

## ТЕРМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛОВ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗРУШЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ ПРИ ЭЛЕКТРОВЗРЫВЕ

*Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины,  
пр. Октябрьский, 43-А, г. Николаев, 54018, Украина*

При моделировании технологических процессов, использующих электрический взрыв металлических проводников (ЭВП) для импульсной обработки металлов давлением [1], нанесения металлических покрытий [2] и др. зачастую необходимо физически правильно и количественно точно (по крайней мере с точностью эксперимента) описывать поведение термодинамической поверхности взрываемого металла в широкой области параметров. Учитывая, что точность эксперимента по измерению теплофизических параметров металла при ЭВП не превышает 10% [3], использовать дорогостоящий доступ к банкам теплофизических данных в вычислительных программах пользователя не имеет смысла, да и не всегда возможно, так как система хранения данных не всегда бывает для этого достаточно гибкой. Для проведения сквозных газодинамических расчетов и других циклических вычислений в широком интервале изменения физических условий удобно использовать широкодиапазонные уравнения состояния, осуществляющие адекватное описание свойств вещества в обширной области фазовой диаграммы, желательного аналитического вида – то есть без явного выделения границ областей твердых, жидких и газообразных фаз, чтобы избежать громоздких численных расчетов. Общепринятым подходом в этом случае является конструирование полуэмпирических моделей, в которых общий вид функциональной зависимости устанавливается на основании теоретических соображений, а для определения численных значений коэффициентов в этих зависимостях используются данные эксперимента.

Теоретически обоснованной формой уравнения состояния для умеренно сжатого газа является вириальное разложение [4]

$$\frac{PV}{NT} = 1 + \frac{N}{V} B(T) + \left(\frac{N}{V}\right)^2 C(T) + \left(\frac{N}{V}\right)^3 D(T) + \dots, \quad (1)$$

где  $N$  – переменная вириального разложения;  $B$ ,  $C$ ,  $D$  – вириальные коэффициенты разложения, частным случаем которого является известное уравнение состояния Ван-дер-Ваальса (которое как раз реализует идею непрерывности газообразного и жидкого состояния). Для его получения необходимо ограничиться только вторым вириальным коэффициентом  $B(T)$  и взять его в виде  $B(T) = 1 - a/T$ :

$$Z = \frac{PV}{RT} = \frac{V}{V - b} - \frac{a}{RTV}. \quad (2)$$

В интерполяционной форме, перейдя к безразмерным переменным

$$p = \frac{P}{P_c}; \quad x = \frac{\rho}{\rho_c}; \quad \tau = \frac{T}{T_c}; \quad z = Z_c = \frac{P_c}{RT_c \rho_c},$$

где индексом “с” обозначены значения параметров в критической точке, уравнение Ван-дер-Ваальса можно представить в виде

$$p = \left( 1 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x^2 + \dots + \frac{1}{3^n}x^n + \dots \right) \frac{x\tau}{z} - 3x^2. \quad (3)$$

Переход к приведенным значениям температуры и плотности применяется обычно при конструировании уравнений состояния для повышения устойчивости решения системы уравнений при определении подгоночных констант.

Вместо полного вириального разложения с теоретическими коэффициентами на практике обычно применяют так называемые квазивириальные уравнения – конечные многочленные разложения по степеням плотности или давления с температурными функциями произвольного вида, содержащими параметры, которые являются эмпирическими подгоночными константами. Зачастую для улучшения аппроксимационных свойств квазивириальных уравнений дополнительно к многочленной структуре вводятся трансцендентные добавки. Наиболее простую, на наш взгляд, из возможных форм подобного рода можно представить в виде

$$p = \frac{\tau x}{z} + Ax^2 e^{-Dx}. \quad (4)$$

Константы этого уравнения можно определить по условиям в критической точке:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x_c} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right|_{x_c} = 0. \text{ Решая несложную систему уравнений и выбирая только корни, которые дают}$$

правильные знаки перед составляющими, определяющими силы отталкивания и притяжения, соответственно получим  $z = 0,2929$ ;  $A = -4,3370$ ;  $D = 0,5858$ . Как и в случае уравнения Ван-дер-Ваальса, константы являются функциями критических параметров:

$$A = \frac{z-1}{z} \exp\left(\frac{2z-1}{z-1}\right); \quad D = \frac{2z-1}{z-1}.$$

