

О закономерностях реализации электростатической неустойчивости на движущейся относительно материальной среды электропроводной заряженной струе

* А. И. Григорьев, С. О. Ширяева, Г. Е. Михеев

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
г. Ярославль, 15000, Россия, *e-mail: grig@uniyar.ac.ru

Поступила 05.06.2017

После доработки 19.10.2017

Принята к публикации 19.10.2017

Исследованы инкременты неустойчивости капиллярных волн, соответствующих изгибно-деформационной моде на поверхности электропроводной заряженной цилиндрической струи идеальной несжимаемой жидкости, движущейся с постоянной скоростью относительно идеальной несжимаемой материальной диэлектрической среды. Показано, что, хотя изгибно-деформационные волны возбуждаются последними по сравнению с осесимметричными и изгибными, их инкремент оказывается самым большим. Феноменологическая картина реализации неустойчивости струи в режиме ветвящихся струй определяется последовательностью возбуждения капиллярных волн с различной симметрией. Показано, что неучитывавшаяся в проведенном рассмотрении вязкость жидкости играет существенную роль в реализации режима ветвящихся струй.

Ключевые слова: заряженная струя, неосесимметричные капиллярные волны, режим ветвящихся струй.

УДК 77.051.15:621.384.8

DOI: 10.5281/zenodo.2551209

ВВЕДЕНИЕ

Явление электрогидродинамического диспергирования жидкости представляет академический, технический и технологический интерес (см., например, [1–10] и указанную там литературу). Многообразие приложений позволило выделить множество реализующихся режимов диспергирования в зависимости от вязкости, электропроводности, величины коэффициента поверхностного натяжения и массового расхода диспергируемой жидкости. В этой связи неоднократно предпринимались попытки классификации режимов электродиспергирования [1–3, 9–10]. Но, как правило, классификация проводилась на основе визуальных впечатлений от разных режимов. И только в [11] предпринята попытка связать режимы диспергирования с закономерностями реализации неустойчивости капиллярных волн с различными азимутальными числами на поверхности струи.

В экспериментальных работах [1, 3, 5] обнаружено, что при весьма высоких потенциалах, подаваемых на струю, она начинает ветвиться, выбрасывая со своей боковой поверхности на два порядка несколько более тонких дочерних струек, которые совершают хлыстообразные движения и распадаются вместе с родительской струей. Такой режим электродиспергирования назван режимом ветвящихся

струй (ramified jet) [1, 3, 5, 9]. Дочерние струйки распадаются на капельки с диаметром, сравнимым с диаметром самих струек, а родительская струя порождает на два порядка более крупные капли (см., например, рис. 1, на котором приведена фотография из [5] ветвящейся струи, выбрасываемой в сильном неоднородном электростатическом поле, падающей электропроводной заряженной каплей).



Рис. 1. Фотография струи, неустойчивой по отношению осесимметричной капиллярной волне с $m = 2$ (режим ветвящихся струй).

В работах [12–14] показано, что такой режим диспергирования связан с неустойчивостью осесимметричной азимутальной моды с $m = 2$ на поверхности струи, где m – азимутальный параметр, или с электростатической неустойчивостью струи. Имеется в виду, что при достаточно больших потенциалах, подаваемых на электропроводную жидкость, на ее поверхности образуются конические выступы,

называемые конусами Тейлора [15–18], с вершин которых сбрасывается избыточный поверхностный заряд в виде струек заряженной жидкости, распадающихся на капли, или потоков сильно заряженных капелек. Причем это отмечается как для плоской [15, 19–20], так и для сферической (на каплях и обводненных градинах) [5, 21] поверхности жидкости (см., например, фотографию в [21, с. 247]). А теперь можно связать такой режим неустойчивости и со струей.

Следует отметить, что неустойчивость азимутальной моды с $m = 0$ соответствует разбиению струи на капли и хорошо исследована (см., например, обзоры [22–24]). Неустойчивость азимутальной моды с $m = 1$ соответствует в реальных экспериментах возбуждению хлыстообразного движения свободного конца струи, также хорошо исследованного [25–27].

