-Гельмгольца – неустойчивость границы раздела двух несмешивающихся жидкостей, по которой проходит тангенциальный разрыв поля скоростей. В этой связи представляется целесообразным рассмотреть комбинацию задачи Тонкса-Френкеля с задачей Кельвина-Гельмгольца, например, в том виде, как они изложены в [10–12] соответственно, но в более общей постановке,

когда скорость потока воздуха над заряженной поверхностью жидкости является произвольной функцией времени, на которую наложим лишь одно ограничение: ее квадрат должен разлагаться в ряд Фурье. Имея в виду лишь исследование критических условий реализации неустойчивости заряженной поверхности воды, над которой имеется параллельный границе раздела поток воздуха, ограничимся рассмотрением случая невязкой жидкости.

Будем решать задачу об устойчивости тангенциального разрыва двух несмешивающихся идеальных жидкостей различных плотностей  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , каждая из которых заполняет полубесконечное пространство, а верхняя жидкость движется с переменной во времени скоростью  $U=U(t)$ , параллельно заряженной с постоянной поверхностной плотностью заряда  $\sigma$  границе раздела сред.

Пусть потенциалы полей скоростей движения верхней и нижней жидкостей есть  $\psi_1(\vec{r}, t)$  и  $\psi_2(\vec{r}, t)$  соответственно. Тогда математическая формулировка задачи об исследовании временной эволюции амплитуд капиллярных волн в декартовой системе координат, плоскость XOY которой совпадает с невозмущенной границей раздела сред, а ось OZ направлена вниз, в направлении действия силы тяжести, имеет вид [13, 14]:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_j &= 0; \quad j=1, 2, \\ z \Rightarrow -\infty \quad \psi_1 - x \cdot U(t) &\Rightarrow \text{const} = 0; \\ z \Rightarrow \infty \quad \psi_2 &\Rightarrow \text{const} = 0; \\ z = \xi(x; t): \quad \frac{\partial\psi_1}{\partial z} &\approx U \frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial t}; \quad \frac{\partial\psi_2}{\partial z} \approx \frac{\partial\xi}{\partial t}; \\ z = \xi(x; t): \quad \frac{\partial\psi_1}{\partial z} &\approx U \frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\xi}{\partial t}; \quad \frac{\partial\psi_2}{\partial z} \approx \frac{\partial\xi}{\partial t}; \\ \rho_1 \frac{\partial\psi_1}{\partial t} + \rho_1 g \xi + \frac{1}{2} \rho_1 \cdot [(\nabla\psi_1)^2 - U^2(t)] &= \\ \rho_2 \frac{\partial\psi_2}{\partial t} + \rho_2 g \xi + 4\pi\sigma^2 k \xi - \alpha \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} &; \end{aligned}$$

где  $\xi(x, t)$  – возмущение границы раздела, связанное с тепловым капиллярным волновым движением;  $\vec{U} = \vec{U}(t)$  – зависящая от времени скорость движения верхней жидкости относительно нижней, представим в виде отрезка ряда Фурье:

$$\vec{U}(t) = \vec{U}_0 + \sum_{j=1}^m \vec{U}_{*j} \cos \omega_j t; \quad (\vec{U}_0 \parallel \vec{U}_{*j}), \quad (j = 1, 2, 3 \dots m). \quad (4)$$

Направление вектора  $\vec{U}$  определяет ориентацию оси OX;  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения границы раздела;  $k$  – волновое число [11].

Решение сформулированной задачи приводит к дифференциальным уравнениям, описывающим временную эволюцию амплитуд  $\xi$  капиллярных волн, являющимся уравнениями с переменными во времени коэффициентами типа Матье-Хилла [15–17], которые для частного случая  $U_{*j} = U_*$  ( $j=1, 2, 3, 4$ ) можно привести к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \xi [\delta + 2 \cdot \varepsilon \cdot \cos(2t)] - 2 \cdot \xi \sum_{j=1}^m \varepsilon \cdot \mu \cdot \cos(j \cdot t) &= 0, \quad (5) \\ \mu = \frac{U_0}{U_*}; \quad \varepsilon \sim \chi; \quad \chi = k^2 \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)^2}; \quad \delta = (\omega_*^2 + 0,5\chi)U_*^2; \\ \omega_*^2 \equiv \frac{k}{(\rho_2 + \rho_1)} \left[ g(\rho_2 - \rho_1) + \alpha k^2 - 4\pi\sigma^2 k - k\rho_1 U_0^2 + kU_0^2 \frac{\rho_1^2}{(\rho_2 + \rho_1)} \right] &= 0. \end{aligned}$$

