

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЦЕССА НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЭЛЕКТРООЧИСТКИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ ВО ВНЕШНЕМ ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

**Институт прикладной физики АНРМ,
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD–2028, Республика Молдова
**Аграрный государственный университет РМ,
ул. Мирчеишь, г. Кишинев MD–2049, Республика Молдова*

1. Вводные замечания. В работе [1] получена формула для остаточной относительной концентрации диэлектрической примеси (частицы воска) в диэлектрической жидкости (трансформаторном масле), подвергнутой с целью очистки воздействию внешнего электрического поля

$$\Phi^*(t) = \frac{(1-v)e^{\lambda t}}{1-ve^{\lambda t}}, \quad (1)$$

где параметры v и λ зависят от напряженности поля и свойств дисперсной среды согласно формулам

$$v = \frac{A \cdot \Phi_0}{E_0}; \quad \lambda = \frac{bqE_0(1-v)}{l}; \quad A = -\frac{\rho_1 \cdot l}{\epsilon_0 \epsilon_2}, \quad (2)$$

причем Φ_0 – начальная концентрация ($\Phi^* \equiv \Phi/\Phi_0$); ρ_1 – плотность объемных электрических зарядов примесного слоя (ξ -слоя [1]) – отрицательная при предполагаемом положительном коллекторе примесей; l – характерное расстояние между электродами (в [1] рассматривалась плоскопараллельная модель конденсатора); ϵ_2 – диэлектрическая проницаемость замкнутой фазы ($\epsilon_2 \approx 2$); b – подвижность примесных частиц, q – их заряд.

Для первоначальной апробации формула (1) была применена для описания экспериментальных данных, приведенных на кривой 1 рис. 1 [1].

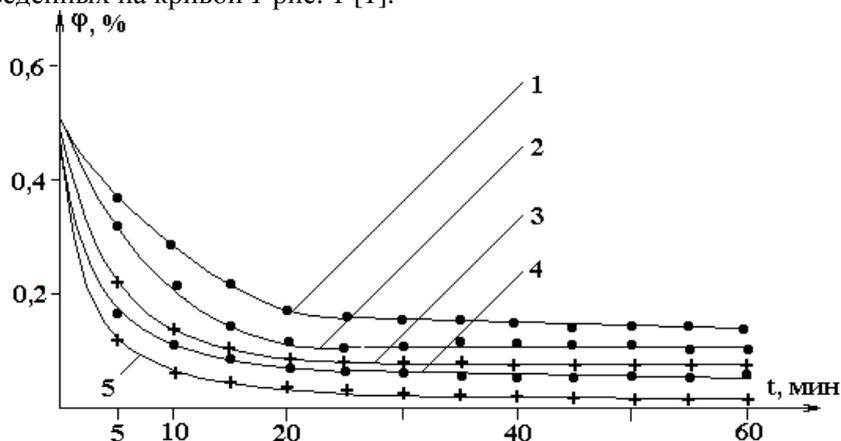


Рис.1. Зависимость остаточной концентрации от времени обработки для суспензии подсолнечное масло–воск (0,5%)
 $U, 10^3 \text{ В}: 1 - 9; 2 - 15; 3 - 18; 4 - 20; 5 - 23$

При этом в предположении малости v по сравнению с единицей ($v \ll 1$) методом наименьших квадратов получена система двух линейных уравнений относительно параметров λ и v :

$$\begin{cases} \overline{\lambda t^2 + v \cdot t(1 - \varphi^*)} = -\overline{t \cdot \ln \varphi^*}, \\ \overline{\lambda \cdot t(1 - \varphi^*) + v(1 - \varphi^*)^2} = -\overline{(1 - \varphi^*) \ln \varphi^*}, \end{cases} \quad (3)$$

где черта означает усреднение по числу экспериментальных точек (значений времени t и концентрации φ^*) согласно общепринятым формулам типа

$$\bar{A} = \frac{\sum A_i}{n}.$$

В результате для кривой I получена зависимость с известными по опытными данным параметрами $\lambda = 0,0501 \text{ мин}^{-1}$, $v = 0,1845$:

$$\varphi^*(t) = \frac{0,815 \cdot e^{-0,0501t}}{1 - 0,185 \cdot e^{-0,0501t}}, \quad (4)$$

которая в пределах ее применимости ($t \leq t_0 = 25 \text{ мин}$ [1]) практически совпадает с экспериментальной (рис. 1).