На основании результатов, приведенных в работе [5], и ряда справочных данных, нами проведен расчет фактора сжимаемости  $z$  в критической точке для более чем 50 металлов. Оказалось, что для большинства металлов это значение лежит в пределах  $z = 0,284 \pm 10\%$  (исключение составляют щелочные металлы). Можно предположить, что для этих металлов выполняется принцип соответственных состояний, то есть существует такое приведенное уравнение состояния, которое в некоторой области справедливо для всей группы металлов с одинаковым значением  $z$ . Учитывая, что для предложенного нами уравнения состояния (4)  $z = 0,2929$ , то есть отличие от экспериментальных значений не превышает 3%, можно предположить, что оно с хорошей степенью точности работает в не очень далекой от критической точки области. Для уравнения Ван-дер-Ваальса, кстати, это значение равно  $z = 0,3333$ , то есть отличие от экспериментальных значений составляет 15–20%.

Размеры области, в которой локальное уравнение состояния (4) выполняется с допустимой точностью, можно попытаться определить с помощью следующих соображений. Согласно [6] имеется еще ряд соотношений, которые характеризуют фазовые переходы жидкость – пар и твердое тело – жидкость. По правилу Кларка температуры плавления различных веществ соответствуют одинаковым долям от критической температуры  $T_{пл}/T_c = 0,44$ . Температуры кипения жидкости при атмосферном давлении (правило Гульдберга – Гюи)  $T_{кун}/T_c = 0,64$ . Для металлов (проверка проведена для тех же 50 металлов) эти соотношения не выполняются:  $T_{кун}/T_c$  лежит в пределах 0,3–0,4. Лишь для 5 металлов это отношение составляет 0,5–0,7. Таким образом, уже в области равновесного кипения это уравнение требует корректировки – по крайней мере, его тепловая составляющая. Для ее корректировки используем подход к построению уравнения состояния [7], позволяющий представить давление в среде  $p$  в виде суммы тепловой  $p_T$  и “холодной”, или упругой составляющих

$$p = p_T + p_x. \quad (5)$$

В рамках этого подхода для уравнения Ван-дер-Ваальса, ограничиваясь вторым членом разложения, тепловая составляющая имеет вид

$$p_T = \frac{1}{z} \tau x + b \frac{1}{z} \tau x^2. \quad (6)$$

В более общем случае можно предположить, что тепловая составляющая имеет вид

$$p_T = \frac{1}{z} \tau x + K_m \frac{1}{z} (1 - \tau) x^2, \quad (7)$$

поскольку выражения вида  $(\tau-1)$ ,  $(1-\tau)$  или  $(1 - \tau^\alpha / x^\beta)$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – целые числа, более адекватно описывают поведение системы в окрестности критической точки. При этом можно показать, что замена функции  $(1-\tau)$  на  $(\tau-1)$  приводит лишь к изменению знака коэффициента  $K_m$ . Коэффициент пропорциональности  $K_m$  необходимо определить, исходя из соотношений, описывающих поведение системы вдали от критической точки. Для этого можно воспользоваться известным [7] соотношением

$$\frac{dP_T}{dT} = \beta_T / \chi, \quad (8)$$

позволяющим выразить зависимость тепловой компоненты от термодинамических параметров среды:  $\beta_T$  – коэффициент объемного теплового расширения,  $\chi$  – изотермическая сжимаемость среды. Используя в качестве первого приближения уравнение (6) и соотношение (8), при  $T \rightarrow T_0$ ,  $\rho \rightarrow \rho_0$ , пренебрегая членами второго порядка малости, можно получить

$$K_m = \frac{z T_c \beta_T}{P_c \chi x_0^2} - \frac{1}{x_0}. \quad (9)$$

Здесь  $x_0 = \rho_0 / \rho_c$ , индекс “0” относится к значениям параметров при нормальной температуре (0–20°C).