Но отдельного рассмотрения заслуживает мало изученный режим ветвящихся струй ($m = 2$). Наиболее детально экспериментально он был исследован в [1], где и был впервые описан. В [3, 5, 9] он просто упоминается. Исследованию инкремента неустойчивости осесимметричной моды с $m = 2$ и посвящено настоящее исследование.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Будем решать задачу об устойчивости капиллярных волн на поверхности однородно заряженной цилиндрической бесконечной струи идеально проводящей несжимаемой жидкости радиуса R с коэффициентом межфазного натяжения σ и плотностью ρ_1 . Пусть поверхностная плотность заряда струи есть χ , а сама струя движется относительно идеальной несжимаемой диэлектрической среды, имеющей плотность ρ_2 и диэлектрическую проницаемость, равную единице, со скоростью $\vec{U} \parallel \vec{e}_z$, где \vec{e}_z орт координаты z цилиндрической системы координат, определяющей ось симметрии невозмущенной струи. Задачу будем решать в инерциальной системе отсчета, связанной со струей.

Все рассмотрение проведем в безразмерных переменных, в которых $R = \rho_1 = \sigma = 1$. В частности, в этих безразмерных переменных $\rho_2 = \rho$.

За всеми физическими величинами оставим прежние обозначения.

Возмущенная тепловым [19] капиллярным волновым движением поверхность струи опишется соотношением:

$$F(r, z, \varphi, t) \equiv r - 1 - \xi(z, \varphi, t) = 0, \quad |\xi(z, \varphi, t)| \ll 1,$$

где $\xi(z, \varphi, t)$ – малое возмущение цилиндрической поверхности струи; φ – азимутальный угол; r – радиальная координата; t – время.

Полная математическая формулировка задачи будет иметь вид:

$$\operatorname{div} \vec{V}_1(\vec{r}, t) = 0; \operatorname{div} \vec{V}_2(\vec{r}, t) = 0; \Delta \Phi(\vec{r}, t) = 0;$$

$$\partial_t \vec{V}_1(\vec{r}, t) + (\vec{V}_1(\vec{r}, t), \nabla) \vec{V}_1(\vec{r}, t) = -\nabla p_1(\vec{r}, t);$$

$$\partial_t \vec{V}_2(\vec{r}, t) + (\vec{V}_2(\vec{r}, t), \nabla) \vec{V}_2(\vec{r}, t) = -\frac{1}{\rho} \nabla p_2(\vec{r}, t);$$

$$r \rightarrow 0: \vec{V}_2(\vec{r}, t) \rightarrow 0;$$

$$r \rightarrow \infty: \vec{V}_1(\vec{r}, t) \rightarrow -\vec{U};$$

$$\nabla \Phi(\vec{r}, t) \rightarrow 0; r = \xi:$$

$$\frac{dF}{dt} = 0, \quad (\vec{n}(\vec{r}, t), \vec{V}_1(\vec{r}, t)) = (\vec{n}(\vec{r}, t), \vec{V}_2(\vec{r}, t));$$

$$p_2(\vec{r}, t) - p_1(\vec{r}, t) + p_E(\vec{r}, t) - p_\sigma(\vec{r}, t) = 0;$$

$$\Phi(\vec{r}, t) = \Phi_s(t);$$

где $\vec{V}_j \equiv \vec{V}_j(\vec{r}, t)$ – поля скоростей течения жидкости в среде ($j = 1$) и в струе ($j = 2$), генерируемые волнами на поверхности раздела сред; $p_j \equiv p_j(\vec{r}, t)$ – гидродинамические давления; $p_E(\vec{r}, t)$ и $p_\sigma(\vec{r}, t)$ – давления собственного заряда и сил поверхностного натяжения на границе раздела сред соответственно; $\Phi \equiv \Phi(\vec{r}, t)$ – потенциал электростатического поля; $\Phi_s(t)$ – потенциал поверхности струи; $\vec{n}(\vec{r}, t)$ – единичный вектор нормали к возмущенной поверхности струи.