2. Нахождение параметров λ и v на основе опытных данных. С целью выяснения количественного влияния электрического поля, а также свойств среды и других характеристик на процесс электроочистки необходимо найти числовые значения параметров λ и v для кривых 4, 5, соответствующих другим напряжениям на электрофильтре (рис. 1).

Из формулы (4) следует, что параметр v не так уж мал ($v \leq 0,2$), однако все же можно надеяться, что для остальных кривых v не будет превосходить найденное значение для кривой I . Исходя из этого, нами решалась система (3). Соответствующие результаты приводятся в табл. 1.

Таблица 1. Значения λ и v из системы уравнений (3)

№ кривых	$\lambda, \text{ мин}^{-1}$	v	$U, \text{ кВ}$
I	$5,01 \cdot 10^{-2}$	$1,85 \cdot 10^{-1}$	9
2	$4,23 \cdot 10^{-2}$	$8,04 \cdot 10^{-1}$	15
3	$3,96 \cdot 10^{-2}$	1,26	18
4	$4,52 \cdot 10^{-2}$	1,34	20
5	$5,97 \cdot 10^{-2}$	1,60	23

Как видно из табл.1, ситуация усугубилась: v – не уменьшается, а возрастает, перейдя через значения $v = 1$ и далее, превышая единицы, что говорит о неправомерности линеаризации логарифма при получении (3) ($\ln[1 - v(1 - \varphi^*)] \approx -v(1 - \varphi^*)$), и противоречит теоретической формуле (1), которая, очевидно, предполагает $v < 1$.

Таким образом, приходим к общему выводу, что линейная модель (3) непригодна для отыскания основных параметров задачи λ и v (за исключением случая кривой I) и приходится с самого начала решать существенно нелинейную задачу.

Один из подходов состоит в следующем. Во-первых, данные первой строки табл. 1 можно считать достоверными (в силу относительной малости v). Далее λ уменьшается, пройдя через минимум (весьма сомнительный в силу немалости v для других кривых) и приближается к примерно исходному значению, причем пределы вариации λ не слишком велики, что наводит на мысль принять в нулевом приближении λ постоянным, равным некоторому среднему значению, например, $\lambda = \lambda_0 = 0,05 \text{ мин}^{-1}$, что нами и сделано.

Тогда задача будет решена элементарно, если выразить v через известное λ_0 :

$$v = \frac{1 - \varphi^* e^{\lambda_0 t}}{1 - \varphi^*}. \quad (5)$$

При этом среднее значение v можно найти двояко: как среднеарифметическое по формуле

$$\bar{v} = \frac{\sum v_i}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1 - \varphi_i^* e^{\lambda_0 t_i}}{1 - \varphi_i^*}, \quad (6)$$

и по методу наименьших квадратов согласно равенству

$$\tilde{v} = \frac{\overline{(1 - \varphi^*)(1 - \varphi^* e^{\lambda_0 t})}}{(1 - \varphi^*)^2}. \quad (7)$$

Результаты вычислений приведены в табл. 2.

Таблица 2. Значения параметра v по формулам (5) – (7)

№ кривой		1		2		3		4		5	
№	t , мин	φ^*	v								
1	5	0,72	0,270	0,62	0,527	0,43	0,786	0,34	0,854	0,24	0,910
2	10	0,58	0,104	0,41	0,549	0,26	0,772	0,22	0,817	0,12	0,912
3	15	0,42	0,191	0,28	0,566	0,18	0,755	0,16	0,787	0,10	0,876
4	20	0,32	0,191	0,24	0,457	0,17	0,648	0,13	0,743	0,07	0,871
\bar{v}			0,189		0,527		0,740		0,800		0,892
\tilde{v}			0,183		0,520		0,731		0,814		0,890
δ , %			32,3		8,20		7,60		5,30		2,10
U , кВ			9		15		18		20		23