$\varepsilon$  – малый параметр, по которому проводилось разложение уравнения (5), с сохранением слагаемых вплоть до четвертого порядка малости. Параметр  $\delta$  характеризует частоту капиллярных колебаний. Уравнение (5) представляет собой модифицированное уравнение Матье-Хилла и в зависимости от соотношения величин коэффициентов  $\delta$ ,  $\varepsilon$ , и  $\mu$  может иметь либо параметрически устойчивые, либо параметрически неустойчивые, экспоненциально нарастающие со временем решения. В частном случае  $U_0 = 0$  ( $\mu = 0$ ) уравнение (5) переходит в уравнение Матье. Границы устойчивых и

неустойчивых решений на плоскости безразмерных параметров  $(0\delta\varepsilon)$  являются собственными функциями уравнения (5). Даже в частном случае, когда (5) сводится к обычному уравнению Матье, эти функции не выражаются через элементарные и известны, как функции Матье:  $Se_n(\varepsilon, t)$ ,  $Se_n(\varepsilon, t)$  [7].

3. Применяя к уравнению (5) стандартную процедуру разложения по малому параметру  $\varepsilon$ , методом растянутых параметров можно получить собственные функции уравнения для каждой отдельно выбранной гармоники из суммы в последнем слагаемом (5).

На рис. 1–4 изображены границы, разделяющие области устойчивых и неустойчивых решений уравнения (5), рассчитанные для случая, когда отличны от нуля амплитуды только первых четырех гармоник с  $U_{*j} > 0$ , и для случаев когда ненулевой вклад в уравнение дает каждая из этих гармоник в отдельности. На тех же рисунках для сравнения изображены границы областей устойчивых и неустойчивых решений, для классического уравнения Матье ( $U_0=0$ ).

Зависимости, представленные на рис.5, аналогичны приведенным на рис. 4 и изображают нулевую зону неустойчивости, но в более удобном масштабе.

Когда значения постоянной и переменной составляющей компонент скорости равны друг другу ( $U_0 = U_{*j}; U_{*1} = U_{*1} = U_{*3} = U_{*4} = U_0$ ), области устойчивых решений уравнения (6) деформируются по сравнению с соответствующими областями уравнения Матье. Для второй гармоники ( $j = 2; U_{*2} = U_0; U_{*1} = U_{*3} = U_{*4} = 0$ ) и только для нее приведенный анализ выявил "исчезновение" областей неустойчивости при любых значениях параметров  $\delta, \varepsilon$ . Эти области вырождаются в прямые, а уравнение (5) трансформируется в обычное уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \xi \cdot \delta = 0. \quad (6)$$

Его решение представляется в виде

$$\xi = C_1 \cos(\sqrt{\delta} \cdot t) + C_2 \sin(\sqrt{\delta} \cdot t). \quad (7)$$

Вероятно, при равенстве скоростей наступает стабилизация неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца и Тонкса-Френкеля, что в свою очередь приводит к стабилизации границы раздела, расширяя области значений параметров  $\delta$  и  $\varepsilon$ , в которой граница раздела устойчива.

На рис. 1 переходные кривые, определяющие границы устойчивых и неустойчивых решений уравнения (5), представлены следующей нумерацией:

Уравнению (5) соответствуют кривые 1–5. Кривая 1 определяет правую границу зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=0$ , левая граница находится на  $-\infty$ . Кривая 2 левую границу зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=1$ . Кривая 3-правую границу зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=1$ . Кривая 4-левую границу зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=4$ . Кривая 5-правую границу зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=4$ .

Первой гармонике ( $U_{*1} = U_0; U_{*2} = U_{*3} = U_{*4} = 0$ ) переменного внешнего воздействия соответствуют кривые 6-10. Кривая 6 соответствует правой границе зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=0$ , левая граница находится на  $-\infty$ . Кривая 7-левой границе зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=1$ . Кривая 8-правой границе зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=1$ . Кривая 9-левой границе зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=4$ . Кривая 10-правой границе зоны неустойчивости при  $\delta^{1/2}=4$ .

