

# АНАЛИЗ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ ДАТЧИКАХ СВЕРХНИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

А.И. Жакин, Р.Ю. Богомазов

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования,  
"Юго-Западный государственный университет",  
ул. 50 лет Октября, 94, г. Курск, 305040, Россия, [zhakin@mail.ru](mailto:zhakin@mail.ru)

Дается анализ плазмохимических реакций в азотно-кислородной плазме сверхнизкого давления ( $p < 10^{-7}$  Па) в скрещенных электрическом и магнитном полях. Приводится методика расчета ВАХ, по которой однозначно находится давление в газе.

УДК 537.58

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время считается, что преобразователь ПММ-32-1 является одним из самых надежных элементов в измерительных устройствах давлений в диапазоне  $1-10^{-7}$  Па [1–3]. Проблема модификации этого преобразователя в область сверхнизких давлений  $< 10^{-7}$  Па требует детального изучения ионизационных процессов в азотно-кислородной плазме.

В данной работе мы сосредоточим внимание на область давлений  $< 10^{-7}$  Па.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В преобразователях ПММ-32-1 используются скрещенные электрическое и магнитное поля в геометрии, указанной на рисунке.

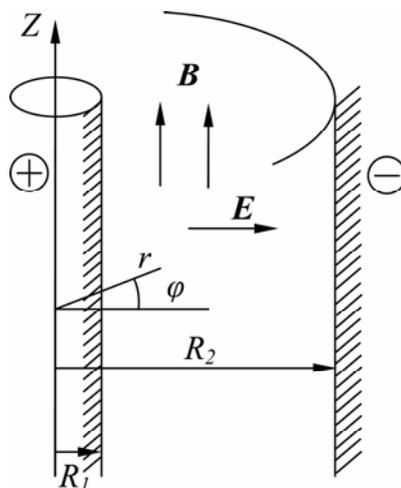


Схема датчика ПММ-32-1

При давлениях  $p < 10^{-7}$  Па длина свободного пробега  $l_c$  значительно больше длины межэлектродного промежутка  $d$ :  $l_c \gg d$ , поэтому в этом случае движение электронов можно рассматривать в бесстолкновительной задаче. Вводя цилиндрическую систему координат  $(r, \varphi, z)$  (см. рисунок), уравнения движения электрона записываются в виде:

$$m_e (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = -eE(r) - eBr\dot{\varphi}; \quad (1)$$

$$m_e (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = eB\dot{r}; \quad (2)$$

$$m_e \ddot{z} = 0. \quad (3)$$

Здесь точки обозначают производные по времени  $t$ ,  $E(r)$ ,  $B = \text{const}$  — напряженности электрического и магнитного полей,  $m_e$  — масса электрона.

Из уравнений (1), (2) следуют два интеграла движений:

$$\frac{1}{2} m_e (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2) + eU_* \ln \frac{r}{R_2} = E_0; \quad (4)$$

$$m_e r^2 \dot{\phi} = \frac{1}{2} eBr^2 + M_0. \quad (5)$$

Соотношение (4) есть интеграл энергии, в котором

$$U_* = U / \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right), \quad E_0 = \frac{m_e}{2} V_0^2 + eU_* \ln \frac{r_0}{R_2}, \quad (6)$$

где  $U$  – напряжение на электродах,  $V_0$  – начальная (тепловая) скорость электрона,  $r_0$  – начальное положение электрона.

Соотношение (5) является следствием закона сохранения момента количества движения, так что

$$M_0 = m_e r_0^2 (\omega_0 - \omega_H), \quad \omega_H = \frac{eB}{2m_e}, \quad (7)$$

где  $\omega_0 = \dot{\phi}(0)$  – начальная угловая скорость электрона;  $\omega_H$  – ларморова частота.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ

Запишем системы (4), (5) в виде

$$\dot{\phi} = \omega_H + \frac{r_0^2}{r^2} (\omega_0 - \omega_H), \quad (8)$$

$$\dot{r} = -f(r), \quad (9)$$

$$f(r) = \sqrt{V_0^2 + V_*^2 \ln \frac{r_0}{r} - r^2 \left( \omega_H + \frac{r_0^2}{r^2} (\omega_0 - \omega_H) \right)^2}; \quad V_* = \sqrt{\frac{2eU_*}{m_e}}. \quad (10)$$

Из (9) следует, что  $\dot{r} < 0$ , то есть электрон приближается с течением времени к центральному электроду (аноду). При этом могут реализовываться два случая: при  $f(R_1) > 0$  электрон сталкивается с анодом; при  $f(r_*) = 0$ , где  $R_1 < r_* < r_0$ , электрон асимптотически приближается к круговой орбите радиуса  $r_*$ , определяемого как решение уравнения

$$V_r^2 = V_0^2 + V_*^2 \ln \frac{r_0}{r_*} - r_*^2 \left( \omega_H + \frac{r_0^2}{r_*^2} (\omega_0 - \omega_H) \right)^2 = 0, \quad (11)$$

где  $V_r = \dot{r}$  – радиальная скорость электрона.

