# Униполярная модель электрического ветра, вызванного положительным коронным разрядом

\*А. В. Самусенко, Ю. Ф. Сафронова, Ю. К. Стишков

Научно-образовательный центр «Электрофизика» физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета, ул. Ульяновская, 1, Старый Петергоф, г. Санкт-Петербург, 198504, Россия, \*e-mail: andreys2004v@yandex.ru

Представлена модель положительной короны в униполярном приближении при наличии граничного условия на скорость изменения потока ионов из чехла коронного разряда. Результаты моделирования сравниваются, с одной стороны, с экспериментальными измерениями поля скоростей электрического ветра PIV-методом, с другой – с более точным, но и более ресурсоемким дрейфово-диффузионным приближением. Униполярная модель показала соответствие с экспериментом и дрейфово-диффузионной моделью для скоростей во всей исследуемой области, кроме узкой зоны вблизи иглы и на оси симметрии системы электродов.

Ключевые слова: коронный разряд, электрический ветер, униполярное приближение, дрейфоводиффузионное приближение, компьютерное моделирование.

#### УДК 537.523.3

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Электрический ветер – течение газа, сопровождающее коронный разряд [1]. Течение электрического ветра направлено от коронирующего электрода и имеет обычно вид тонкой интенсивной струи. Практическое использование электрического ветра весьма обширно: от систем воздушного охлаждения [2–5] до создания летательных аппаратов [6–7], управления аэродинамикой крыльев и других объектов [8–13]. Также электрический ветер может играть существенную роль в системах очистки от органических загрязнений с помощью коронного разряда [14].

Компьютерное моделирование электрического ветра расширяет возможности анализа экспериментальных данных, может быть полезным конструировании новых при технических устройств на его основе. В основном компьютерное моделирование проводится в так называемом униполярном приближении [15], поскольку более полные системы уравнений (например, дрейфово-диффузионное приближение [16]) требуют значительных вычислительных ресурсов. В рамках униполярного приближения встает вопрос о выборе условия на поверхности коронирующего электрода, описывающего чехол коронного разряда. Традиционно это условие выбирается на основании эмпирически установленных закономерностей [15]. В [17] предложено граничное условие, выведенное из системы уравнений в дрейфово-диффузионном приближении. Показано, что применение данного граничного условия позволяет добиться хорошего соответствия экспериментальной и расчетной вольт-амперной характеристик, а также поля скоростей электрического ветра. Однако вывод условия осуществлен для коронного разряда отрицательной полярности, в частности, оно содержит коэффициент вторичной ионно-электронной эмиссии. При положительной полярности высоковольтного электрода в чехле короны нет ионно-электронной эмиссии, поэтому встает вопрос о возможности введения подобного условия для случая положительной полярности.

## ВЫБОР ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ НА КОРОНИРУЮЩЕМ ЭЛЕКТРОДЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ПОЛЯРНОСТИ

В [17] показано, что в случае короны отрицательной полярности система уравнений дрейфово-диффузионного приближения внутри чехла коронного разряда сводится к соотношению:

$$\frac{\partial j_e}{\partial t} = j_e \frac{\gamma e^M - 1}{\tau},$$
  
где  $\tau = \int_0^b \frac{ds}{\mu_+ E(s)}, \quad M = \int_0^b \alpha (E(s)) ds, \quad (1)$ 

где  $j_e$  – поток электронов из чехла коронного разряда во внешнюю зону; M – число ионизационных столкновений;  $\tau$  – время пролета положительного иона от границы чехла коронного разряда до коронирующего электрода;  $\alpha(E)$  – зависимость коэффициента ионизации от напряженности электрического поля;  $\gamma$  – коэффициент вторичной ионно-электронной эмиссии;  $\mu_+$  – подвижность положительных ионов. Интегрирование ведется вдоль силовой линии электрического поля (рис. 1) от коронирующего электрода (s = 0) до границы чехла коронного разряда (s = b). Формально граница чехла коронного разряда определяется условием  $\alpha = 0$ .



**Рис. 1.** Интегрирование вдоль силовой линии электрического поля; *s* – координата вдоль силовой линии; *a* – координата вдоль поверхности коронирующего электрода, параметризующая силовые линии.

При этом подразумевается выполнение следующих условий: 1) подвижность электронов гораздо больше подвижности ионов; 2) напряженность электрического поля в области чехла неизменна во времени (однако может быть неоднородно распределена в пространстве); 3) диффузионными и конвективными потоками заряженных частиц можно пренебречь по сравнению с миграционным потоком.

