

А.И. Григорьев, В.А. Коромыслов, М.В. Рыбакова

О ФОРМЕ ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОЛЯХ

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
ул. Советская, 14, г. Ярославль, 150000, Россия*

Явление неустойчивости поверхности капли по отношению к собственному или индуцированному заряду представляет интерес в связи с многочисленными приложениями в геофизике, технической физике, технологии и научном приборостроении (см., например, [1, 2] и указанную там литературу). Но большая часть исследований по этому вопросу связана с интересом к элементарным процессам внутри грозового облака. Так, согласно существующим качественным представлениям зарождение разряда линейной молнии связано с зажиганием коронного разряда в окрестности крупной капли или обводненной градины (с реализацией неустойчивости заряженной поверхности капли воды) [3, 4]. Тем не менее такие представления не находят подтверждения в натуральных измерениях в грозовых облаках. Максимальные величины измеряемых собственных зарядов капель и внутриоблачных электрических полей много меньше [5] необходимых для реализации неустойчивости поверхности капли по отношению к собственному и индуцированному зарядам [6]. По всей видимости, при построении физической модели инициирования разряда молнии упускается какой-то важный фактор, например, аэродинамическое давление в окрестности падающей капли, которое согласно [7, 8] приводит к снижению критических условий реализации неустойчивости свободной поверхности капли. Важным представляется и вопрос о равновесной форме заряженной капли, движущейся как параллельно, так и перпендикулярно внешнему электростатическому полю, поскольку аналитическое исследование устойчивости поверхности капли без знания ее формы не реально. Но если для коллинеарных аэродинамического и электрического полей некоторые аналитические результаты получены [9], то для взаимно перпендикулярных аэродинамического и электрического полей до сих пор никаких аналитических исследований не проведено. Сказанное делает последнюю ситуацию наиболее актуальной, поскольку как в естественных грозовых условиях, так и в условиях экспериментов скрещенные аэродинамическое и электрическое поля представляются часто встречающимися [10–13].

В связи со сказанным найдем равновесную форму капли идеальной несжимаемой жидкости с зарядом Q , обдуваемой ламинарным потоком газа плотностью ρ и скоростью \vec{U} , направленным перпендикулярно внешнему однородному электростатическому полю: $\vec{U} \perp \vec{E}_0$. Введем декартову систему координат с началом в центре капли, в которой вектор \vec{E}_0 ориентирован вдоль орта \vec{n}_z , а вектор \vec{U} – вдоль орта \vec{n}_x . Примем, что скорость потока \vec{U} много меньше скорости звука в газе и будем моделировать газ идеальной несжимаемой жидкостью.

Сферическая форма и радиус R изолированной капли идеальной несжимаемой жидкости при $Q = 0$, $E_0 = 0$, $U = 0$ легко находятся из условия баланса давлений на ее поверхности:

$$\frac{2\sigma}{R} = \Delta p,$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, Δp – перепад постоянных давлений в капле и среде.

Пусть теперь $Q \neq 0$, $E_0 \neq 0$, $U \neq 0$. Тогда равновесная форма капли будет уже не сферической. Новую равновесную форму капли в сферической системе координат, в которой угол θ отсчи-

тывается от направления поля \vec{E}_0 , а угол φ – от направления скорости потока \vec{U} , представим в виде

$$r(\theta) = R + h(\theta, \varphi) \equiv R + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{m=n} A_n^m \cdot Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (1)$$

В выражении (1) $Y_n^m(\theta, \varphi)$ – ненормированные сферические функции; A_n^m – амплитуды отдельных мод; $\mu \equiv \cos(\theta)$; $h(\theta, \varphi)$ – виртуальное искажение сферической поверхности капли. Будем искать возмущение сферической поверхности $h(\theta, \varphi)$ (амплитуды возмущенных мод A_n^m) опять же из условия баланса давлений на равновесной поверхности капли:

$$p_\sigma = \Delta p + p_E + p_U, \quad (2)$$

определяя слагаемые, стоящие в правой части (2), на исходной сферической поверхности, а лапласовское давление p_σ , стоящее в левой части (2), – на виртуально возмущенной сферической поверхности. Согласно сказанному p_E – электростатическое давление поля собственного и поляризационного зарядов на поверхность сферической капли; p_U – аэродинамическое давление на поверхность сферической капли со стороны обдувающего ее ламинарного потока газа.