Из рисунков видно, что по мере уменьшения численного значения параметра  $U_{*j}$  размер зоны параметрической стабилизации неустойчивостей Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца для уравнения (5) уменьшается и постепенно исчезает. Построенные на одном графике области неустойчивых решений для каждой из первых четырех гармоник перекрывают друг друга, образуя многосвязную область неустойчивости. При построении областей существования устойчивых и неустойчивых решений, частных случаев уравнения (5) (соответствующим отдельным гармоникам в сумме последнего слагаемого в (5)) было отмечено, что площадь параметрической стабилизации комбинации неустойчивостей Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца увеличивается с уменьшением численного значения параметра  $U_{*j}$  и номера гармоники  $j$ , что в свою очередь представлено на рис. 5 при  $\mu = 20$ .

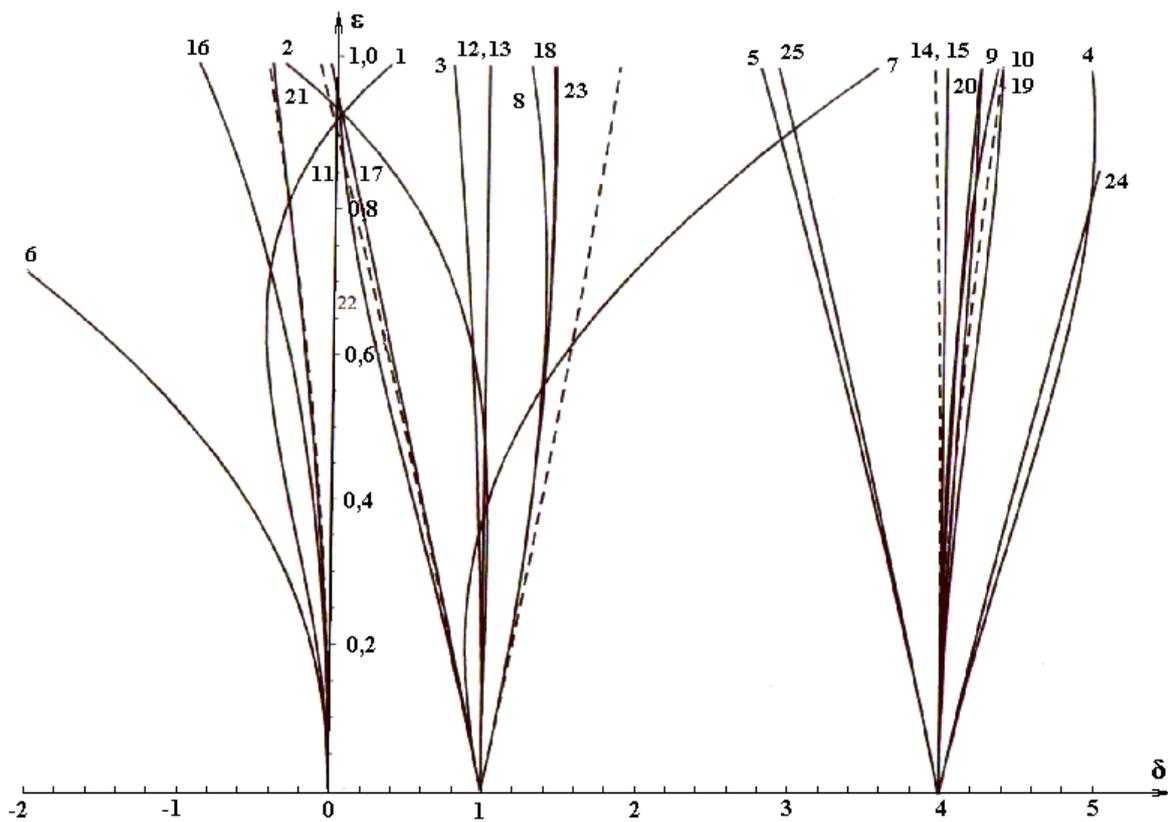


Рис. 1. Границы зон неустойчивости в плоскости параметров  $\delta$  и  $\epsilon$  для уравнения (6) и первых четырех гармоник переменного внешнего воздействия при  $\mu = 1$ .

