

## ЭЛЕКТРООСАЖДЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ПРИМЕСИ ИЗ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ДВИЖЕНИИ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*\*Институт прикладной физики АН РМ,  
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD-2028, Республика Молдова  
Государственный аграрный университет Молдовы,  
ул. Мирчеица, г. Кишинев, MD-2049, Республика Молдова*

**1. Общие соображения.** В процессе электроосаждения примесей из дисперсной среды при ее прокачке в рабочей ячейки ( $ABCD$ , рис.1), например, в случае электрической очистки (ЭО), продольные составляющие скорости  $\vec{v}_0$  обычно малы, составляя  $v_0 \geq 0,1-1,0$  мм/с [1]. Малы также и скорости  $\vec{u}$  осаждения частиц на собирающий электрод ( $CD$ ) под воздействием внешнего постоянного электрического поля. Ввиду этого в целом (скорость  $\vec{V} = \vec{v}_0 + \vec{u}$ , рис. 1) движение частиц носит ламинарный характер. Однако, поскольку несущая фаза диэлектрическая, а электрические поля сильные ( $E \geq 2$  кВ/см), в среде возникают электроконвективные течения [2], что приводит к общей гидродинамической картине движения в виде ламинарного перемешивания.

Такое движение благоприятствует осадительному процессу, так как интенсифицирует частоту попадания частиц на осадительный электрод, играющий и роль ловушки для заряженных примесей, из-за возникновения на поверхности электродов сильных зеркальных электростатических взаимодействий [3, 4].

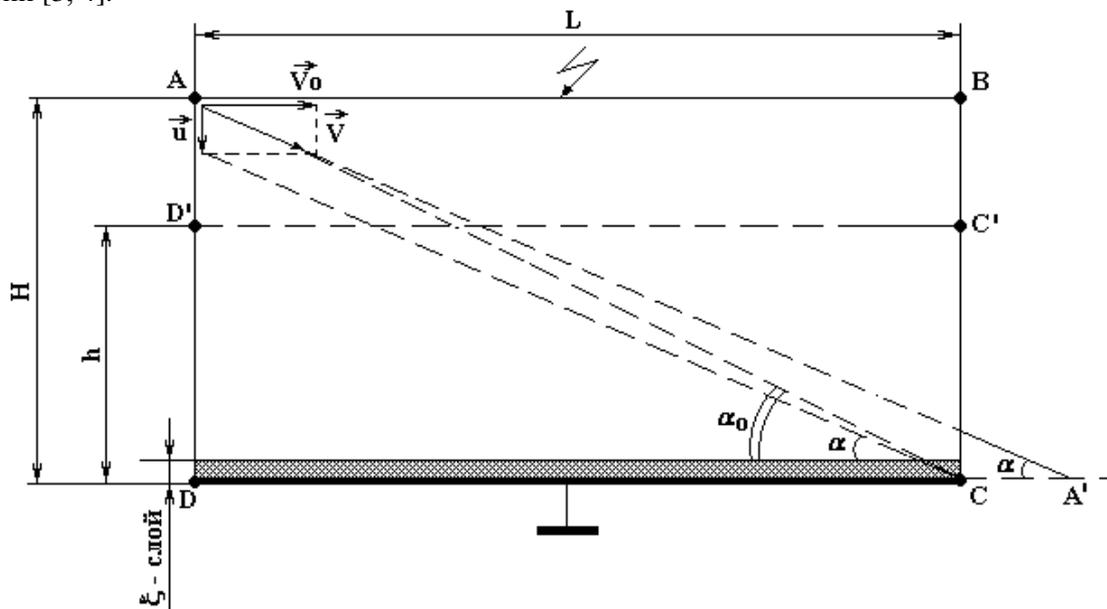


Рис. 1. Расчетная схема процесса электроосаждения.