Очевидно, что этот случай может быть реализован лишь в достаточно больших магнитных полях (больших ларморовых частотах  $\omega_*$ ).

Из (11) видно, что с увеличением магнитного поля радиальная скорость снижается, а из (8) следует, что круговая скорость  $V_\phi = r\dot{\phi}$  с ростом магнитного поля увеличивается. Поэтому естественно рассматривать интересный с прикладной точки зрения случай, когда предельная траектория расположена вблизи центрального электрода  $r_* \geq R_1$  и его радиус мал:  $R_1 \ll r_0$ . В этом случае напряжение  $U$  и магнитное поле  $B$  связаны соотношением

$$V_0^2 + V_*^2 \ln \frac{r_0}{R_1} = R_1^2 \left[ \omega_H + \frac{r_0^2}{R_1^2} (\omega_0 - \omega_H) \right]^2 \approx \frac{r_0^4}{R_1^2} (\omega_0 - \omega_H)^2. \quad (12)$$

Круговая скорость при этом выражается как

$$V_{\phi} = R_1 \dot{\phi} \approx \frac{r_0^2}{R_1} (\omega_0 - \omega_H). \quad (13)$$

Принимая следующие типичные значения:  $R_1 = 1$  мм,  $R_2/R_1 = 10$ ,  $U = 3$  кВ,  $B = 0,1$  Тл, получаем следующие значения параметров:

$$V_* = 3,2 \cdot 10^7 \text{ м/с}; \quad \omega_H = 0,87 \cdot 10^{10} \text{ 1/с}. \quad (14)$$

Значения  $V_0$ ,  $\omega_0$  можно оценить по средней тепловой скорости  $V_0 = [8k_B T / (\pi m_e)]^{1/2}$ ,  $\omega_0 = V_0/R_1$  при комнатной температуре:

$$V_0 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ м/с}, \quad \omega_0 = 1,2 \cdot 10^8 \text{ 1/с}. \quad (15)$$

Таким образом, в (12) можно считать  $\omega_0 \ll \omega_H$ , что дает

$$V_0^2 + V_*^2 \ln \frac{r_0}{R_1} = \frac{r_0^4}{R_1^2} \omega_H^2. \quad (16)$$

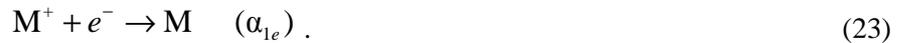
### 3. ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

Сухой воздух можно считать азотно-кислородной смесью газов, основные ионизационные процессы в которой при комнатных температурах и в допробойных полях происходят по схеме [4–6]:



где  $K_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) – константы скоростей реакций,  $M$  – молекулы  $O_2$ ,  $N_2$ .

В силу распределения электронов по энергиям необходимо учитывать рекомбинацию низкоэнергетических электронов с положительными ионами:



Вводя обозначение  $c_0$  для  $M$ ,  $c_2 - O_2$ ,  $n_e - e^-$ ,  $n_1 - M^+$ ,  $n_2 - O_2^-$ ,  $n_4 - O^-$  для скоростей реакций (17)–(22), получаем следующие выражения:

$$\xi_e = \xi_1 + K_3 c_0 n_2 + K_5 c_0 n_4 - K_4 c_2 n_e - K_2 c_0 c_2 n_e - \alpha_{1e} n_1 n_e,$$

$$\xi_1 = K_1 c_0 n_e,$$

$$\xi_2 = K_2 c_0 n_e + K_6 c_2 n_4 - K_3 c_0 n_2,$$

$$\xi_4 = K_4 c_2 n_e - K_5 c_0 n_4 - K_6 c_2 n_4.$$

Задачу решаем в предположении выполнения условий (12), (16), когда электроны не достигают анода и не дают вклад в ток. Появление ионов  $M^+$ ,  $O_2^-$ ,  $O^-$  фиксируется их током. Действительно, в силу того что масса электрона  $m_e$  значительно меньше масс ионов  $m_i$ :  $m_e \ll m_i$ , то радиальная ско-