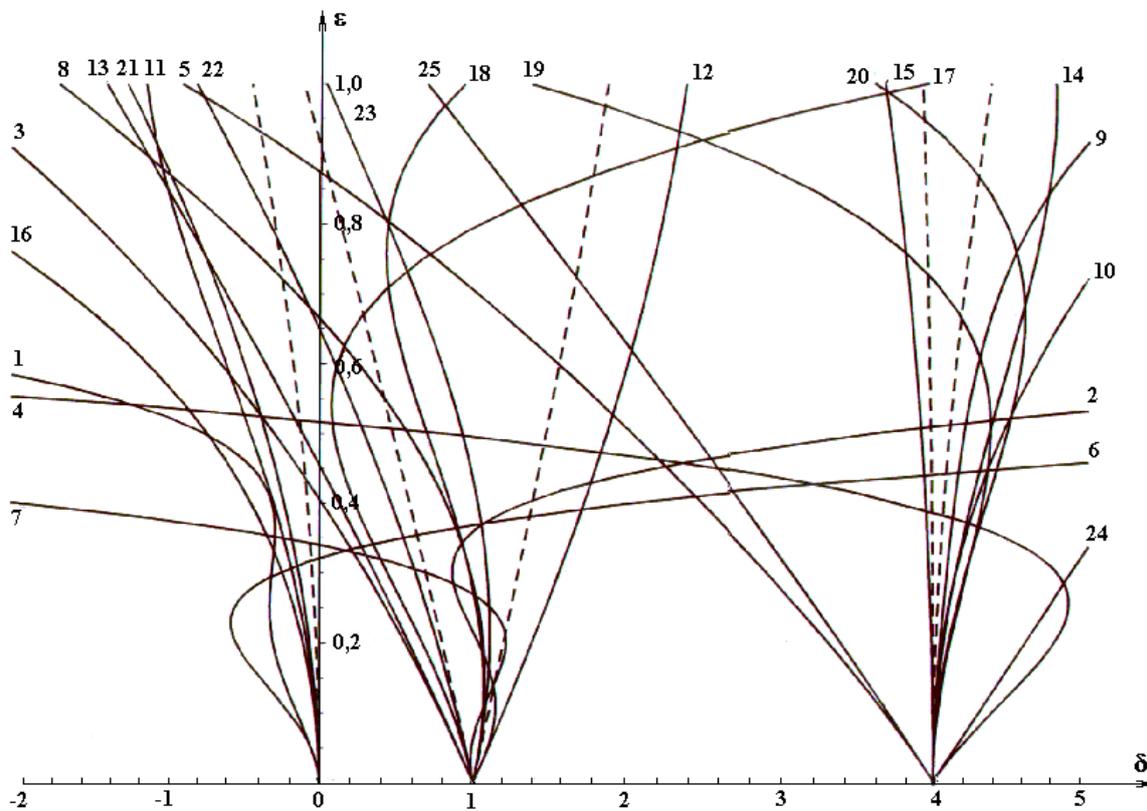


Рис. 2. Зависимости, аналогичные рис. 1, при  $\delta^{1/2} = 0, 1, 2, \mu = 3$ .