В качестве дополнительных условий примем условие постоянства объема струи, приходящегося на одну длину капиллярной волны λ :

$$\int_V dV = \pi \lambda; V = \{0 \leq r \leq 1 + \xi(z, \varphi, t); 0 \leq \varphi \leq 2\pi; z_0 \leq z \leq z_0 + \lambda\};$$

и условие сохранения заряда на отрезке струи той же длины:

$$-\int_S \frac{1}{4\pi} \vec{n} \cdot \nabla \Phi dS = 2\pi \chi \lambda;$$

$$S = \{r = 1 + \xi(z, \varphi, t); 0 \leq \varphi \leq 2\pi; z_0 \leq z \leq z_0 + \lambda\}.$$

В силу идеальности и несжимаемости контактирующих сред используем модель их потенциального волнового движения, в рамках которой можно ввести потенциалы полей скоростей $\psi_1(\vec{r}, t)$ и $\psi_2(\vec{r}, t)$:

$$\vec{V}_1(\vec{r}, t) \equiv \nabla \psi_1(\vec{r}, t); \vec{V}_2(\vec{r}, t) \equiv -\vec{U} + \nabla \psi_2(\vec{r}, t).$$

Потенциалы $\psi_j(\vec{r}, t)$, так же как и $\Phi(\vec{r}, t)$, при этом будут гармоническими функциями:

$$\Delta\psi_1(\vec{r}, t) = 0; \Delta\psi_2(\vec{r}, t) = 0;$$

удовлетворяющими условиям ограниченности на оси струи и на бесконечности:

$$r \rightarrow 0: \psi_1(\vec{r}, t) \rightarrow 0; r \rightarrow \infty: \psi_2(\vec{r}, t) \rightarrow 0.$$

Так как потенциалы $\psi_j(\vec{r}, t)$ описывают поля скоростей, порождаемых волновыми движениями поверхности раздела сред, примем, что в безразмерном виде они являются величинами того же порядка малости, что и возмущение границы раздела сред:

$$|\psi_1| \sim |\psi_2| \sim |\xi|.$$

Потенциал электрического поля в ближайшей окрестности струи представляется в виде суперпозиции Φ_0 – потенциала в окрестности невозмущенной цилиндрической струи, являющегося величиной нулевого порядка малости по $|\xi|$, и поправки первого порядка малости $\Phi_1(\vec{r}, t)$, происходящей из-за волнового возмущения границы раздела сред (поверхности струи). $\Phi_1(\vec{r}, t)$ в безразмерном виде имеет тот же порядок малости, что и возмущение границы раздела сред, и гидродинамические потенциалы:

$$|\Phi_1| \sim |\xi|.$$

Упомянутые обстоятельства позволяют линеаризовать систему уравнений и граничных условий, разложив исходную векторную задачу на две скалярные: для величин нулевого и первого порядка малости. Решение задачи нулевого порядка тривиально и характеризует равновесную заряженную струю и электростатическое поле вокруг нее.

Решение задачи первого порядка малости будем искать в виде элементарных бегущих волн [11–13]:

$$\xi(\varphi, z, t) \sim \exp(i\omega t) \cdot \exp(ikz + im\varphi);$$

$$\psi_1(\vec{r}, t) \sim \exp(i\omega t) \cdot \exp(ikz + im\varphi) \cdot K_m(kr);$$

$$\psi_2(\vec{r}, t) \sim \exp(i\omega t) \cdot \exp(ikz + im\varphi) \cdot I_m(kr);$$

$$\Phi_1(\vec{r}, t) \sim \exp(i\omega t) \cdot \exp(ikz + im\varphi) \cdot K_m(kr); \quad (1)$$

где ω – частота; $I_m(kr)$ и $K_m(kr)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода порядка m [28]; m – азимутальный параметр; k – волновое число.

Решение сформулированной задачи не представляет трудностей и осуществляется стандартными методами (см., например, [29]). В итоге дисперсионное уравнение задачи можно выписать в виде:

$$\omega^2 + 2\omega \cdot k \cdot \eta(m, k, \rho) \sqrt{\rho \cdot \text{We}} - \omega_0^2 = 0; \quad (2)$$

$$\omega_0^2 \equiv \frac{g(m, k)h(m, k)}{(h(m, k) - \rho \cdot g(m, k))} \times$$

$$\times \left(k^2 + m^2 - 1 + w(1 + h(m, k)) + \frac{k^2 \text{We}}{h(m, k)} \right);$$

$$\eta(m, k, \rho) \equiv \frac{g(m, k)}{h(m, k) - \rho \cdot g(m, k)};$$

$$g(m, k) \equiv m + k \frac{I_{m+1}(k)}{I_m(k)};$$

$$h(m, k) \equiv m - k \frac{K_{m+1}(k)}{K_m(k)};$$

$$w \equiv 4\pi\chi^2; \text{We} \equiv \rho U^2.$$

Здесь We и w – параметр Вебера и зарядовый параметр соответственно.