Если учесть более сложный вид зависимости

$$\frac{dP_T}{dT} = \frac{\beta_T}{\chi(1 - \beta_T)}, \quad (10)$$

предложенный в [8], то после соответствующих преобразований коэффициент  $K_m$  можно записать в виде

$$K_{m_1} = \frac{K_{m_0}}{1 + 2\beta_T T_c}, \quad (11)$$

где  $K_{m_0}$  – полученный выше (9).

Использование тепловой составляющей давления  $p_T$  в виде (7) с коэффициентом (11) позволяет косвенным образом учесть влияние фазовых переходов на изменение термодинамических параметров. Произведение  $\beta_T T_c$  некоторым образом учитывает эффективное увеличение объема при изменении температуры до критической. Обозначим его как  $S_c = \beta_T T_c$ . Соответственное изменение объема при увеличении температуры до температуры плавления обозначим через  $S_n = \beta_T T_{пл}$ . Здесь можно также учесть и относительное изменение объема при плавлении (обозначим его  $\Delta$ ). Тогда после несложных преобразований имеем

$$K_{m_n} = \frac{K_{m_0} + S_n / x_0}{1 + 2S_c - 3S_n}. \quad (12)$$

Таким образом, термическое уравнение состояния металлов для области параметров, простирающейся от температуры плавления до окрестности критической точки, можно записать в виде

$$p = \frac{\tau x}{z} + \frac{(1-\tau)x^2}{z} \cdot \frac{K_{m_0} + S_n/x_0}{1 + 2S_c - 3S_n} + Ax^2 e^{-Dx}, \quad (13)$$

где  $K_{m_0}$  берется в виде (9).

Для проверки работоспособности уравнения (13) был построен ряд его изотерм и проведено сравнение полученных результатов для ряда металлов в интервале параметров, где имеются достаточно надежные результаты. Первым обнадеживающим результатом является то, что изотермы уравнения (13) в области температур  $\tau \geq 0,4$  уже не содержат отрицательных давлений, в отличие от уравнения Ван-дер-Ваальса, у которого это наблюдается только для  $\tau \geq 0,9$ . Кроме того, сравнение полученных результатов с данными работы [5] для области критической точки дает хорошее совпадение, что, впрочем, не удивительно в контексте вышесказанного.

Таким образом, для проведения газодинамических расчетов, при моделировании разрушения металлических проводников в процессе электровзрыва, расчете и оценках параметров металлов в различных технологических процессах уравнение (13) можно использовать для получения информации о термических характеристиках металлов в области температур, где получение этих данных затруднено или пока вообще невозможно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Кривицкий Е.В.* Динамика электровзрыва в жидкости. Киев, 1986.
2. *Богуславский Л.З., Кускова Н.И., Хайнацкий С.А.* К вопросу о нанесении покрытий электрическим взрывом проводников в жидкости // Электронная обработка материалов. 2000. № 2. С. 5–9.
3. *Коваль С.В., Кускова Н.И., Ткаченко С.И.* Исследование механизма электрического взрыва проводников и теплофизических характеристик жидких металлов // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35. № 6. С. 876–879.
4. *Мейсон Э., Сперлинг Т.* Вириальное уравнение состояния. М., 1972.
5. *Фортон В.Е., Дремин А.Н., Леонтьев А.А.* Оценка параметров критической точки // Теплофизика высоких температур. 1975. Т.13. № 5. С. 1072–1080.
6. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., 1966.
7. *Вукалович М.П., Новиков И.И.* Уравнение состояния реальных газов. М.–Л., 1948.
8. *Крячко В.М.* Вычисление “тепловой” и “холодной” компонент внутреннего и акустического давления в жидкости // Акустический журнал. 1988. Т. 34. Вып.2. С. 267–272.

*Поступила 17.04.2002*

## Summary

In the work a simple kvazivirial equation of state for metals intended for electric, hydrodynamic and magnetohydrodynamic model of electric explosion of wires is proposed. Dependence of temperature for the elastic component of pressure is determined. It is shown, that the head component of pressure can be expressed through the known thermodynamic parameters of metals – the coefficient of volumetric thermal expansion and isothermal compressibility. The simplified approach which permits to take indirectly into account the influence of phase transients on the values of the equation coefficients. The accuracy of the proposed equation is evaluated in wide temperature range.