Хотя условие (1) дает поток электронов на границе чехла коронного разряда и внешней зоны, в модели оно задается на поверхность коронирующего электрода. Такое упрощение возможно благодаря тому, что толщина чехла мала (порядка 0,1 мм) [16].

В случае отрицательной полярности электроны возникают на катоде в результате ионноэлектронной эмиссии, лавинообразно размножаются в чехле и выходят во внешнюю зону, постепенно прилипая к молекулам кислорода с образованием отрицательных ионов (рис. 2).



**Рис. 2.** Различие в устройстве чехла коронного разряда при отрицательной и положительной полярности коронирующего электрода.

В случае положительной полярности направление движения заряженных частиц противоположное – электроны образуются в небольшой окрестности чехла за счет фотоионизации [18], втягиваются в чехол, лавинообразно размножаются и поглощаются высоковольтным электродом (рис. 2). Во внешнюю зону в этом случае направлен поток положительных ионов из чехла короны.

Уравнения дрейфово-диффузионного приближения применимы в равной степени к чехлу положительной и отрицательной короны. Однако если в случае отрицательной короны вторичным процессом воспроизводства электронов, обеспечивающим замыкание цикла лавины, является ионно-электронная эмиссия, описываемая граничным условием на поверхности электрода, в случае положительной короны – это фотоионизация, распределенная в объеме. Вследствие этого при строгом рассмотрении условие (1) для отрицательной короны нельзя отнести к случаю положительной короны.

Для положительной короны характерно распределение источников электронов, схематично представленное на рис. 3: ударная ионизация доминирует в чехле коронного разряда, причем распределена она очень неоднородно, с резко выраженным максимумом у поверхности электрода. Фотоионизация распределена более плавно; в чехле разряда фотоионизацией можно пренебречь по сравнению с ударной ионизацией.





**Рис. 3.** Характерное распределение источников образования электронов, *S*-ударной ионизации и фотоионизации в чехле коронного разряда и внешней зоны.

Рассмотрим уравнение, описывающее распределение концентрации ионизующих фотонов  $n_{ph}$ [20]:

$$-\Delta n_{ph} = -k^2 n_{ph} + \frac{gk}{c} v_{ion} (E) n_e; \qquad (2)$$

где  $k = 4,5 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$  – коэффициент поглощения ионизующего излучения; c – скорость света; g – безразмерный коэффициент эффективности фотоионизации;  $v_{ion}(E)$  – частота ударной ионизации;  $n_e$  – концентрация электронов. Физический смысл коэффициента g – отношение числа возникающих ионизующих фотонов к количеству ударных ионизаций. В приближении тонкого чехла оператор Лапласа в (2) можно заменить на вторую производную по *s*. Концентрация электронов в чехле разряда быстро возрастает по направлению их движения, поэтому основной

$$n_{e}(s,t) = n_{e,0}(t) \exp\left[-\alpha \left(E_{0}\right)s\right], \qquad (3)$$

где  $E_0$  – напряженность на поверхности электрода;  $n_{e,0}(t) = n_e(0, t)$  – концентрация электронов на поверхности электрода. Выразим частоту ионизации  $v_{ion}(E)$  через коэффициент ионизации  $\alpha(E)$ :  $v_{ion}(E) = \alpha(E)\mu_e E$ ,  $\mu_e$  – подвижность электронов. С учетом этого (2) записывается следующим образом:

$$-\frac{\partial^2 n_{ph}}{\partial s^2} = -k^2 n_{ph} +$$

$$+\frac{gk}{c} \alpha(E) \mu_e E n_{e,0}(t) \exp\left[-\alpha(E_0)s\right].$$
(4)

Решение уравнения (4) получим с помощью функции Грина для одномерного уравнения Гельмгольца:

$$n_{ph}(s,t) = \int_{0}^{s} ds_1 \frac{g}{2c} \alpha(E) \mu_e E n_{e,0}(t) e^{-\alpha(E_0)s_1} e^{-k(s-s_1)}.$$
 (5)

Проведем интегрирование, считая, что  $\alpha(E) \approx \alpha(E_0), E \approx E_0$ :

$$n_{ph}(s,t) = \frac{g}{2c} \frac{\alpha(E_0)}{\alpha(E_0) - k} n_{e,0}(t) \mu_e E_0 e^{-ks}.$$
 (6)