В табл. 2, помимо исходных данных для t и φ^* приведены частные значения для v , вычисленные по формуле (5). Кроме того, приводятся относительные среднеквадратичные отклонения $\delta = (\sigma_v / \tilde{v}) \cdot 100\%$, где $\sigma_v = \sqrt{(v_i - \tilde{v})^2}$, характеризующие степень близости аппроксимаций к истинным значениям. Видно, что наименее достоверной представляется кривая 1 ($\delta = 32\%$). Из табл. 2 следует, что v для всех кривых являются монотонно убывающими функциями, хотя и с несущественным размахом вариации. А это уже закономерность, свидетельствующая о том, что показатель λ теоретически, хотя и должен быть постоянным вдоль каждой кривой, но принятое значение $\lambda_0 = 0,05 \text{ мин}^{-1}$ не отражает истинной величины. Для окончательного решения задачи существуют различные способы, но наиболее простым и точным оказался подбор методом „вилок” (аналог метода хорд). Идея метода состоит в том, что если теоретическая зависимость (5) адекватна, то для некоторых значений λ функция $v(t)$ может быть убывающей, как в нашем случае (табл. 2), а для некоторых – возрастающей. Подбрав два таких крайних значения λ , методом деления интервала пополам можно сколь угодно близко локализовать решение, для которого приблизительно $v(t) \cong \text{const}$. Это и будет искомым решением. Результаты проведенных таким образом вычислений сведены в табл. 3.

На рис. 2 приведены графики зависимостей $\lambda(U)$, $v(U)$. Как видно из рис. 2, $v(U)$ имеет вид S-образной кривой; $v(U) \rightarrow 1$ при возрастании U . Ход кривой $\lambda(U)$ объясняет резкое падение очистительного эффекта с ростом напряжения выше соответствующего $\lambda = \lambda_{\text{max}}$; кривая $\lambda(U)$ имеет максимум вопреки кажущемуся ошибочному минимуму в табл. 1. Значение $\lambda = \lambda_{\text{max}}$ при $U \approx (14 - 15) \text{ кВ}$ указывает одновременно и на наиболее оптимальное напряжение, которое можно рекомендовать в практических целях.

Таблица 3. Численный расчет λ и ν

№ кривой	1	2	3	4	5
$\lambda, 10^{-2}$ мин	5,01	6,00	2,50	0,55	0,30
$\nu, 10^{-1}$	1,89	3,89	8,93	9,84	9,95
$U, \text{кВ}$	9	15	18	20	23

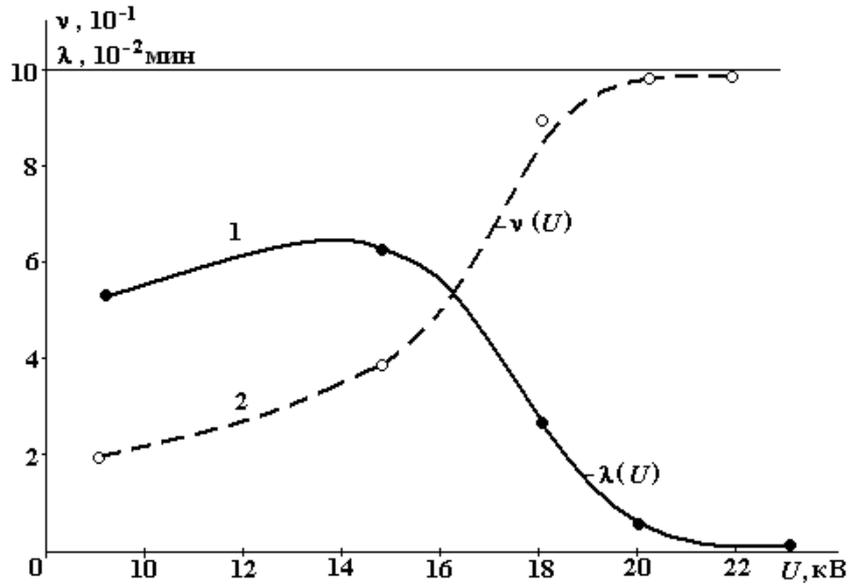


Рис. 2. Зависимость $\lambda(U)$, $\nu(U)$

Теперь построим обобщенную зависимость

$$f(\lambda, \nu) = t, \quad (8)$$

где

$$f(\lambda, \nu) \equiv \frac{1}{\lambda} \ln \frac{1 - \nu(1 - \varphi^*)}{\varphi^*}. \quad (9)$$

Результаты вычислений $f(\lambda, \nu)$ приводим в табл. 4.