Тем не менее, несмотря на беспорядочный характер движения дисперсной среды, усреднив, как и в случае турбулентности [5], уравнение Навье–Стокса по поперечному сечению ячейки, можно выделить продольную составляющую скорости. Подразумеваем под  $v_0$  скорость, которую можно определить как отношение расхода жидкости  $Q$  через ячейку к некоей эффективной площади поперечного сечения  $S$ :

$$\nu_0 \equiv Q/S. \quad (1)$$

Аналогично можно поступать и с поперечной составляющей скорости частиц  $\vec{u}$ , подразумеваемая под ней суммарную – усредненную миграционную составляющую –  $u_E$  и конвективную –  $u_0$ :

$$u = u_E + u_0. \quad (2)$$

Первое слагаемое в (2) можно определить по формуле

$$u_E = bqE, \quad (3)$$

где  $q$  – заряд частицы, а  $b$  – ее подвижность, в стоковом приближении равная,

$$b = \frac{1}{6\pi\eta a}; \quad (4)$$

$a$  – радиус частицы.

Конвективная составляющая в свою очередь состоит из двух частей: вынужденной, обусловленной прокачкой  $\nu_{\perp}$ , и электрической, обусловленной электроконвекцией –  $\nu_j$ . Последнюю можно оценить по электрическому току утечки в цепи высокого напряжения согласно формуле [2]:

$$\nu_j = c \cdot \frac{\nu}{l} \cdot \left( \frac{j}{\kappa} \frac{l^3}{\gamma \nu^2} \right)^m, \quad (5)$$

здесь  $\nu$  – кинематическая вязкость среды,  $l$  – характерный размер течения,  $j$  – характерная плотность тока,  $\kappa$  – подвижность заряженных частиц ( $\kappa = bq$ ), обуславливающих объемный заряд,  $\gamma$  – массовая плотность среды,  $c$  – коэффициент пропорции  $\sim 1$ .

Показатель степени  $1 \geq m \geq 0,5$ , причем уменьшается от  $m = 1$  в ламинарном режиме до  $m = 0,5$  – в турбулентном. Что касается  $\nu_{\perp}$ , то эту скорость можно оценить из общих соображений теории пограничного слоя [5]

$$\nu_{\perp} = c_0 \cdot \text{Re}^{-\frac{1}{2}} \cdot \nu_0, \quad (6)$$

где  $c_0$  – числовой эмпирический коэффициент пропорциональности ( $c_0 \sim 1$ ),  $\text{Re}$  – число Рейнольдса, равное  $\text{Re} = \frac{\nu_0 l}{\nu}$ .

Таким образом, окончательно будем иметь:

$$u = u_E + \nu_j + \nu_{\perp}. \quad (7)$$

Относительно характерных размеров –  $l$ , фигурирующих в условиях задачи, заметим, что если электрический ветер в жидкости [2] обуславливается насечками на лаковой изоляции проволоки, на которой подаются высокое напряжение  $U$  [1], то скорость в непосредственной близости к насечке определится плотностью тока от поверхности насечки и ее характерным размером. Поэтому течение представляется в виде струек, исходящих от отдельных точек поверхности. Усредненная по поверхности проволоки скорость, очевидно, будет определяться средней плотностью электрического тока, равной

$$j = I / \pi d_0 L, \quad (8)$$

где  $I$  – полный ток утечки через ячейку,  $d_0$  – диаметр проволоки,  $L$  – ее длина, совпадающая приблизительно с длиной ячейки [1]. Характерным размером будет не расстояние между электродами  $H$  а диаметр проволоки,  $l \equiv d_0$ . Напротив, в формуле для  $\text{Re}$  в (6) характерным размером будет не  $d_0$ , а  $l \equiv H$ , так как масштаб завихренностей (ламинарных) определится меньшим из поперечных размеров ячейки (предположительно –  $H$ ).