Используя представление о концентрации фотонов (6), найдем поток затравочных электронов, поступающий в чехол коронного разряда  $j_e(b, t)$ :

$$j_{e}(b,t) = \int_{b}^{\infty} kcn_{ph}(s,t) ds =$$

$$= \frac{g}{2} \frac{\alpha(E_{0})}{\alpha(E_{0})-k} \mu_{e} E_{0} n_{e,0}(t) e^{-kb}.$$
(7)

Учитывая, что поток электронов на поверхности коронирующего электрода  $j_{e,0}(t) = n_{e,0}(t)\mu_e E$ , перепишем (7) как:

$$j_{e}(b,t) = \frac{g}{2} \frac{\alpha(E_{0})}{\alpha(E_{0}) - k} e^{-kb} j_{e,0}(t).$$
(8)

Таким образом, благодаря наличию ионизующего излучения имеется пропорциональная связь между потоком затравочных электронов, входящих в чехол коронного разряда  $j_e(b, t)$ , и потоком электронов у поверхности коронирующего электрода  $j_{e,0}(t)$ . Безразмерный коэффициент пропорциональности обозначим  $\psi$ :

$$\Psi = \frac{g}{2} \frac{\alpha(E_0)}{\alpha(E_0) - k} e^{-kb}.$$
(9)

Определим порядок величины коэффициента  $\psi$ . На поверхности коронирующего электрода  $\alpha \sim 10^4 \text{ м}^{-1}$  (данное значение соответствует напряженности 50 кВ/см),  $k = 4,5 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$ , так что отношение  $\alpha(E_0)/[\alpha(E_0) - k] \sim 1$ . Характерный поперечный размер чехла короны  $b \sim 10^4$  м, поэтому exp(-*kb*) ~ 1. Характерное значение  $g \sim 10^{-4}$ , по данным [20]. Таким образом,  $\psi \sim 10^{-4}$ .

Воспользуемся результатом интегрирования уравнения переноса для электронов в чехле коронного разряда, выполненного в [22]:

$$j_{e}(s,t) = j_{e}\left(b,t - \int_{s}^{b} \frac{ds'}{\mu_{e}E(s')}\right)$$

$$\exp\left[\int_{s}^{b} ds' \alpha\left(E(s')\right)\right] \exp\left[-\int_{s}^{b} ds' div \,\vec{e}_{s}\right],$$
(10)

где  $\vec{e}_s$  – единичный вектор, направленный вдоль силовой линии электрического поля. Для s = 0, учитывая (8)–(10), получаем:

$$j_{e}(0,t) = \psi j_{e}\left(0,t - \int_{0}^{b} \frac{ds'}{\mu_{e}E(s')}\right)$$

$$\exp\left[\int_{0}^{b} ds' \alpha(E(s'))\right] \exp\left[-\int_{0}^{b} ds' div \vec{e}_{s}\right].$$
(11)

Последний сомножитель в (11) определяется распределением напряженности в чехле коронного разряда. В случае, если толщина чехла много меньше радиуса закругления электрода, этот сомножитель стремится к единице.

Введем безразмерный коэффициент х:

$$\chi = \psi \exp\left[-\int_{0}^{s_{1}} ds' \, div \, \vec{e}_{s}\right]. \tag{12}$$

Коэффициент χ характеризует интенсивность образования затравочных электронов за счет фотоионизации. По аналогии с [22] применим в (11) разложение в ряд Тейлора для случая медленного изменения тока:

$$j_{e}\left(0,t-\int_{0}^{b}\frac{ds'}{\mu_{e}E(s')}\right)\approx j_{e}(0,t)-\frac{\partial j_{e}}{\partial t}(0,t)\int_{0}^{b}\frac{ds'}{\mu_{e}E(s')}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{\partial j_{e}(0,t)}{\partial t} = j_{e}(0,t)\frac{\chi e^{M}-1}{\tau},$$
  
где  $\tau = \chi e^{M} \int_{0}^{b} \frac{ds}{\mu_{e}E(s)}, M = \int_{0}^{b} \alpha(E(s)) ds.$  (13)

Соотношение (13) аналогично соотношению (1) для отрицательной короны, причем коэффициент χ играет роль, аналогичную коэффициенту вторичной эмиссии γ.