Таблица 4. Результаты вычислений $f(\lambda, \nu)$ по формуле (9)

№ кривой	1	2	3	4	5
1	5,47	5,31	5,31	5,56	5,24
2	9,22	10,51	10,63	10,03	12,00
3	15,00	15,74	15,88	14,67	14,68
4	20,00	17,94	16,81	18,50	21,44

На рис. 3 приведен график зависимости (8), построенной по данным табл. 2 и 4. Как видно, максимальная ошибка составляет $\sim \frac{4}{20} \cdot 100\% = 20\%$, среднеквадратичная $\approx 5\%$.

3. Обсуждение результатов. Теоретические предпосылки. Исходная основополагающая формула (1) носит „архитектурный” характер. Для понимания физической сущности явлений, протекающих в сложном процессе электроочистки, необходимо обратиться к соответствующим формулам (2) для λ и ν , которые содержат три электрических параметра: E_0 – напряженность внешнего электрического поля, очевидно, пропорциональная напряжению U , q – заряд частиц вне ξ -слоя, ρ_1 – плотность заряда внутри этого слоя, которая будет равна произведению концентрации частиц n , внутри слоя на их заряд, также внутри этого слоя q_1 , то есть $\rho_1 = n_1 \cdot q_1$. При этом следует заметить, что q_1

необязательно должен совпадать с q (вследствие утечек на коллекторе и других причин), но оба заряда, очевидно, будут пропорциональны некоторым положительным степеням напряжения U .

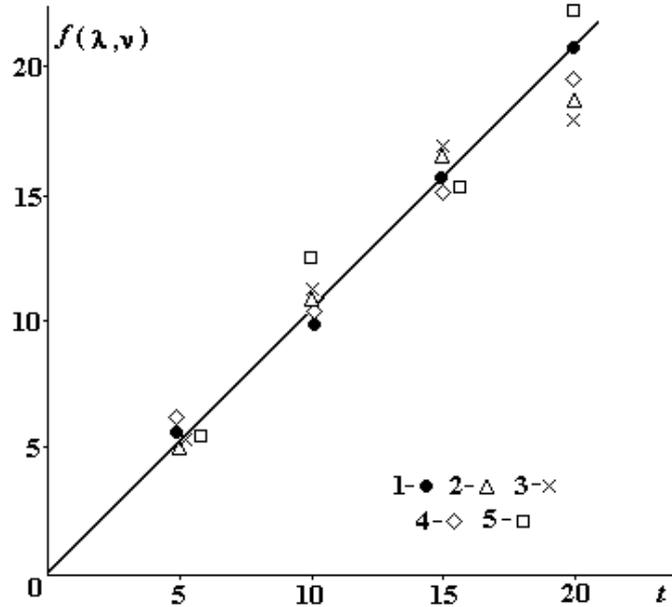


Рис. 3. Обобщенная зависимость $f(\lambda, \nu) = t$

Непосредственная зависимость $\nu(U)$ представлена на экспериментальной кривой рис. 2 и ее можно аппроксимировать степенной зависимостью с положительным переменным показателем m :

$$\nu = C \cdot U^m, \quad (10)$$

где C – некий коэффициент пропорциональности. Зная эту формулу, из (2) найдем

$$\rho_1 = -C \frac{\epsilon_0 \epsilon_2}{\varphi_0 l^2} U^{m+1}, \quad (11)$$

где было принято $E_0 = U/l$.

Правой части (11) будет пропорционален и заряд частиц ξ -слоя ($q_1 \sim U^{m+1}$). Величины C и m можно найти из опытных данных (кривая 2 рис. 2), так что вопрос о числовых значений ν и ρ_1 можно считать решенным.

Заряд частицы q вне слоя зависит от механизма их зарядки на высоковольтном электроде и в электроконвективном потоке. Оставив пока детали этих механизмов в сторону, полагаем, что, как уже отмечалось, q пропорционален некоторой степени s напряжения

$$q = C_1 U^s, \quad (12)$$

где C_1 – некий коэффициент пропорциональности, зависящий от геометрии частиц, электрофизических свойств дисперсией среды в целом, s – показатель степени, который, в частности, может быть равным и показателю степени для q_1 , то есть $m + 1$.