Переходим к основному вопросу – о влиянии вынужденного движения на остаточную концентрацию примесей на выходе из ячейки. Будем исходить из простейшей модели о ламинарном продольном течении со скоростью  $\nu_0$ , сквозь которое в поперечном направлении движутся частицы с постоянной скоростью  $u$ , определенной формулой (7). Полагая  $\vec{\nu}_0 = \text{const}$ ,  $\vec{u} = \text{const}$ , из рис. 1 заме-

чаем, что при указанных скоростях частица  $A$  из крайнего верхнего левого угла попадет в точку  $A'$ , за пределами осадительного электрода  $DC$ . Так как  $D'C \parallel AA'$ , то на этот электрод попадут частицы, находящиеся в слое ниже некоторого уровня  $h$ ; частицы верхнего слоя  $ABC'D'$  очистке подвергаться не будут, в то время как нижний слой  $DCC'D$  в идеальном случае полностью должен быть очищенным.

## 2. Остаточная концентрация на выходе из электрофилтра

Из сказанного следует, что концентрация на выходе из электрофилтра определится по формуле

$$\varphi(t) = \frac{m_0 + m_1}{M} = \frac{m_0}{M} + \frac{m_1}{M}, \quad (9)$$

где  $M$  – общая масса среды во всей ячейке,  $m_0$  – то же, части  $ABC'D'$ ,  $m_1$  – то же части  $DCC'D'$ . Первое слагаемое в (9) будет равно:

$$\frac{m_0}{M} = \frac{\gamma v_0 \varphi_0}{\gamma v} = \frac{\gamma B(H-h)\varphi_0}{\gamma BH} = \varphi_0(1-h^*), \quad (10)$$

$\varphi_0 = \varphi(0)$  – начальная концентрация,  $B$  – ширина ячейки, кроме того введена безразмерная высота очищаемого слоя

$$h^* \equiv h/H. \quad (11)$$

Из рис.1 видно, что

$$h = L \cdot \operatorname{tg} \alpha = L \cdot \frac{u}{v_0}. \quad (12)$$

Также заметим, что при малых скоростях, в том числе и в неподвижной жидкости, а еще точнее при

$$v_0 \leq v_{\text{окр}} = \frac{L}{H} \cdot u \quad (13)$$

все частицы должны попасть на собирающий электрод, по этому, строго говоря, формула для  $h$  имеет вид:

$$h = \begin{cases} H & \text{при } v_0 \leq v_{\text{окр}}, \\ L \cdot \frac{u}{v_0} & \text{при } v_0 > v_{\text{окр}}. \end{cases} \quad (14)$$

Поделив на  $H$  и  $v_{\text{окр}}$ , соответственно получим

$$h^* = \begin{cases} 1 & \text{при } v_0^* \leq 1, \\ \frac{Lu}{Hv_0} & \text{при } v_0^* > 1, \end{cases} \quad (14a)$$

причем  $*$  обозначает безразмерную продольную скорость

$$v_0^* \equiv \frac{v_0}{v_{\text{окр}}} = \frac{H}{L} \cdot \frac{v_0}{u}. \quad (15)$$

Таким образом, формулы (10) – (15) полностью определяют первую часть остаточной концентрации в общей формуле (2). Вторая часть, то есть  $m_1/M$  определится как для неподвижной среды (обозначим ее  $\varphi_1(t)$ ) [6]:

$$\varphi_1(t) = \varphi_{10} \cdot \frac{(1-v)e^{-\lambda t}}{1-ve^{-\lambda t}} \equiv \varphi_{10} \cdot \frac{1-v}{e^{\lambda t} - v}, \quad (16)$$

где в соответствующих формулах для  $\nu$  и  $\lambda$  из указанной работы [6] следует заменить  $l$ , обозначающее расстояние между электродами, на  $h$ , то есть на толщину обрабатываемого слоя. В формулах для напряженности поля  $E_0$   $l$  следует заменить на  $H$ , так как  $E_0$  определяется фактически расстоянием между электродами,  $l = H$ . В результате для остаточной концентрации при вынужденном движении окончательно получим (в нормированном виде  $\varphi^* \equiv \varphi/\varphi_0$ )

$$\varphi^* = 1 - h^* + h^* \cdot \frac{1 - \nu}{e^{\lambda t} - \nu}, \quad (17)$$