Следует отметить, что, в отличие от коэффициента вторичной эмиссии, коэффициент  $\chi$  зависит от геометрии системы электродов. Однако, поскольку роль этой величины в уравнении аналогична роли коэффициента вторичной эмиссии, результаты решения мало чувствительны к погрешности в его определении [18]. Можно ожидать, что для расчетов с удовлетворительной точностью достаточно знать порядок величины этого коэффициента (соответствующая оценка приведена выше).

По закону сохранения заряда полное число образовавшихся в результате ионизации электронов равно числу ионов, так что уравнение (13) в равной мере применимо и к потоку положительных ионов, исходящих из чехла коронного разряда.

Система уравнений униполярной модели (14) содержит уравнение Пуассона (14.1) для электрического потенциала ф, уравнение Нернста-Планка (14.2) – для положительных ионов, уравнения Навье-Стокса (14.3–4) – для воздуха:

$$\left[\Delta \varphi = -\frac{en_{+}}{\varepsilon_{0}}; \qquad \left(\vec{E} = -\nabla \varphi\right); \qquad (14.1)\right]$$

$$\frac{\partial n_{+}}{\partial t} + div \Big[ -D_{+} \nabla n_{+} + \mu_{+} n_{+} \vec{E} \Big] = 0; \qquad (14.2)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V} \cdot \nabla\right) \vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\eta}{\rho} \Delta \vec{V} + \frac{en_{+}}{\rho} \vec{E}; \qquad (14.3)$$

$$liv V = 0,$$
 (14.4)

где e – заряд электрона;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $n_+$ ,  $D_+$ ,  $\mu_+$  – концентрация, коэффициент диффузии и подвижность положительных ионов соответственно;  $\vec{V}$  – скорость воздуха; p – давление воздуха;  $\eta$  – динамическая вязкость воздуха;  $\rho$  – плотность воздуха.

Далее униполярная модель, использующая условие (13) для потока положительных ионов, сопоставляется с моделью, выполненной в дрейфово-диффузионном приближении, а также с результатами эксперимента.

## МОДЕЛЬ В ДРЕЙФОВО-ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Система уравнений дрейфово-диффузионного приближения (15) позволяет описать и внешнюю зону, и чехол коронного разряда [16, 18, 19]:

$$\left[\Delta \varphi = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_+ - n_e - n_-); \quad \left(\vec{E} = -\nabla \varphi\right); \quad (15.1)\right]$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + dt v \Big[ -D_e \nabla n_e - \mu_e n_e \vec{E} \Big] = v_{ian}(E) n_e - v_{at}(E) n_e + k c n_{ph}; \quad (15.2)$$

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + div \left[ -D_{\pm} \nabla n_{\pm} + \mu_{\pm} n_{\pm} \vec{E} \right] = v_{in} \left( E \right) n_e + k c n_{ph}; \qquad (15.3)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} + d\bar{t}v \left[ -D_{\underline{v}} \nabla n_{\underline{v}} - \mu_{\underline{v}} n_{\underline{v}} \vec{E} \right] = v_{cat}(E) n_{e};$$
(15.4)

$$\left| -\Delta n_{ph} = \frac{gk}{c} v_{icn}(E) n_e - k^2 n_{ph}; \right|$$
(15.5)

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V} \cdot \nabla\right) \vec{V} = \frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\eta}{\rho} \Delta \vec{V} + \frac{e}{\rho} \left(n_{+} - n_{e} - n_{-}\right) \vec{E}; \qquad (15.6)$$

đi

$$VV=0.$$
 (15.7)

В системе рассматриваются электроны, положительные и отрицательные ионы, фотоны  $(n_e, n_+, n_-, n_{ph})$ , учитываются процессы ударной ионизации и фотоионизации, процессы прилипания электронов к молекулам с частотой прилипания  $v_{att}$ . Здесь используются обозначения из (2) и (14).

По сравнению с упрощенной униполярной моделью расчет в дрейфово-диффузионном приближении требует существенно больших ресурсов, поэтому этот расчет был проведен в ограниченном диапазоне напряжения – до 8 кВ. Граничные условия для упрощенной и полной моделей представлены в таблице.