Используя формулы (10), (12), можем по второй формуле (2) установить явную теоретическую зависимость $\lambda(U)$ и сопоставить ее с экспериментально найденной (кривая 1 рис 2). Подстановка (10) и (12) в (2) дает

$$\lambda = C_1 \frac{b}{l^2} (U^{s+1} - C \cdot U^{m+s+1}). \quad (13)$$

Эта кривая с двумя экстремумами, которые находим, приравнявая нулю первую производную $\lambda'(U) = 0$,

$$U_m = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \left[\frac{s+1}{C(m+s+1)} \right]^{\frac{1}{m}} \end{array} \right. \quad (14)$$

Найдем вторую производную

$$\lambda''(U) = C_1 \frac{bU^{s-1}}{l^2} [s(s+1) - C(m+s)(m+s+1)U^m]. \quad (15)$$

Подставив в эту формулу U^m из (14), получим

$$\lambda^n(U_m) = -C_1 \frac{bU_{\text{кр}}^{s-1}}{l^2} m(s+1) < 0.$$

Таким образом, при любых положительных значениях показателей степеней m и s кривая $\lambda(U)$ имеет именно максимум, который подтверждается экспериментальной кривой 1 рис.2.

Для количественных оценок прежде всего необходимо знать коэффициент C , а также показатель степени m . Попытка традиционного представления зависимости (10) в логарифмической сетке координат не дала желаемых результатов, поскольку, как оказалось, показатель степени m является переменной величиной во всем интервале изменения U . Это и понятно, поскольку, как следует из рис. 2, функция $v(U)$ имеет горизонтальную асимптоту ($v = 1$). Поэтому данная функция сложно-показательная и пока не задаемся целью ее аппроксимации единой аналитической формулой. Однако в целях оценок можно на участке (0 – 18) кВ считать ее степенной и найти значения C и m , например, методом наименьших квадратов по трем точкам (9; 1,89); (15; 3,89); (18; 8,93). Результат оказывается

$$v = 1,55 \cdot 10^{-3} \cdot U^{2,14}. \quad (16)$$

В табл. 3 приведены (в углах клеток) значения v , вычисленные по этой формуле. Таким образом, оказывается $C = 1,55 \cdot 10^{-3}$; $m = 2,14$; U , кВ, а зависимость приблизительно квадратичная, так что для дальнейших оценок можно принимать $C = 1,6 \cdot 10^{-3}$, $m = 2$.

По формуле (14) оценим напряжение, на которое приходится максимум показателя λ (по точным формулам для C и m), приняв $s = 1$ (формула Потенье [2])

$$U_m = \left[\frac{(1+1) \cdot 10^3}{1,55 \cdot (2,14+1+1)} \right]^{\frac{1}{2,14}} \approx 14,6 \approx 15 \text{ (кВ)},$$

что практически точно соответствует опытным данным (см. кривая 1 рис.2). Таким образом, можно сделать общий вывод о том, что несмотря на, казалось бы, отдельные грубые приближения, теоретические представления на основе ранее полученной зависимости (1) полностью подтверждаются экспериментальными данными.

Заметим, что при этом не было принято во внимание электроконвективное движение жидкости. По-видимому, для данного случая диэлектрических примесей в диэлектрической среде фактор конвекции уступает фактору миграционного переноса массы в отличие от случая более проводящих частиц [3]. В будущем предстоит уточнение и рассмотрение новых физических нюансов процесса электроочистки с ориентацией, главным образом, на конечную цель исследований – их прикладной аспект.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гросу Ф.П., Болога М.К., Кожухарь И.А. К теории очистки диэлектрических жидкостей от механической примеси в постоянном электрическом поле // Электронная обработка материалов. № 6. 2001. С. 36 – 42.
2. Верещагин И.П. и др. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М., 1974.
3. Леу В.И. Электроочистка трансформаторного масла от механической примеси в постоянном электрическом поле // Электронная обработка материалов. 2002. № 5. С. 55 – 59.

Поступила 30.01.03

Summary

Results of theoretical investigations of the process of dielectric liquids purification from mechanical impurities under the influence of electric field are presented. The main regularities of this process are established and calculating dependencies for residual concentration on time are obtained.