рость ионов  $V_i$  на поверхности анода ( $r = R_1$ ) не равна нулю. Поэтому ионы  $O_2^-, O^-$  попадают на центральный электрод, а положительные ионы  $M^+$  – на катод, формируя электрический ток. Далее отметим, что ионизационные процессы происходят в узкой прианодной области  $R_1 < r < R_1 + \delta = R_*$ . Радиус  $R_*$  определяется из условия того, что концентрация электронов  $n_{e*}$  на этом расстоянии должна быть значительно больше начальной концентрации электронов  $n_{e0}$ :  $n_{e*} \gg n_{e0}$ .

Узость ионизационной зоны позволяет упростить математическую задачу о вычислении ВАХ. Опишем кратко схему расчета. Исходим из основного уравнения баланса зарядов:

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j}_k = \xi_k \quad (k = e, 1, 2, 4), \quad (24)$$

где  $n_k$  – объемная концентрация ионов  $k$ -го сорта,  $\mathbf{j}_k$  – их ток.

Дальнейшие вычисления будем проводить в предположении малой толщины ионизационного слоя, так что в нем все величины  $n_k, \mathbf{j}_k, \xi_k$  можно считать постоянными. В этом случае можно ввести поверхностные концентрации электронов  $\eta_e = \delta \cdot n_e$  и ионов  $\eta_i = \delta \cdot n_i$ , для которых можно получить балансовые уравнения следующим образом. Интегрируя (23) по слою  $R_1 < r < R_*$  и используя граничные условия на поверхности слоя,

$$r = R_1 : \quad j_e = 0, \quad j_1 = 0, \quad j_i = j_i(R_1), \quad i = 2, 4 \quad (25)$$

$$r = R_* : \quad j_e = 0, \quad j_1 = j_{1*}, \quad j_2 = j_4 = 0,$$

будем иметь

$$\dot{\eta}_e = -K_e \eta_e + K_{50} \eta_4 + K_{30} \eta_2 - K_{1e} \eta_1 \eta_e, \quad (26)$$

$$\dot{\eta}_1 = -j_{1*} + K_{10} \eta_e, \quad (27)$$

$$\dot{\eta}_2 = -j_2(R_1) + K_{20} \eta_e + K_{62} \eta_4 - K_{30} \eta_2, \quad (28)$$

$$\dot{\eta}_4 = -j_4(R_1) + K_{42} \eta_e - (K_{50} + K_{62}) \eta_4, \quad j_{1*} = j_1(R_*), \quad (29)$$

где точка над переменными обозначает производную по времени и введены обозначения

$$K_e = K_{220} + K_{42} - K_{10}, \quad K_{220} = K_2 c_2 c_0, \quad (30)$$

$$K_{ij} = K_i c_j \quad (i = 1, \dots, 6; j = 0, 2), \quad K_{1e} = \alpha_{1e} / \delta. \quad (31)$$

Таким образом, система уравнений (25) – (29) определяет изменение концентраций ионных компонент в ионизационном слое с течением времени. Для ее замыкания необходимо определить токи  $j_{1*}, j_2(R_1), j_4(R_1)$ .

#### 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ТОКОВ

В уравнениях (26)–(28) неизвестными являются токи  $j_{1*}, j_2(R_1), j_4(R_1)$ . Для их вычисления предварительно отметим следующее. Инициация ионизационных реакций (17), (18), (20) происходит за счет столкновений нейтральных молекул  $N_2, O_2$  с электронами, совершающими круговое движение около центрального электрода (в ионизационной зоне). Очевидно, что при этом происходят многократные столкновения электронов с нейтралами, а в силу разреженности газа тройными столкновениями можно пренебречь (то есть считать  $K_2 = 0$ ). В радиальном движении участвуют только ионы  $O_2^-, O^-$ . Ясно, что движение этих ионов из ионизационной зоны на анод бесстолкновительное. Поэтому плотность ионного тока  $j_i$  отрицательных ионов будет определяться как  $j_i = n_i V_i$ , где  $n_i = \eta_i / \delta$ ,  $V_i$  – радиальная скорость ионов при  $r = R_1$ . Используя уравнение динамики  $m_i dV_i / dt = eE$ , находим уравнение движения иона  $x_i = a_i t^2 / 2 + V_{0i} t$ , где  $x_i$  – координата, имеющая начало в центре ионизационной зоны и направленная радиально к аноду;  $a_i = eE / m_i$  – ускорение,  $V_{0i}$  – тепловая скорость ионов. Полагая  $x_i = \delta / 2$ , находим среднее время движения иона  $t_{*i}$ , тогда  $V_i = a_i t_{*i} + V_{0i} \sim a_i t_{*i}$ . Таким образом, ионные токи можно определить как