где (см. обозначения [6]) с учетом сделанных замечаний

$$\nu = \frac{|\rho_1| \cdot h \cdot \varphi_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 E_0}; \quad \lambda \equiv \frac{bqE_0(1 - \nu)}{h}; \quad (18)$$

$$E_0 \equiv \frac{U}{H} + \frac{\sigma_q}{\varepsilon_0 \varepsilon_2}; \quad \sigma_q = j(\tau_2 - \tau_1),$$

$U$  – разность потенциалов между электродами,  $\sigma_q$  – поверхностная плотность зарядов на границе раздела “осаждаемый  $\xi$  –слой-среда” (рис. 1),  $|\rho_1|$  – абсолютная величина плотности объемных зарядов в осаждаемом слое; индексы “1” и “2” относятся к слою и жидкости соответственно. Кроме того, учтено, что начальная концентрация для объема  $V_1$  равна  $\varphi_{10} = V_1/V = h/H = h^*$ . Для того, чтобы выяснить влияние каждого из параметров процесса ЭО на зависимость  $\varphi^*(t)$  представим ее в явном виде:

$$\varphi^*(t) = 1 - \frac{Lu}{H\nu_0} + \frac{Lu}{H\nu_0} \cdot \frac{1 - \frac{\rho_1 \cdot \varphi_0 \cdot L \cdot u}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 E_0 \nu_0}}{e^{\frac{bqE_0 \varphi_0}{Lu} \left(1 - \frac{\rho_1 \varphi_0 Lu}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 E_0 \nu_0}\right) t} - \frac{\rho_1 \varphi_0 Lu}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 E_0 \nu_0}}; \quad (19)$$

у  $\rho_1$  опущен знак модуля, подразумевая в дальнейшем абсолютную величину, которую можно найти по заряду  $q$  отдельных частиц и их концентрации в осевшем слое:

$$\rho_1 = nq = \frac{\gamma_1}{m_1} \cdot q = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \cdot \frac{3}{4\pi R_0^3} \cdot q, \quad (20)$$

где  $m_1$  – масса одной частицы;  $R_0$  – ее радиус;  $\gamma_1$  – массовая плотность слоя;  $\gamma_0$  – массовая плотность материала частицы, причем в простейшей модели проводящих частиц (емкостной зарядки)

$$q = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_2 \cdot R_0 \cdot U, \quad (21)$$

где согласно (18), (20)

$$U \cong E_0 l_E \Rightarrow \rho_1 \cong \frac{3\gamma_1 \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_0 l_E}{\gamma_0 R_0^2}, \quad (22)$$

(при предполагаемой малости  $\sigma_q$  из-за  $\tau_1 \approx \tau_2$ ),  $l_E$  – характерный размер применительно к расчету характерной напряженности  $E_0$ .

### 3. Обуждение полученных результатов. Качественное сравнение с экспериментом

Сначала выразим формулу (19) через  $h^*$ , с тем чтобы выяснить, как влияет вынужденное движение на остаточную концентрацию, ибо  $h^*$  обратно пропорционально  $\nu_0 \sim Q$ :

$$h^* = \frac{Lu}{H\nu_0} = \frac{LS \cdot u}{H \cdot Q} \equiv \frac{V \cdot u}{HQ}. \quad (23)$$

Будем иметь

$$\varphi^*(t) = 1 - h^* + h^* \cdot \frac{1 - \alpha_0 h^*}{e^{\beta_0 (1 - \alpha_0 h^*) t} - \alpha_0 h^*}, \quad (24)$$

где обозначено

$$\alpha_0 \equiv \frac{\rho_1 \varphi_0 H}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 E_0}; \quad \beta_0 \equiv \frac{bqE_0}{H}. \quad (25)$$