Будем искать амплитуды мод A_n^m , которые возбуждятся в результате взаимодействия виртуального возмущения $h(\theta, \varphi)$ с электрическим и аэродинамическим полями в окрестности электропроводной сферической капли. Для этого выпишем на основе [14, 15] выражения для давлений на виртуально искаженную сферическую поверхность капли p_σ , p_E и p_U в виде разложений по сферическим функциям:

$$p_\sigma = \frac{2\sigma}{R} - \frac{\sigma}{R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{m=n} [2 - n(n+1)] A_n^m \cdot Y_n^m(\theta, \varphi); \quad (3)$$

$$p_E = \frac{1}{8\pi} \left\{ 3E_0^2 [Y_0^0(\theta, \varphi) + 2Y_2^0(\theta, \varphi)] + 6E_0 \frac{Q}{R^2} Y_1^0(\theta, \varphi) + \frac{Q^2}{R^4} Y_0^0(\theta, \varphi) \right\}; \quad (4)$$

$$p_U = \frac{9}{8} \rho U^2 \left[\frac{2}{3} Y_0^0(\theta, \varphi) + \frac{1}{3} Y_2^0(\theta, \varphi) - \frac{1}{6} Y_2^{-2}(\theta, \varphi) \right]. \quad (5)$$

Подставим (3) – (5) в (2) и, приравнявая коэффициенты при сферических функциях равного порядка, найдем амплитуды возбуждившихся мод. Несложно видеть из (4) – (5), что могут возбуждаться лишь четыре моды: $\sim Y_0^0(\theta, \varphi)$, $\sim Y_1^0(\theta, \varphi)$, $\sim Y_2^0(\theta, \varphi)$ и $\sim Y_2^{-2}(\theta, \varphi)$. Мода $\sim Y_1^0(\theta, \varphi)$ соответствует трансляционному движению капли и на ее форме не сказывается. Амплитуды остальных возбуждившихся мод легко рассчитываются, но в амплитуду моды: $\sim Y_0^0(\theta, \varphi)$ входит неизвестный перепад постоянных давлений Δp и поэтому A_0^0 удобнее рассчитать через A_2^0 и A_2^{-2} на основе условия постоянства объема капли несжимаемой жидкости. Для A_2^0 и A_2^{-2} получим соотношения:

$$\frac{A_2^0}{R} = \frac{3}{16\pi} \omega - \frac{3}{22} \text{We}; \quad \frac{A_2^{-2}}{R} = -\frac{3}{64} \text{We}; \quad (6)$$

$$\omega \equiv E_0^2 R \sigma^{-1}; \quad \text{We} \equiv \rho U^2 R \sigma^{-1}.$$

Параметр ω характеризует устойчивость капли по отношению к индуцированному заряду и его критическое значение, при достижении которого капля становится неустойчивой, равно $\approx 2,6$ [16]. We – число Вебера для сферы в потоке газа плотностью ρ .

Выражение для амплитуды A_0^0 , рассчитанное из условия постоянства объема, оказывается квадратичным по амплитудам A_2^0 и A_2^{-2} , и при расчетах в линейном по амплитуде деформации приближение учитываться не должно.

Уравнение поверхности трехосного эллипсоида в сферической системе координат с началом в центре эллипсоида, в приближении, линейном по квадратам эксцентриситетов e и e_0 ,

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{c^2}; \quad e_0^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}; \quad (7)$$

эллипсов, получающихся при сечении трехосного эллипсоида плоскостями $x=0$ и $z=0$ декартовой системы координат, имеет вид:

$$\frac{r(\theta, \varphi)}{b} = \left\{ \left[1 + \frac{1}{6}e^2 + \frac{1}{6}e_0^2 \right] Y_0^0(\theta, \varphi) + \left[\frac{1}{3}e^2 - \frac{1}{6}e_0^2 \right] Y_2^0(\theta, \varphi) + \frac{1}{12}e_0^2 Y_2^{-2}(\theta, \varphi) + O(e^4; e_0^4) \right\}, \quad e^2 \ll 1, \quad e_0^2 \ll 1. \quad (8)$$

Сравнивая найденные выражения для амплитуд A_2^0 и A_2^{-2} (6) с коэффициентами при $Y_2^0(\theta, \varphi)$ и $Y_2^{-2}(\theta, \varphi)$ в выражении (8), несложно видеть, что фигура, к которой деформируется исходная сферическая капля, является трехосным эллипсоидом, у которого

$$e^2 = \frac{9}{16\pi} \omega, \quad e_0^2 = -\frac{9}{16} We. \quad (9)$$

Трехосный эллипсоид, характеризуемый такими значениями эксцентриситетов e и e_0 , в соответствии с (7) вытянут вдоль оси OZ и сплюснут вдоль оси OX .