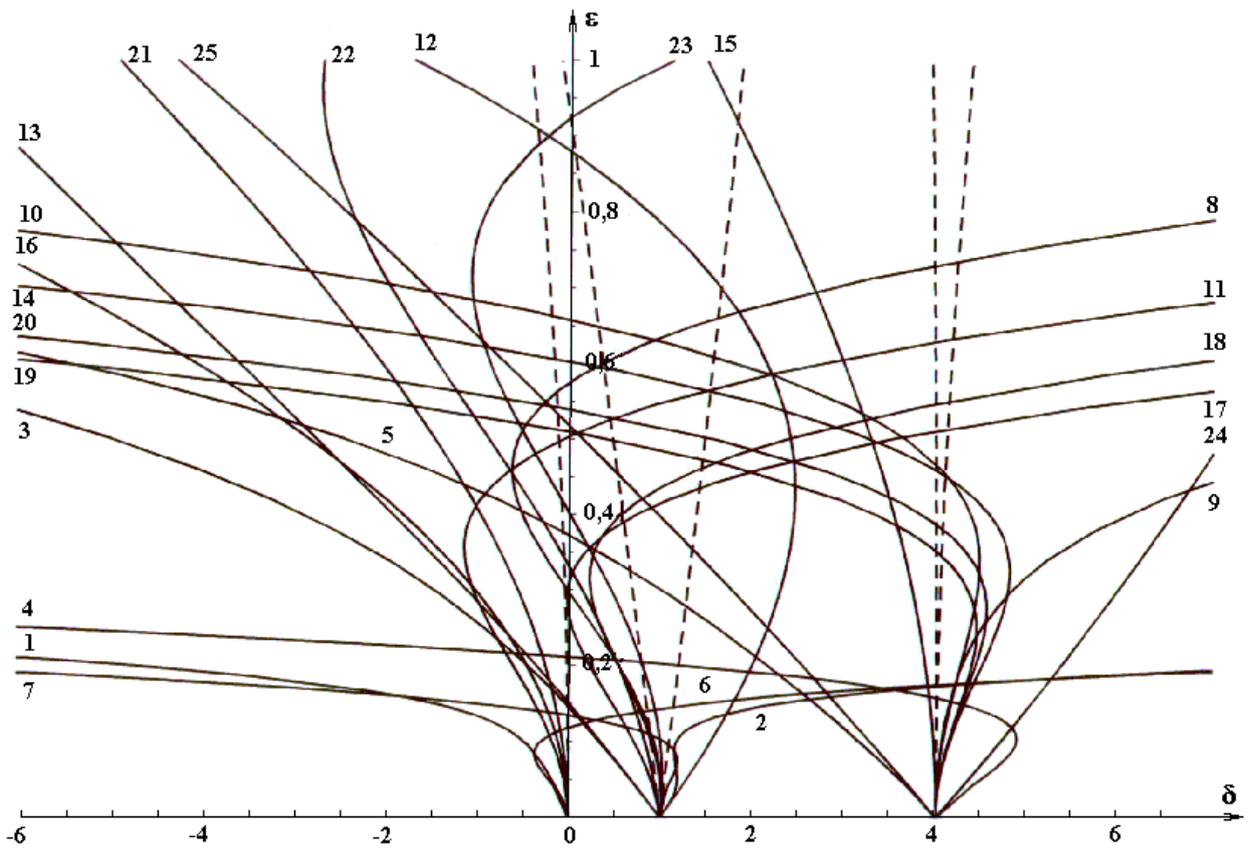


Рис. 3. Зависимости, аналогичные рис. 1, 2, при  $\delta^{1/2} = 0, 1, 2$ ,  $\mu = 7$ .