С увеличением расхода в соответствии с формулой (14а)  $h^*$  убывает от 1 до 0. Для предельных значений из (24) следует

$$\varphi^*(t) \Big|_{h^* \rightarrow 1} \rightarrow \frac{1 - \alpha_0}{e^{\beta_0 (1 - \alpha_0) t} - \alpha_0} \equiv \frac{1 - \nu}{e^{\beta t} - \nu}, \quad (26)$$

ибо  $\alpha_0 \rightarrow \nu$ ;  $\beta_0 (1 - \alpha_0) \rightarrow \beta$ ;

$$\varphi^*(t) \Big|_{R^* \rightarrow 0} \rightarrow 1. \quad (27)$$

Оба результата представляются естественными, так как в случае (26) жидкость считается неподвижной, как в работе [6], а в случае (27) – вся жидкость успевает пройти рабочую ячейку, не успев подвергаться обработке.

Формула (24) удовлетворяет предельным требованиям по времени  $t$ :

$$\varphi^*(t) \Big|_{t \rightarrow 0} \rightarrow 1 - h^* + h^* = 1 \quad (28)$$

$$\varphi^*(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 1 - h^* + h^* \cdot \frac{1}{\infty} = 1 - h^* = \varphi_\infty^* \quad (29)$$

в соответствии с экспериментальными данными [1, 6, 7] о наличии у  $\varphi^*(t)$  асимптоты  $\varphi_\infty^* \neq 0$ .

Для выяснения влияния самого электрического поля на процесс очистки перепишем формулу (19) с учетом (22), а также для определенности будем допускать  $u = \kappa E_0 = u_E$ .

Тогда получим:

$$\varphi^*(t) = \left(1 - \frac{L\kappa E_0}{H\nu_0}\right) + \frac{L\kappa E_0}{H\nu_0} \cdot \frac{1 - \frac{3\gamma_1 \varphi_0 l_E L\kappa E_0}{\gamma_0 R_0^2 \nu_0}}{e^{\frac{\nu_0}{L} \left(1 - \frac{3\gamma_1 \varphi_0 l_E L\kappa E_0}{\gamma_0 R_0^2 \nu_0}\right) t} - \frac{3\gamma_1 \varphi_0 l_E L\kappa E_0}{\gamma_0 R_0^2 \nu_0}}. \quad (30)$$

Из этой формулы прежде всего заметно, что  $\varphi_\infty^*$  убывает с ростом напряженности поля (слагаемая в круглых скобках за знаком “=”), то есть степень очистки в стационарном режиме ( $t \rightarrow \infty$ ) возрастает. А поскольку формула (30) содержит  $E_0$  всюду в виде дроби  $E_0/\nu_0$ , то представляется, что влияние поля на процесс очистки качественно противоположно влиянию вынужденной прокачки.

Типичный вид экспериментальных зависимостей  $\varphi^*(t)$  при различных расходах и напряжениях  $U$  показан на рис. 2, 3 [1, 6, 7]. Аналогичные кривые описывает и формула (17).

Относительно количественной стороны вопроса необходимо отметить, что модель слоистого ламинарного течения жидкости через электрофильтр, имеющий форму параллелепипеда (рис. 1) слишком идеализирована. Реальный электрофильтр содержит обычно различные приспособления для улавливания частиц (“ловушки”) и их траектории гораздо сложнее, нежели представленные на рис. 1. Однако ситуацию можно скорректировать поправочными эмпирическими коэффициентами и

прежде всего в формулах для  $h^*$ , ибо они так или иначе содержат эффективные параметры рассматриваемого процесса. Более того, допускается обобщение формулы (17) путем введения некоей степени у  $h^*$ , то есть заменой  $h^* \rightarrow (h^*)^m$ , где формула (17) выступает частным случаем при показателе степени  $m = 1$ . Причем эта модификация тем более приемлема, поскольку она не влияет на предельные случаи.