# СИСТЕМА ЭЛЕКТРОДОВ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Была выбрана система электродов игла-тор, которая обладает рядом преимуществ: простой осевой симметрией, беспрепятственным прохождением электрического ветра через электрод-тор. Подробное описание эксперимента приведено в [21]. На рис. 4 показаны расположение электродов и используемая система координат. Ось симметрии S проходит через иглу A. К игле, размеры которой показаны на рис. 4, прикладывалось постоянное положительное напряжение 0÷16 кВ. Расстояние между иглой и центром тора «Т» составляло 24 мм, радиус образующей окружности (сечения) тора – 4 мм, расстояние от оси вращения до центра образующей окружности – 20 мм. На расстоянии 130 мм от иглы по оси z находилась проводящая пластина. Тор и пластина заземлены.

В ходе эксперимента измерялась вольтамперная характеристика (ВАХ) системы (рис. 5). ВАХ хорошо аппроксимируется квадратичной зависимостью вида  $I = k[U(U - U_0)]$ , напряжение зажигания  $U_0$  равно (5,8 ± 0,2) кВ.

Поля скоростей измерялись с помощью PIVметода на установке Flow Master (La Vision). В установки входит двухимпульсный состав Nd-YAG лазер с линией возбуждения в видимом диапазоне 532 нм, временем вспышки 4 нс, энергией вспышки около 50 мДж. Оптический нож толщиной 0,5 мм проходил вдоль оси симметрии системы электродов. Исследуемая область представляла собой прямоугольник около иглы размером (14×12) мм. Изображение этой области регистрировалось камерой Image proX, обработка данных производилась с помощью адаптивного алгоритма в программе DaVis. Для фиксированных значений напряжения проводилось несколько измерений, затем результаты усреднялись по серии.

На рис. 6 представлен контурный график скорости воздуха при напряжении на игле 8,0 кВ

Граничные условия для численного моделирования

		Α	<i>G</i> , <i>T</i>	E	S
$\vec{V}$		$\vec{V} = 0$			$\left(\vec{V}\cdot\vec{e}_r\right)=0$
φ		$\phi = +U$	$\phi = 0$	$\left(\vec{E}\cdot\vec{n} ight)=0$	$\left(\vec{E}\cdot\vec{e}_{r}\right)=0$
M (simp.)		-	M = 0	-	-
<i>n</i> +	comp.	$\left(\vec{j}_{+}\cdot\vec{n}\right)=0$	$\left(\vec{j}_+\cdot\vec{e}_r\right)=0$	$\left(\vec{j}_{+}\cdot\vec{n}\right)=0$	$\left(\vec{j}_+\cdot\vec{e}_r\right)=0$
	simp.	$\frac{\partial j_{+}}{\partial t} = \frac{\chi e^{M} - 1}{\tau} j_{+}$			
$n_e$ (comp.)		—	$\left(\vec{j}_e\cdot\vec{n}\right)=0$		$\left(\vec{j}_e\cdot\vec{e}_r\right)=0$
<i>n</i> <sub>-</sub> (comp.)		—	$\left(\vec{j}_{-}\cdot\vec{n}\right)=0$		$\left(\vec{j}_{-}\cdot\vec{e}_{r}\right)=0$
$n_{ph}$ (comp.)		$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$			$\frac{\partial n_{ph}}{\partial r} = 0$

Примечание. Индексы границ соответствуют рис. 4: *А* – высоковольтный электрод-игла; *Т* – заземленный электрод-тор; *S* – ось симметрии; *G* – заземленный электрод-плоскость; *E* – диэлектрическая стенка. simp. – упрощенная модель в униполярном приближении; comp. – полная модель в дрейфово-диффузионном приближении.



Рис. 4. (а), (в) Геометрия системы электродов: A – активный (высоковольтный) электрод-игла; S – ось симметрии; G – заземленный электрод-плоскость; T – заземленный электрод-тор; E – внешняя стенка. (б) Фотография оконечности иглы.



**Рис. 5.** Вольт-амперные характеристики системы: экспериментальная и полученные при моделировании в дрейфоводиффузионном (complete model) и униполярном (simplified model) приближениях.

**Рис. 6.** Результаты эксперимента. Контурный график скорости (м/с) при U = 8,0 кВ (I = 1,7 мкА).



**Рис. 7.** Радиальные распределения скорости воздуха для U = 8,0 кВ (I = 1,7 мкА) на разном расстоянии z от иглы: эксперимент, дрейфово-диффузионное (complete model) и униполярное приближения (simplified model).



**Рис. 8.** Контурные графики суммарного объемного заряда (мКл/м<sup>3</sup>) для двух моделей: дрейфово-диффузионное (complete model) и униполярное приближения (simplified model) при U = 8,0 кВ (I = 1,7 мкА).