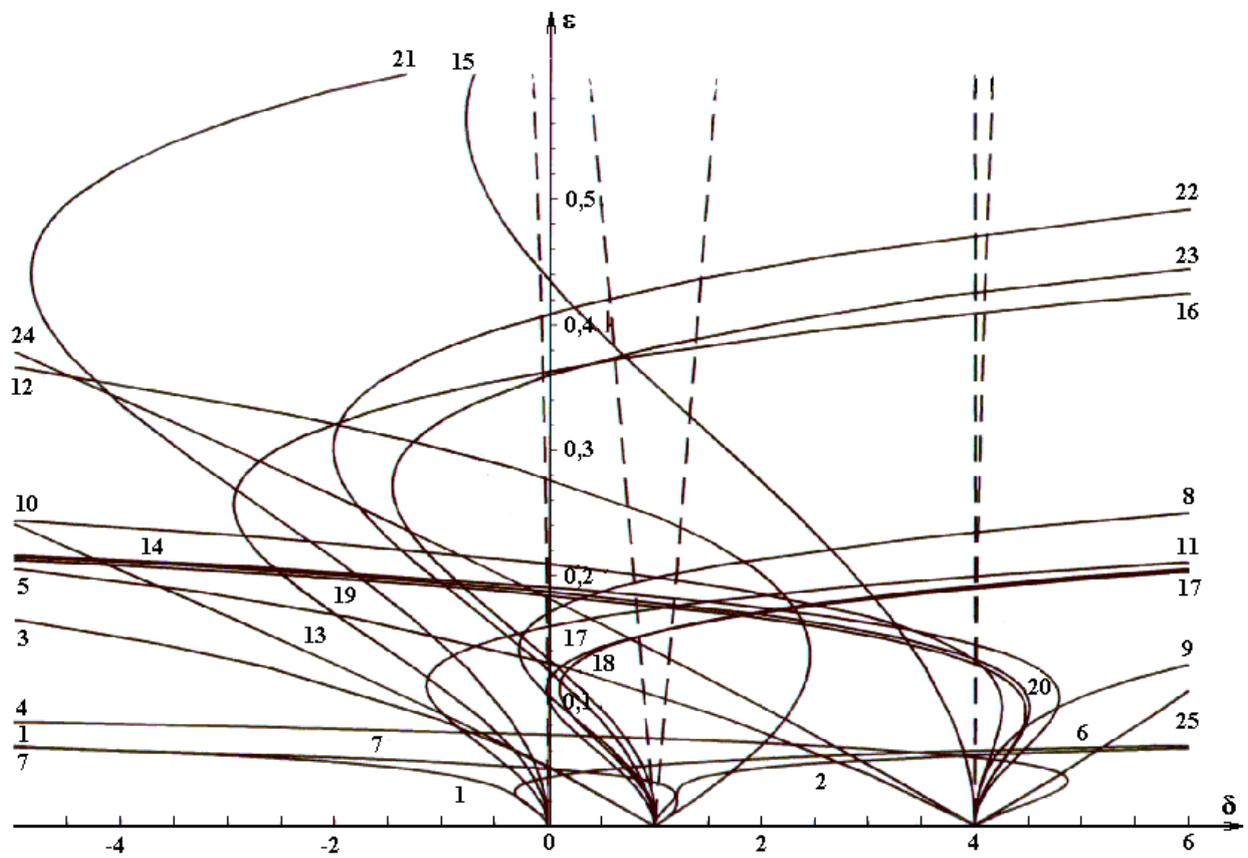


Рис. 4. Зависимости, аналогичные рис. 1, 2, 3, при  $\delta^{1/2} = 0, 1, 2$ ,  $\mu = 20$ .

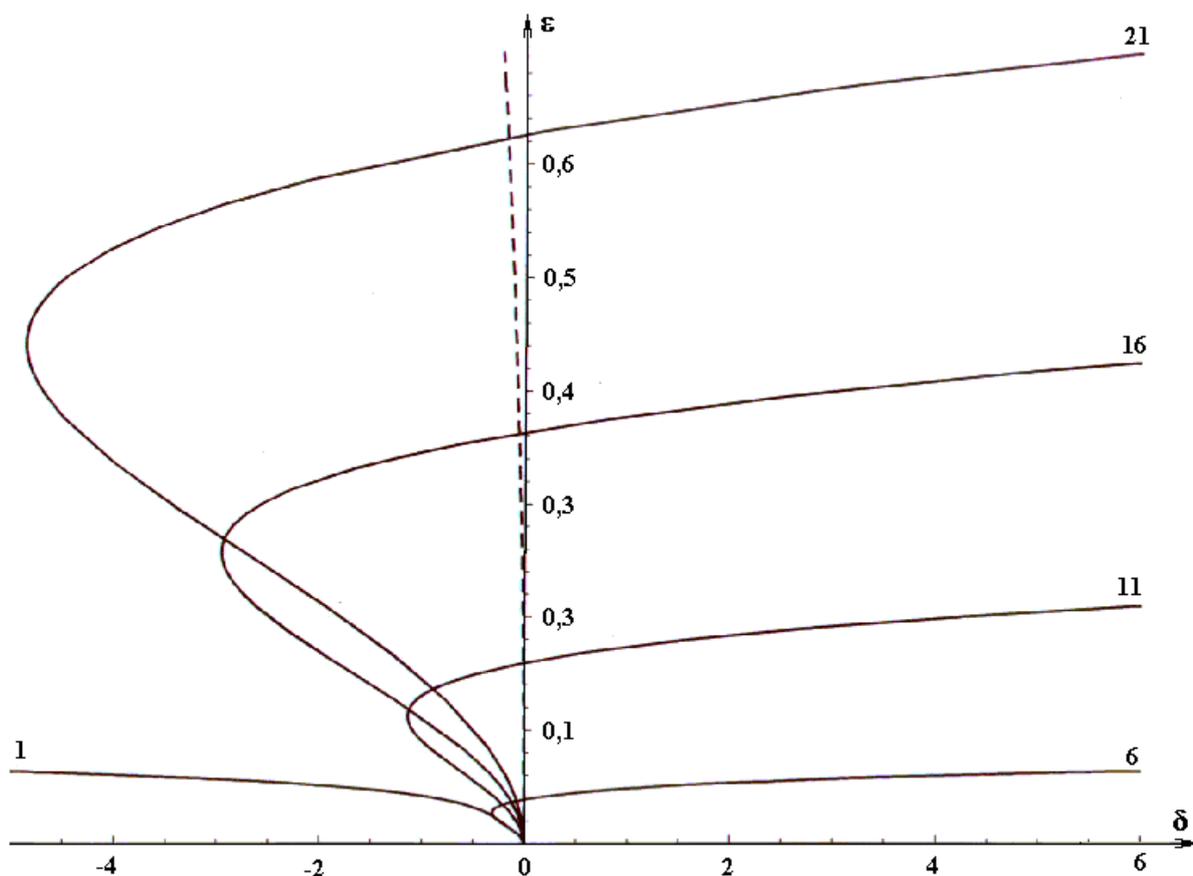


Рис. 5. Области параметрической стабилизации уравнения (5) и гармоник переменного внешнего воздействия при  $\mu = 20$ .