Наличие на капле заряда Q в использованном приближении, когда исходная капля принималась сферической, на величинах ее деформации вдоль \vec{U} и \vec{E}_0 никак не сказалось, хотя согласно [6] заряд Q должен по крайней мере увеличивать амплитуду деформации капли вдоль поля \vec{E}_0 и согласно [9] увеличивает степень сплюснутости капли вдоль \vec{U} .

Заключение

Равновесная форма заряженной капли в перпендикулярных электростатическом и гидродинамическом полях в приближении, линейном по амплитудам деформации, является трехмерным эллипсоидом. Заряд капли в указанном приближении на форме капли не сказывается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев А.И. Неустойчивости заряженных капель в электрических полях (обзор) // Электронная обработка материалов. 1990. № 6. С. 23–32.
2. Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И. Деление заряженных капель во внешнем электрическом поле на части сравнимых размеров (обзор) // Электронная обработка материалов. 2000. № 4. С. 17–28.
3. Дячук В.А., Мучник В.М. Коронный разряд обводненной градины как основной механизм инициирования молнии // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 1. С. 60–63.
4. Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. The Possible Physical Mechanism of Initiation and Growth of Lightning // Physica Scripta. 1996. V. 54. P. 660–666.
5. Мазин И.П., Хргиан А.Х., Имянитов И.М. Облака и облачная атмосфера. Справочник. Л., 1989.
6. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белафина Е.И. Равновесная форма заряженной капли в электрическом и гравитационном полях // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 6. С. 27–34.

7. Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О. Неустойчивость заряженной сферической капли, движущейся относительно среды // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 5. С. 7–14.
8. Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О. Неустойчивость заряженной сферической вязкой капли, движущейся относительно среды // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 7. С. 26–34.
9. Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Рыбакова М.В., Ширяева С.О. О равновесной форме капли, движущейся относительно среды // Электронная обработка материалов. 2002. № 1. С. 41–45.
10. Macky W.A. Some investigations on the deformations and breaking of water drops in strong electric field // Proc. Roy. Soc. London. 1931. V. 133. N. A822. P. 565–587.
11. Matthews T.B. Mass loss and distortion of freely water drops in an electric field // J. Geophys. Res. 1967. V. 72. P. 3007–3013.
12. Ausman E.L., Brook M. Distortion and disintegration of water drops in strong electric fields // J. Geophys. Res. 1967. V. 72. P. 6131–6141.
13. Latham J, Mayers V. Loss of charge and mass from raindrops falling in intense electric fields // J. Geophys. Res. 1970. V. 75. N. 3. P. 515–520.
14. Григорьев А.И., Ширяева С.О. Равновесная форма проводящей капли в электрическом поле // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 9. С. 1863–1866.
15. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Часть 1. М., 1963.
16. Taylor G. Disintegration of water drops in an electric field // Proc. Roy. Soc. A. 1964. V. 280. P. 383–397.

Поступила 08.05.2002

Summary

On the basis of the analysis of a equation of balance of pressures on a surface of a charged drop of an ideal incompressible fluid moved perpendicularly to a uniform electric field, is found, that in linear on amplitude of a deformation an approximation its equilibrium shape is an ellipsoid.

Л. З. Богуславский, А. И. Вовченко, Н. И. Кускова

СИНТЕЗ ФУЛЛЕРЕНОВ В ПРОЦЕССЕ ЭЛЕКТРОВЗРЫВА ГРАФИТОВЫХ ПРОВОДНИКОВ

*Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины,
пр. Октябрьский, 43А, г. Николаев, 54018, Украина*

Введение

Поиск оптимального промышленного способа получения фуллеренов из графита остается актуальным направлением исследований прикладной физики. Известный электродуговой способ получения фуллеренов [1, 2] включает генерацию низкотемпературной углеродной плазмы, разлет и охлаждение которой в условиях низкого давления приводит к синтезу замкнутых сферических или сфероидальных кластеров углерода C_n . Генерация углеродной плазмы и ее последующее расширение могут быть осуществлены также и при таких видах высоковольтного электрического разряда, как электрический взрыв (ЭВ) графитовых проводников и электрический пробой (ЭП) углеродсодержащих материалов. При реализации ЭВ или ЭП твердых веществ, погруженных в жидкость, можно исключить необходимость создания в разрядной камере низких давлений, механического извлечения (соскабливания) получаемой в процессе разряда сажи и помещения ее в неполярные растворители, используя последние в качестве рабочей жидкости.

Целью настоящей работы является исследование продуктов, полученных при разных видах воздействия электрических разрядов на графитовые материалы, и условий, необходимых для синтеза фуллеренов в процессе ЭВ графитовых проводников.