(ток 1,7 мкА) для исследуемой области. Игла находится в начале координат, r = 0 – ось симметрии системы электродов.

Ускорение воздуха происходит на расстоянии 1 мм от оконечности иглы. Течение представляет собой узкую, шириной несколько миллиметров струю, направленную вдоль оси *z* в сторону заземленного электрода.

Для положительной короны визуализирующие частицы вблизи иглы не попадают в центр струи, что не позволяет измерить скорости на расстоянии  $r \le 0.5$  мм. Основную ошибку в



**Рис. 9.** Распределение скорости по оси z для U = 8,0 кВ (I = 1,7 мкА): эксперимент, дрейфово-диффузионное (complete model) и униполярное приближения (simplified model).

экспериментальные данные вносит нестабильность течения вследствие случайных факторов, а также то, что ось течения выходит из плоскости наблюдения.

## СОПОСТАВЛЕНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТА

На рис. 5 показаны вольт-амперные характеристики (ВАХ), полученные в ходе эксперимента и с помощью моделирования для двух приближений. Для модели в дрейфово-диффузионном

48



**Рис. 10.** Радиальные распределения скорости для разных напряжений при z = 8 мм: эксперимент и униполярное приближение (simplified model).

приближении (полная модель) ВАХ была рассчитана для напряжений 7,5 ÷ 8 кВ, для униполярной модели (упрощенная модель) – для всего рассматриваемого диапазона напряжений 0 ÷ 16 кВ. Известно, что ВАХ коронного разряда определяется процессами переноса заряда и ионизации, поэтому выбором в униполярной модели величины подвижности ионов и коэффициента фотоионизации можно добиться хорошего совпадения модельной и экспериментальной ВАХ. Подвижность положительных ионов в модели задавалась равной  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/(\text{B}\cdot\text{c}),$  $\gamma = 2 \cdot 10^{-5}$ . Эти значения входят в диапазон обычно используемых в литературе [1, 18]; коэффициент у оказался близок к оценке, сделанной выше: χ ~ 10<sup>-4</sup>.

Сравнение экспериментального и полученного с помощью моделирования радиального распределения модуля скорости для напряжения 8,0 kB (1,7 мкА) показано на рис. 7. Разные графики соответствуют разным расстояниям z от иглы. Эксперимент и моделирование совпадают в пределах погрешности. Результаты двух моделей совпадают с большой точностью везде, кроме области шириной 1 мм вблизи оси. Большие значения скорости вблизи иглы в униполярной модели вызваны переоценкой величины объемной силы в уравнении Навье-Стокса (14.3), которая определяется объемным зарядом. В униполярном приближении область ионизации коронного разряда, которая для рассматриваемой геометрии и напряжения занимает примерно 0,3 мм, заменяется граничным условием на поверхности иглы. Такое упрощение не учитывает наличие электронов в чехле короны, поэтому униполярная модель завышает значения объемного заряда вблизи иглы. На рис. 8 изображена игла и сопоставлены контурные графики суммарного объемного заряда для двух моделей: справа – модель в дрейфово-диффузионном приближении, слева – униполярная модель.

Как видно из рис. 8, чем дальше от оконечности иглы, тем точнее соответствие полной и упрощенной моделей. Видно, что линии одного уровня для униполярной модели вытянуты сильнее. Для наглядности на рисунке изображены только четыре линии уровня заряда. Величина заряда около иглы для модели в дрейфоводиффузионном приближении достигает 0,02 Кл/м<sup>3</sup>, в то время как для модели в униполярном приближении эта величина больше на порядок – 0,83 Кл/м<sup>3</sup>.

Поскольку сравнение с экспериментальными данными на оси симметрии не корректно, на рис. 9 приводятся графики скорости вдоль оси z на некотором расстоянии от оси r = 0,5 мм и r = 1 мм.