$$j_i = A_i \eta_i, \quad A_i = (a_i / \delta) t_{*i}, \quad (32)$$

$$t_{*i} = \frac{2}{a_i} \left( \sqrt{V_{0i}^2 + a_i \delta} - V_{0i} \right), \quad a_i = \frac{eE}{m_i}$$

## 5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВАХ

В стационарном случае система уравнений (26)–(32) имеет следующее решение:

$$\eta_e = \eta_{e^*} \equiv \frac{A_1 (K_{30} K_{2e} + K_{50} K_{4e} - K_e)}{K_{1e} K_{10}}, \quad \eta_i = K_{ie} \eta_{e^*}, \quad (i = 2, 4), \quad (33)$$

$$K_{2e} = \frac{K_{20} + K_{4e} K_{62}}{A_2 + K_{30}}, \quad K_{4e} = \frac{K_{40}}{A_4 + K_{50} + K_{62}}.$$

Используя эти соотношения для полного тока, получаем

$$J = S_1 (A_2 K_{2e} + A_4 K_{4e} + K_{10}) \eta_{e^*}, \quad (34)$$

где  $S_1$  – площадь центрального электрода, на котором происходит разрядка ионов.

В силу того что концентрация молекул азота и кислорода  $c_0$  зависит от давления по уравнению состояния идеального газа  $c_0 = p / (k_B T)$ , а в выражения для коэффициентов  $K_{ij}$  входят множителями  $c_0$ , выражение (34) определяет однозначную зависимость полного тока от давления в газе.

Таким образом, измеряя ток, можно определить давление в газе в области справедливости уравнения состояния идеального газа.

## ВЫВОДЫ

1. Подбором напряженностей электрического и магнитного тока можно увеличить вероятность ионизации нейтральных молекул электронами, что позволяет пролонгировать измерение давления в область сверхнизких давлений.

2. Величина полного тока есть взаимно однозначная нелинейная функция (34) давления в газе.

*Работа выполнена в рамках ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг., в рамках реализации мероприятия №1.2.2 «Проведение научных исследований научными группами под руководством кандидатов наук», проект «Разработка аппаратуры для исследования физических свойств околоземной среды».*

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.с. СССР № 771487. *Вакуумметр*. Дворянков В.Л., Лазебников Ю.Е.. Приоритет от 18.12.78. Оpubл. 15.10.1980. Бюл. № 38.
2. А.с. СССР № 697850. *Ионизационный вакуумметр*. Биршерт А.А., Григорьев А.М., Творогов И.В., Абрамович С.М. и Берман Л.Г. Приоритет от 13.04.78. Оpubл. 15.11.1979. Бюл. № 42.
3. А.с. СССР SU № 1472777. *Ионизационный вакуумметр*. Пенчко Е.А., Костин Л.А. Приоритет от 11.08.87. Оpubл. 15.04.89. Бюл. № 14.
4. Мацаканян А.Х., Найдис Г.В. Процессы образования и гибели частиц в азотно-кислородной плазме. *Химия плазмы*. Сб. статей, вып. 14 (Под ред. Б.М. Смирнова). М.: Энергоиздат, 1987. 296 с.
5. Мацаканян А.Х., Найдис Г.В., Солозобов Ю.М. К теории коронного разряда в нагретом воздухе. *Теплофизика высоких температур*. 1986, **24**(6), 1060–1066.
6. Мак-Ивен М., Филипс Х. *Химия атмосферы*. Пер. с англ. М.: Мир, 1978.

Поступила 11.07.11

После доработки 22.07.11

## Summary

The analysis of plasma-chemical reaction in nitrogen-oxygen plasma of super low pressure ( $p < 10^{-7}$  Pa) in electric and magnetic field is given. The method for calculation of volt-ampere characteristics (VAC) is proposed. It is shown the VAC data the gas pressure can be determined.