Корни дисперсионного уравнения легко выписываются в виде:

$$\omega(m, k, \rho, w, \text{We}) = \omega_1 \equiv$$

$$\equiv -k \cdot \eta(m, k, \rho) \sqrt{\rho \cdot \text{We}} + \sqrt{k^2 \eta(m, k)^2 \rho \cdot \text{We} + \omega_0^2};$$

$$\omega(m, k, \rho, w, \text{We}) = -\omega_2 \equiv$$

$$\equiv -k \cdot \eta(m, k, \rho) \sqrt{\rho \cdot \text{We}} - \sqrt{k^2 \eta(m, k)^2 \rho \cdot \text{We} + \omega_0^2}. \quad (3)$$

Для удобства дальнейших упражнений подрадикальное выражение в (3) обозначим как:

$$F(m, k, \rho, \text{We}, w) \equiv k^2 \eta(m, k)^2 \rho \cdot \text{We} + \omega_0^2$$

и приведем $-F(k, w)$ на рис. 2 при фиксированных We для $m = 2$. В области значений k и ρ , где $-F(k, w)$ положительно, там $F = \gamma^2$, то есть определяет квадрат инкремента неустойчивости. А по рис. 2 можно определить, в какой очередности возбуждаются волны с различными азимутальными числами.

С увеличением поверхностной плотности заряда при малых ее значениях при $\text{We} < 1,5$ сначала возбуждается осесимметричная мода, затем – неосесимметричная изгибная, а далее – неосесимметричная изгибно-деформационная.

Таким образом, при определенных значениях физических параметров поверхность $F(k, w)$ для $m = 0$ становится отрицательной, а струя – неустойчивой (рис. 2а–б). Затем, по мере роста параметра w , ее судьбу повторяет мода ($m = 1$), инкремент неустойчивости изгибной моды превышает таковой для осесимметричной моды, и поверхность $F(k, w)$ для $m = 1$ превышает таковую для осесимметричной моды. С дальнейшим ростом параметра w самым большим становится инкремент изгибно-деформационной моды ($m = 2$).