В целях получения расчетных обобщенных зависимостей (типа критериальных) формулу (17) предпочтительней представить в виде ( $m = 1$  – частный случай (17))

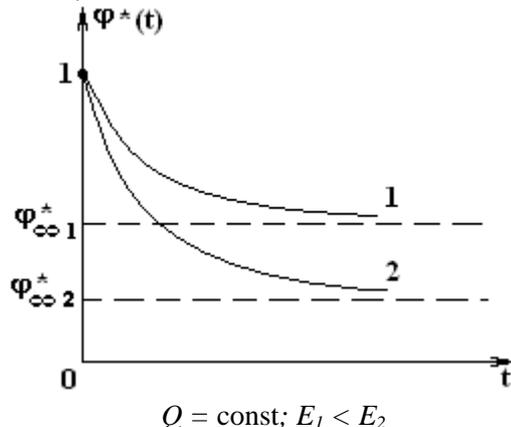
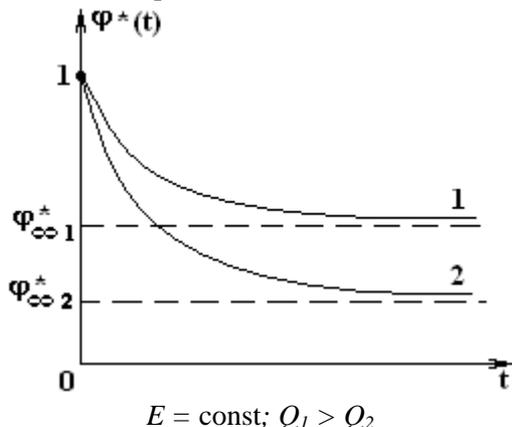


Рис. 2. Зависимость остаточной концентрации  $\varphi^*$  примеси от времени обработки  $t$  при постоянной напряженности поля  $E = \text{const}$  и различных расходах жидкости  $Q$ .  $Q_1$  (кривая 1) и  $Q_2$  (2);  $Q_1 > Q_2$ .

Рис. 3. Зависимость остаточной концентрации примеси  $\varphi^*$  от времени обработки  $t$  при постоянном расходе  $Q = \text{const}$  и различных напряженностях поля  $E$ .  $E_1 < E_2$ ,  $E_1$  (кривая 1),  $E_2$  (2).

$$\varphi^* = 1 - (h^*)^m \cdot \frac{1 - e^{-\lambda t}}{1 - \nu e^{-\lambda t}}, \quad (31)$$

откуда прозрачнее просматриваются частные предельные случаи. Возможно, потребуется модификация  $h^*$  в формулах (18) для  $\lambda$  и  $\nu$ . Все это, однако, послужит предметом дальнейших исследований и обработки экспериментальных данных.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Болога М.К., Кожухарь И.А., Гросу Ф.П., Леу В.И. Исследование процесса очистки диэлектрических жидкостей от механической примеси в электрическом поле. 2001. № 5. С. 34–39.
2. Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А. Электроконвекция и теплообмен. Кишинев, 1977.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М. 1957.
4. Миролюбов Н.Н., Костенко М.В. и др. Методы расчета электрогидродинамических полей. М., 1963.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М., 1986.
6. Гросу Ф.П., Болога М.К., Кожухарь И.А., Леу В.И. К теории очистки диэлектрических жидкостей от механической примеси в постоянном электрическом поле // Электронная обработка материалов. Кишинев, 2001. № 6. С. 35–40.
7. Болога М.К., Кожухарь И.А., Гросу Ф.П., Леу В.И. Релаксационные процессы в электрогидродинамике. Современные проблемы электродинамики и электрогидродинамики жидкостей // Сб. докладов VI Международной научной конференции. Санкт-Петербург, июнь 2000. С. 210–213.

Поступила 24.05.2002

#### Summary

A calculation of the process of electric precipitation of mechanical impurities from the dielectric liquid at its forced movement in DC field is presented. The model takes into consideration electroconvective flow and shear character of laminar flow of the liquid through the electrofilter. Formula for calculation of residual impurity concentration is obtained.