По мере увеличения постоянной компоненты скорости верхней среды  $U_0$  (уменьшения  $U_{*j}$ ), переходные кривые, рассчитанные для отдельных гармоник суммы в (5), образуют многосвязную область неустойчивости и, перекрывая соседние зоны неустойчивости, приводят к расширению области значений параметров  $\delta$  и  $\epsilon$ , в которых граница раздела неустойчива. Кроме того, увеличение  $U_0$  (уменьшение  $U_{*j}$ ) приводит к ограничению сверху численных значений параметра  $\epsilon$  для области параметрической стабилизации при  $\delta=0$ . При  $U_* < U_0$  область параметрической стабилизации не образуется. Наличие переменных компонент скорости  $U_{*j}$  дестабилизирует границу раздела, расширяя область значений параметров  $\delta$  и  $\epsilon$ , в которой граница раздела сред неустойчива.

4. Итак, наличие переменных во времени составляющих скорости  $U_{*j}$  движения верхней среды приводит к образованию области параметрической стабилизации комбинации неустойчивостей Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца уравнения (5) (см. рис. 1) при  $U_* \geq U_0$ . Область параметрической стабилизации характеризуется определенными пределами изменения параметра  $U_0 / U_{*j}$ :

$$0,8 < \frac{U_0}{U_{*j}} < 2,5.$$

В этом интервале численных значений параметра  $U_0 / U_{*j}$ , кроме параметрической стабилизации наблюдается и расширение геометрического места точек, при которых реализуется параметрическая неустойчивость. Так, граница нулевой области параметрической неустойчивости, загибаясь вправо, перекрывает соседние зоны неустойчивых решений уравнения (5), образуя многосвязную область неустойчивости, ограничивая сверху значения параметра  $\epsilon$ , при которых решения уравнения (5) устойчивы.

При рассмотрении отдельных гармоник переменного внешнего воздействия параметрическая стабилизация при  $U_* \geq U_0$  не имеет места (рис. 1). Параметрическая стабилизация для отдельных гармоник переменного внешнего воздействия реализуется только при условии:  $U_* < U_0$  (рис. 4). При  $U_* < U_0$  и с ростом численного значения параметра  $\mu$  зоны существования неустойчивых решений отдельных гармоник переменного внешнего воздействия перекрываются нулевыми зонами неустойчивости, образуя многосвязные зоны неустойчивых решений. Таким образом увеличиваются размеры области численных значений параметров  $\delta$  и  $\epsilon$ , при которых решения уравнений Маттье-Хилла становятся неустойчивыми. Геометрическое место точек, соответствующих парам чисел  $\delta$  и  $\epsilon$ , над граничной кривой нулевой зоны для первой гармоники, в (5) которой любой паре значений  $\delta$  и  $\epsilon$  соответствуют неустойчивые решения, будет максимально большим по сравнению с более высокими гармониками. Соответствующая область будет уменьшаться с ростом частоты.

Из рис. 4 и 5 видно, что области параметрической стабилизации комбинации неустойчивостей Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца уравнений, содержащих и описывающих отдельные гармоники переменного внешнего воздействия, расширяются с ростом номера гармоники. При  $U_* < U_0$ , не отмечается параметрической стабилизации комбинации неустойчивостей Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца в нулевой зоне неустойчивости уравнения (5) (рис. 4).