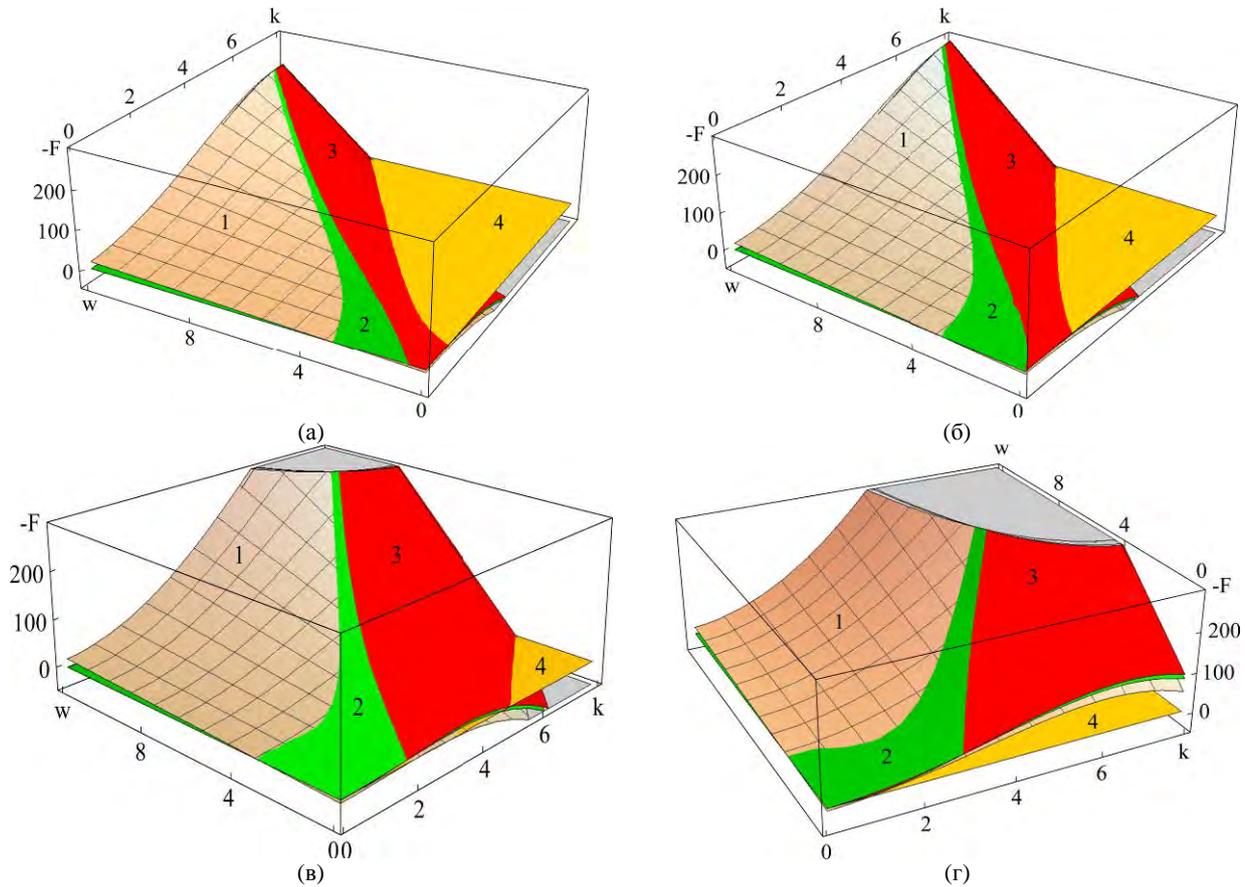


Рис. 2. Поверхность $-F(k, \mu)$, определяющая в области $-F(k, \mu) > 0$ величины квадратов безразмерных инкрементов γ^2 нулевой (поверхность 3), первой (поверхность 2) и второй (поверхность 1) азимутальных мод волн ($m = 0; 1; 2$), построенная в зависимости от безразмерного волнового числа k и зарядового параметра w . Поверхность 4 соответствует равенству нулю поверхности. (а) – $We = 0,3$; (б) – $We = 1,5$; (в) – $We = 5,3$; (г) – $We = 10$.

На рис. 2а–г поверхность 3 соответствует осесимметричной моде в области ее неустойчивости (там, где $F(k, w) < 0$). Плоскость 4 соотносится со значениями $F(k, w) = 0$. По мере роста параметра w поверхность 3 уходит под поверхность 2, соответствующую изгибной моде, которая с ростом w , в свою очередь, уходит под поверхность 1, соответствующую изгибно-деформационной моде.

Если расчеты провести при $We > 1,5$ (рис. 2в–г), картина соотношений между величинами инкрементов мод изменится качественно: в области длинных волн (малых значений волновых чисел) первыми будут возбуждаться изгибные волны (с $m = 1$), за ними – изгибно-деформационные (с $m = 2$). Осесимметричные волны (с $m = 0$) будут по сравнению с ними иметь меньший инкремент. То есть струя сначала будет изгибаться и только потом дробиться на капли. Но сказанное имеет отношение только к длинным волнам на струе. Для более коротких волн все останется по-прежнему.

На рис. 2г приведена та же поверхность $-F$, но при существенно закритических значениях параметра Вебера ($We = 10$). Поверхность $-F$ при критическом значении параметра Вебера

($We \approx 5,3$) приведена на рис. 2в. Видно, что в качественном отношении рис. 2в и 2г схожи, разве что на рис. 2г при $w = 0$ величины инкрементов существенно выше, чем на рис. 2в, как и должно быть в закритическом режиме для аэродинамической неустойчивости.