На рис. 10 показаны экспериментальные и полученные в униполярной модели профили скорости для разных значений напряжения, расстояние от иглы z = 8 мм. Как и следовало ожидать, с увеличением напряжения скорость воздуха растет. Модель хорошо согласуется с экспериментом, однако при увеличении скорости из-за нестабильности течения возрастает погрешность измерения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты компьютерного моделирования электрического ветра в оригинальной униполярной модели с граничным условием на скорость изменения потока ионов из чехла коронного разряда сопоставлены с результатами экспериментального исследования электрического ветра в системе электродов игла-тор и результатами моделирования в дрейфово-диффузионном приближении. Сравнение показало, что использование подобного граничного условия для положительной короны имеет право на существование. Униполярная модель описывает основные особенности электрического ветра. Расчетные и экспериментальные вольт-амперные характеристики находятся в соответствии с моделью. Распределения скоростей электрического ветра в системе игла-тор за пределами центральной области основной струи в обеих моделях находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментом. Распределения скоростей в полной и униполярной моделях находятся в соответствии, за исключением центральной (*r* < 0,5 мм) области струи, где скорость в униполярной модели до 1,5–2 раз выше, чем в полной модели.

Исследование выполнено с использованием оборудования ресурсных центров «Геомодель» и «Вычислительный центр» Санкт-Петербургского государственного университета.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Верещагин И.П. Коронный разряд в аппаратах электронно-ионной технологии. М.: Энергоатомиздат, 1985. 160 с.
- Yang F., Jewell-Larsen N.E., Brown D.L., Pendergrass K., et al. *Proceedings of the XIII th International Symposium on High Voltage Engineering*. Netherlands, Dceft (Electrical Engineering/High Voltage Technology & Management Delft University of Technology, Netherlands). 2003. P. 155–155.
- Go D.B., Garimella S.V., Fisher T.S., Mongia R.K. J Appl Phys. 2007, 102(5), 053302. Doi: 10.1063/1.2776164.
- 4. Chen I.Y., Guo M.-Z., Yang K.-S., Wang C.-C. Int J Heat Mass Tran. 2013, 57, 285–291.

- Ongkodjojo A., Abramson A.R., Tien N.C. J Heat Transr. 2014, 136, 061703. Doi: 10.1115/1.4026807.
- Siswanto W.A., Ngui K. Aust J Basic Appl Sci. 2011, 5(9), 1433–1438.
- 7. Ianconescu R., Sohar D., Mudrik M. J Electrostat. 2011, **69**(6), 512–521.
- Léger L., Moreau E., Artana G., Touchard G. J Electrostat. 2001, 51–52, 300–306.
- Ватажин А.Б., Лихтер В.А., Улыбышев К.Е. Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2012, (2), 78–86;
- 10. El-Khabiry S., Colver G. *Phys Fluids*. 1997, **9**, 587–599.
- 11. Colver G., El-Khabiry S. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 1999, **35**, 387–394.
- 12. Vilela Mendes R., Dente J.A. *J Fluid Eng.* 1998, **120**, 626–629.
- Takeuchi N., Takubo K. Proceedings of the International Symposium on Electrohydrodynamics. Japan, Okinawa (Oita University). 2014. P. 1–4.
- 14. Adamiak K. J Electrostat. 2013, 71, 673-680.
- 15. Zubkov T.N., Samusenko A.V., Stishkov Y.K. Surf Eng Appl Electrochem. 2013, **49**(6), 474–479.
- 16. Samusenko A., Stishkov Y., Zhidkova P. *IJ PEST*. 2015, **9**(1), 24–28.
- 17. Zhidkova P.S., Samusenko A.V. Surf Eng Appl Electrochem. 2016, **52**(4), 370–379.
- 18. Райзер Ю.П. *Физика газового разряда*. Долгопрудный: Интеллект, 2009. 736 с.
- Самусенко А.В., Стишков Ю.К. Электрофизические процессы в газах при воздействии сильных электрических полей: учебно-методическое пособие. СПб: BBM, 2012. 649 с.
- 20. Luque A., Ebert U., Montijn C., Hundsdorfer W. *Appl Phys Lett.* 2007, **90**, 081501.
- 21. Ashikhmin I., Stishkov Y.K., Yakovlev V. *IJ PEST*. 2015, **9**(1), 13–17.

Поступила 14.07.15 После доработки 25.08.15

# Summary

A simplified computer model of the positive corona discharge is presented. Unipolar approximation is used. A constraint on the ions flux variation rate is used as a boundary condition on a high voltage electrode. The results of simulation for the point-torus electrodes system are compared with those of the ionic wind experimental investigation by the PIV-method as well as with those of a more complete drift-diffusion approximation. The considered unipolar model was found to be in a good correspondence with the experimental data and the driftdiffusion model in the entire the air volume except a narrow zone near the point tip and that in a vicinity of the symmetry axis.

*Keywords: corona discharge, ionic wind, unipolar approximation, drift-diffusion approximation, computer simulation.*