### Заключение

Уравнение Маттье-Хилла, описывающее временную эволюцию амплитуд капиллярных волн на заряженной границе раздела двух сред, верхняя из которых движется относительно более плотной нижней, со скоростью, зависящей от времени, имеет неустойчивые решения, связанные как с реализацией неустойчивостей Тонкса-Френкеля и Кельвина-Гельмгольца, так и с параметрической неустойчивостью, характерной для уравнения Маттье-Хилла. Наличие движения верхней среды параллельно границе раздела со скоростью, зависящей от времени, приводит к дестабилизации поверхности жидкости и к снижению критического значения поверхностной плотности заряда (напряженности внешнего электростатического поля), при которой появляется неустойчивость Тонкса-Френкеля и зажигаются огни Св.Эльма.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Войцеховский Б.Б.* Огни Св.Эльма и свечение на предметах в облаке электрически заряженных капель воды // ДАН СССР. 1982. Т.262. № 1. С. 84–88.
2. *Войцеховский Б.В., Войцеховский Б.Б.* Свечение в потоке заряженных капель // Письма ЖЭТФ. 1976. Т.23. № 1. С. 37–39.
3. *Григорьев А.И., Синкевич О.А.* О возможном механизме возникновения огней Св. Эльма // ЖЭТФ. 1984. Т.54. № 7. С. 1276–1283.
4. *Grigor'ev A.I., Grigor'eva I.D., Shiryayeva S.O.* Ball lightning and St. Elmo's fire as forms of thunder activity // J. Sci.Exploration. 1991. V.5. № 2. P. 1–28.
5. *Григорьев А.И.* Неустойчивости заряженных капель в электрических полях // Электронная обработка материалов. 1990. № 6. С. 23–32.
6. *Коженков В.И., Фукс Н.А.* Электродинамическое распыление жидкости // УХ. 1976. Т. 45. № 12. С. 2274–2284.
7. *Габович М.Д.* Жидкометаллические источники ионов // УФН. 1983. Т.140. № 1. С. 137–151.
8. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Капиллярные неустойчивости заряженной поверхности капель и электродиспергирование жидкостей // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 3–22.
9. *Лозанский Э.Д., Фирсов О.Б.* Теория искры. М., 1975.
10. *Григорьев О.А., Ширяева С.О.* Неустойчивость заряженной плоской поверхности тангенциального разрыва двух несмешивающихся жидкостей различных плотностей // ЖТФ. 1996. Т. 66. № 2. С. 23–34.
11. *Григорьев А.И., Голованов А.С., Кузьмичев Ю.Б.* Параметрическая стабилизация заряженной границы раздела двух сред, подверженной действию неустойчивости Тонкса-Френкеля Гельмгольца // Электронная обработка материалов. 1999. № 5. С. 24–29.
12. *Григорьев А.И.* Неустойчивость заряженной плоской границы раздела сред по отношению к тангенциальному разрыву на ней зависящего от времени поля скоростей // ЖТФ. 2000. Т. 70. № 1. С. 24–26.
13. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М., 1982.

14. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М., 1959.
15. Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О., Григорьев О.А. Неустойчивость заряженной сферической поверхности в обтекающем потоке идеальной жидкости // Электронная обработка материалов. 1998. № 1–2. С.48–50.
16. Любимов Д.В., Хеннер М.В., Шоц М.М. Об устойчивости поверхности раздела жидкостей при касательных вибрациях // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 3. С. 25–31.
17. Справочник по спецфункциям / Под ред. М. Абрамович, И. Стиган / М., 1979.

Поступила 21.09.2000

### Summary

The problem of stability of the charged interface between two ideal fluids is considered with presence of the velocity jump across the interface. It was take into account that fluids having various dencity is not mixing up and each of which fills in half-infinite space. The upper liquid move along interface with variable in time velocity. The time dependence of velocity results to instability of interface and to decrease of critical surface density of a charge necessary for an initiation of the instability Tonks-Frenkel and the st. Elmo fires.

В.А. Саранин

## ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ЭФФЕКТАМИ

*Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко,  
ул. Первомайская, 25, г. Глазов, 427620, Россия*

Современные технологические процессы могут протекать в экстремальных условиях: при больших градиентах температур, в условиях невесомости (технологические эксперименты в космосе) и т.д. В этих условиях возможно проявление вторичных эффектов, таких, например, как термоэлектрический эффект, то есть возникновение в проводящей жидкости электрического поля при наличии в ней градиента температур [1]. На возможность проявления этих эффектов в жидкостях указывалось, в частности в [2–4]. Ниже рассмотрены два типа течений жидкости, обусловленные действием сил термоэлектрического поля.

### 1. Движение жидкости, обусловленное взаимодействием термоэлектрического поля и двойного слоя

Взаимодействие электрического поля двойного слоя и термоэлектрического поля может привести к возникновению сдвиговых напряжений и специфического движения в жидкости.

Действительно, пусть в проводящей жидкости вдоль плоской твердой границы имеется градиент температуры. Тогда вдоль границы имеется эквивалентное поле термо-ЭДС напряженностью  $E_\tau = \alpha_T |\nabla T|$ ,  $\alpha_T$  – дифференциальная термо-ЭДС жидкости. Кроме того, перпендикулярно твердой стенке в жидкости имеется поле двойного слоя  $E_n$ . Таким образом, вблизи стенки существует сдвиговая компонента максвелловского тензора напряжений  $T_{n\tau} = \varepsilon_0 \varepsilon E_n E_\tau$ , под действием которого может сформироваться сдвиговое течение. Произведем расчет параметров такого течения.

Как известно, в проводящей жидкости вблизи твердой стенки имеется объемно заряженная область – диффузионная часть двойного электрического слоя. Если вдоль стенки поддерживается