Следует отметить, что неустойчивость осесимметричной ($m = 0$) моды не имеет порога ни по w , ни по We : струя распадается на капли, даже будучи незаряженной и неподвижной [27]. Поверхность струи всегда неустойчива по отношению к осесимметричным волнам с волновыми числами $k < 1$, поскольку потенциальная энергия сил поверхностного натяжения цилиндрической струи превышает потенциальную энергию совокупности сферических капель, на которые разобьется струя. В то же время капиллярные волны на поверхности струи с безразмерными волновыми числами, большими единицы ($k > 1$), устойчивы. При отличных от нуля параметрах w и We отмечается дестабилизация струи, заключающаяся в расширении диапазона неустойчивых волн и в увеличении инкрементов в зонах их неустойчивости по сравнению с незаряженной неподвижной струей. Когда w отличен от нуля, область неустойчивости расширяется и

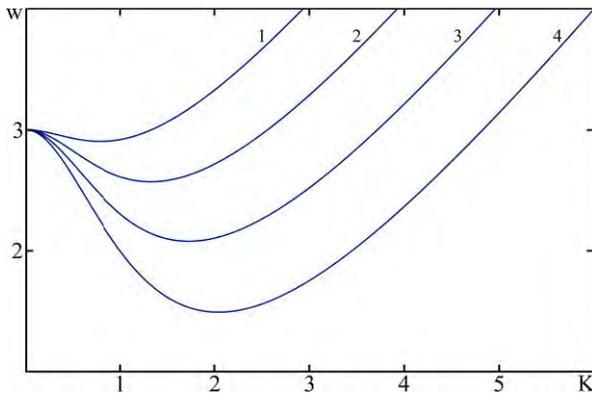


Рис. 3. Зависимости зарядового параметра w от безразмерного волнового числа k , рассчитанные при различных значениях числа Вебера We : кривая 1 – при $We = 0$; кривая 2 – при $We = 1$; кривая 3 – при $We = 2$; кривая 4 – при $We = 3$.

отодвигается от начала координат, смещаясь в область больших значений волновых чисел. Из рис. 2 видно, что с увеличением параметра Вебера We деформируются и смещаются в сторону больших значений волновых чисел области неустойчивости всех мод [29].

Что касается волн с $m = 1$ (изгибных), то при поверхностном заряде, равном нулю, они устойчивы, но при произвольно малом заряде теряют свою устойчивость [11, 27]. Иными словами, изгибные волны порога по заряду имеют нулевой порог. Если струя не заряжена, но движется, то изгибные волны теряют устойчивость при увеличении параметра Вебера до $We \approx 0,004$.

Волны с $m = 2$ (изгибно-деформационные) в зависимости от прочих характеристик системы имеют пороги как по скорости движения струи, так и по величине поверхностного заряда и возбуждаются при $w \approx 3$ и $We \approx 0$ либо при $w = 0$ и $We \approx 5,3$ [12, 23].

С учетом сказанного выше складывается следующая картина реализации неустойчивости волн с $m = 2$ (изгибно-деформационных). Такие волны претерпевают неустойчивость при высоких значениях физических параметров, в то время как волны с $m = 0$ и $m = 1$ заведомо неустойчивы. Но самый большой инкремент (см. рис. 2) будет у волн с $m = 2$.

На рис. 3 приведены зависимости параметра w от безразмерного волнового числа, рассчитанные для различных значений параметра Вебера We по соотношению:

$$F(m, k, \rho, We, w) \equiv k^2 \eta(m, k)^2 \rho \cdot We + \omega_0^2 = 0. \quad (4)$$

Положения минимумов кривых 1–4 на рис. 3 в обычном порядке $\{x; y\}$: 1) $We = 0, 0,799, 2,90$; 2) $We = 1, 1,307, 2,570$; 3) $We = 2, 1,73, 2,07$; 4) $We = 3, 2,012, 1,485$. Из рис. 3 видно, что с ростом величины параметра Вебера положения

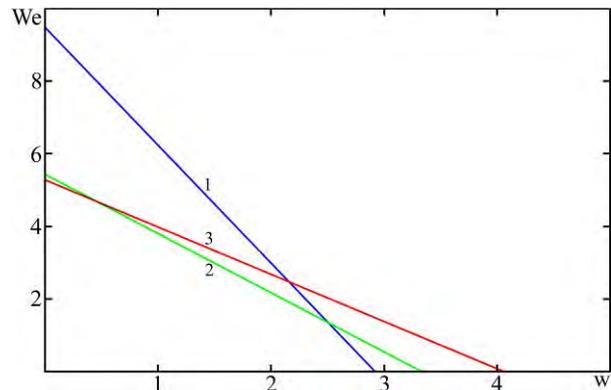


Рис. 4. Критические зависимости между числом Вебера и зарядовым параметром для $m = 2$, рассчитанные при разных волновых значениях чисел: прямая 1 – $k = 1$; прямая 2 – $k = 2$; прямая 3 – $k = 3$.

минимумов кривых смещаются вниз (по параметру w) и вправо (в сторону увеличения волнового числа).

На рис. 4 приведены критические зависимости значений параметра Вебера We от параметра w для различных значений волновых чисел при $m = 2$. Аналогичные зависимости для $m = 0$ и $m = 1$ представляют собой качественно подобные, но параллельные прямые. Интересным представляется то обстоятельство, что прямые на рис. 4 пересекаются. Это означает, что в точках пересечения при одних и тех же значениях We и w будут терять устойчивость волны с различными волновыми числами, которые определяют расстояние между конусами Тейлора на поверхности струи и условия ветвления. Но в реальности феноменология реализации неустойчивости определится волной с максимальным значением инкремента неустойчивости. В обсуждаемой ситуации согласно рис. 2 это будет волна с большим значением волнового числа.

В завершение проведенного анализа представляется интересным обратить внимание на то обстоятельство, что и родительская струя, и дочерние струйки находятся под одинаковым электростатическим потенциалом [1]. Радиусы родительской струи и дочерних струек отличаются на два порядка. Жидкость в экспериментах [1, 3] электропроводна. Вследствие этого поверхностная плотность заряда (напряженность электрического поля у поверхности) на дочерних струйках будет на два порядка больше, чем на родительской. Спрашивается: почему дочерние струйки не ветвятся в свою очередь, если радиус родительской струи не слишком велик? В экспериментах [1] наблюдалось только однократное ветвление.

По всей вероятности, дело в вязкости жидкости. Имеется в виду, что один коэффициент вязкости (например, кинематической) ν не

определяет величины декремента вязкого затухания χ . Из соображений размерности декремент можно определить выражением: $\chi \sim \nu/R^2$. Несложно видеть, что декремент затухания будет зависеть и от радиуса поперечного сечения струи и для дочерних струек, на два порядка более тонких, чем родительская струя, декремент затухания будет на четыре порядка больше, чем для родительской струи.

Если определить безразмерную вязкость (опять же из соображений размерности) как $\nu\sqrt{\sigma R/\rho}$, то видно, что для одной и той же жидкости она будет зависеть от радиуса струи. Так, например, если для струи воды радиусом $R = 0,01$ см безразмерная вязкость будет $\approx 0,25$ (что может считаться струей маловязкой жидкости), то для дочерней струйки с радиусом, на два порядка меньшим, она составит $\approx 2,5$, а это уже струя существенно вязкой жидкости [30]. Параметр w для дочерних струек будет велик. На поверхности дочерних струек образуются конусы Тейлора, размеры которых будут меньше радиусов струек. Но из их вершин более мелкие струйки (для которых безразмерная вязкость будет еще в 10 раз больше) не выбросятся, как это имело место в ситуации, запечатленной на фотографии в [21, с. 247].

Если радиус родительской струи велик, то может наблюдаться и многократное ветвление струй, как, например, зафиксировано в экспериментах [5] (см. рис. 1). Возможность многократного ветвления должна зависеть и от прочих физических свойств жидкости: величины коэффициентов вязкости и поверхностного натяжения, прикладываемой разности потенциалов и т.п.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически исследованы закономерности реализации электростатической неустойчивости струи идеальной несжимаемой жидкости, движущейся с постоянной скоростью относительно идеальной несжимаемой материальной диэлектрической среды.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cloupeau M., Prunet Foch B. *J Aerosol Sci.* 1994, **25**(6), 1021–1035.
2. Shiryayeva S.O., Grigor'ev A.I. *J Electrostatics.* 1995, **34**, 51–59.
3. Jaworek A., Krupa A. *J Aerosol Sci.* 1999, **30**(7), 873–893.
4. Xiaopeng Chen, Laibing Jia, Xiezhen Yin, Jiusheng Cheng. *Phys Fluids.* 2005. **17**(032101), 1–7.
5. Kim O.V., Dunn P.F. *Langmuir.* 2010, **26**, 15807–15813.
6. Hyeok-Gyu Kim, Hong-Jik Kim, Myong-Hwa Lee, Jong-Ho Kim. *Asian J Atmos Environ.* 2014, **8-2**, 89–95.
7. Kim H.H., Teramoto Y., Negishi N., Ogata A. et al. *J Aerosol Sci.* 2014, **76**, 98–114.
8. Pongrác B., Kim H.H., Janda M., Martišovitéš V. et al. *J Phys D Appl Phys.* 2014, **47**, 315202.
9. Verdoolda S., Agostinhoc L.L.F., Yurterib C.U., Marijnissenb J.C.M. *J Aerosol Sci.* 2014, **67**, 87–103.
10. Inyong Park, Sang Bok Kim, Won Seok Hong, Sang Soo Kim. *J Aerosol Sci.* 2015, **89**, 26–30.
11. Григорьев А.И., Ширяева С.О. *ЭОМ.* **54**(2), 23–27.
12. Григорьев А.И. *ЖТФ.* 2009, **79**(4), 36–45.
13. Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. *Surf Eng Appl Electrochem.* 2009, **45**(6), 465–470.
14. Ширяева С.О. *ЖТФ.* 2011, **81**(6), 36–41.
15. Tonks L. *Phys Rev.* 1935, **48**, 562–568.
16. Wilson C.T., Taylor G.I. *Proc Cambridge Philos Soc.* 1925, **22**(5), 728–730.
17. Зубарев Н.М. *Письма в ЖЭТФ.* 2001, **73**(10), 613–617.
18. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белоножко Д.Ф., Климов А.В. *ЭОМ.* 2004, (4), 34–40.
19. Френкель Я.И. *ЖЭТФ.* 1936, **6**(4), 348–350.
20. Taylor G.I., McEwan A.D. *J Fluid Mech.* 1965, **22**(1), 1–15.
21. Остроумов Г.А. *Взаимодействие электрических и гидродинамических полей.* М: Наука, 1979. 320 с.
22. Ентов В.М., Ярин А.Л. *Итоги науки и техники.* Серия: Механика жидкости и газа. 1984, **17**, 112–197.
23. Eggers J. *Rep Prog Phys.* 2008, **71**(036), 1–79.
24. Жакин А.И. *УФН.* 2013, **183**(2), 153–177.
25. Macky W.A. *Proc Roy Soc London.* 1931, **133A**(822), 565–587.
26. Taylor G. *Proc Roy Soc London.* 1969, **A313**, 453–470.
27. Saville D. *Phys Fluids.* 1971, **14**(6), 1095–1099.
28. Абрамовиц М., Стиган И. *Справочник по специальным функциям.* М.: Наука, 1979. 830 с.
29. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Петрушов Н.А. *ЖТФ.* 2011, **81**(2), 16–22.
30. Григорьев А.И. *ЖТФ.* 2001, **71**(10), 1–7.

Summary

Under study were increments of instability of the capillary waves corresponding to the bending and deformation mode on the surfaces of a conductive charged cylindrical jet of the ideal incompressible liquid moving with a constant speed relative to ideal incompressible material dielectric environment. It is shown that though flexural and deformation waves are the last to be excited by the last, in comparison with axisymmetric and bending waves, their increment turns to be the biggest. The entire phenomenological picture of the realization of instability of a jet in the mode of "the branching jets" takes shape under a sequence of excitement of capillary waves of various symmetry. It is shown that the viscosity of a liquid plays an essential role in the realization of the mode of branching jets.

Keywords: charged jet, not axisymmetric capillary waves, branching jets.