

# Диспергирование висящей и лежащей капель в электрическом поле

В. А. Саранин

Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко,  
ул. Первомайская, 25, г. Глазов, Удмуртская Республика, 427621, Россия, e-mail: [val-sar@yandex.ru](mailto:val-sar@yandex.ru)

Экспериментально исследовано явление диспергирования капель, висящих на верхнем электроде или лежащих на нижнем, возникающее в результате неустойчивости их равновесия в электрическом поле. Установлено существование двух режимов неустойчивости висящих капель: капельного и конусного. В случае капельного режима в момент наступления неустойчивости от основной капли отрывается более мелкая, в случае конусного – на конце капли формируется конус Тейлора, сопровождающийся либо эмиссией мелких капель, либо непрерывной струйкой, либо искровым пробоем. В случае лежащих капель всегда реализуется конусный режим. Приведены полуэмпирические оценки, согласующиеся с экспериментом.

*Ключевые слова:* диспергирование капель, неустойчивость капли в электрическом поле.

УДК 537.58

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение поведения капель жидкостей в электрическом поле актуально в связи с многочисленными технологическими и природными явлениями, в которых заряженные капли играют решающую роль [1–5]. При этом некоторые аспекты поведения капель в электрическом поле оказываются недостаточно исследованы. Так, например, в работах [1, 4] указывается на существование двух конкурирующих режимов неустойчивости и диспергирования капли в электрическом поле: в одном случае после потери устойчивости капля делится и от нее отрывается более мелкая капелька (капельный режим [4]), в другом – на конце капли образуется конус (конус Тейлора) и с него либо происходит эмиссия множества мелких капель, либо вырывается тонкая струйка, либо формируется искровой пробой (конусный режим) [4, 6]. Однако исследования, в которых для одних и тех же жидкостей и условий наблюдались бы оба режима, отсутствуют.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментальных исследований, в которых наблюдались оба упомянутых режима неустойчивости и диспергирования капель. Установлено, что в случае висящей капли при относительно больших её объёмах реализуется капельный режим неустойчивости, а при малых – конусный. Установлен параметр, разделяющий эти режимы. В случае лежащей капли при всех её объёмах реализуется конусный режим неустойчивости.

## ЭКСПЕРИМЕНТ

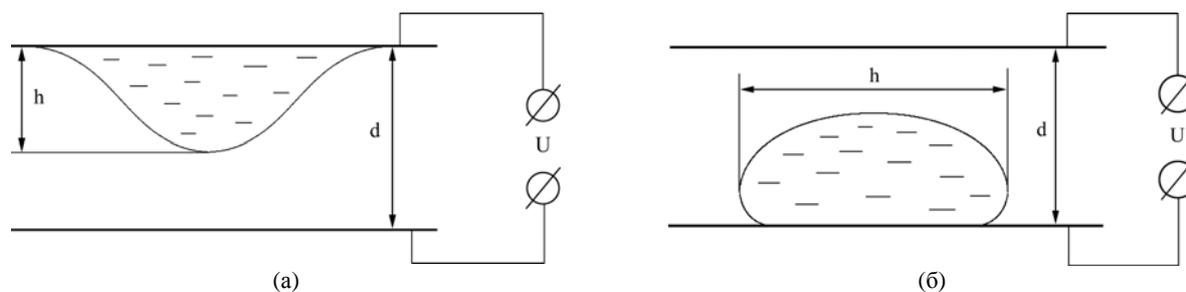
В экспериментах капля размещалась либо на верхней пластине плоского горизонтального конденсатора (рис. 1а), либо на нижней (рис. 1б). Отметим, что на рис. 1 показаны формы сечений капли, висящей на полностью смачиваемой по-

верхности, и капли, лежащей на несмачиваемой поверхности, полученные с помощью численного моделирования [7]. Размеры электродов были существенно больше размеров капель. Напряжение подавалось от высоковольтного источника постоянного напряжения с встроенным вольтметром и плавной регулировкой до 30 кВ.

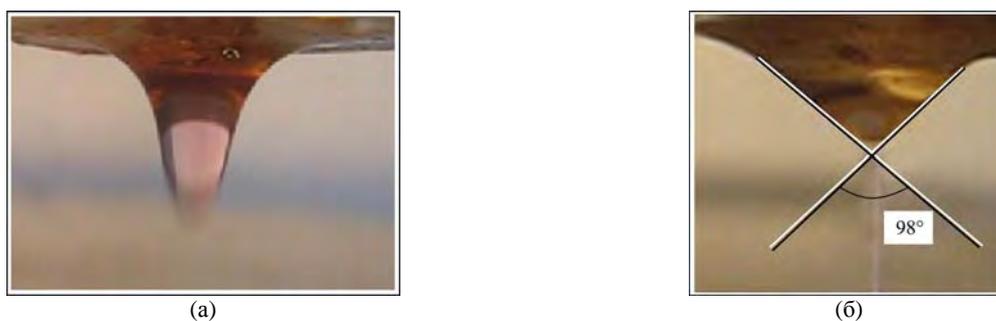
В первой серии экспериментов капля насыщенного водного раствора поваренной соли размещалась на тонкой (толщиной 2 мм) пластинке из пробки, прикрепленной к верхнему электроду. При этом вода смачивала пробку. При подаче напряжения на электроды капля вытягивалась вдоль поля, увеличивая вертикальный размер  $h$ , затем, при достижении некоторого критического напряжения  $U_*$ , теряла устойчивость, либо, выбрасывая вниз более мелкую каплю (капельный режим неустойчивости, рис. 2а), либо на ее конце образовывался конус Тейлора с углом раствора около  $98^\circ$  (рис. 2б, более точное значение угла, полученное Тейлором теоретически,  $98,6^\circ$  [8]) с последующим искровым пробоем воздушного промежутка (конусный режим неустойчивости). При этом капельный режим неустойчивости проявлялся при относительно больших начальных размерах капли в отсутствие поля  $h_0$ , при относительно малых размерах капли реализовывался конусный режим неустойчивости.

Во второй серии экспериментов капля такого же раствора помещалась на покрытый тонким слоем парафина лист бумаги, который в свою очередь помещался на нижний электрод. В этом случае при подаче напряжения всегда реализовывался конусный режим неустойчивости (рис. 3, водный раствор соли подкрашен марганцовкой).

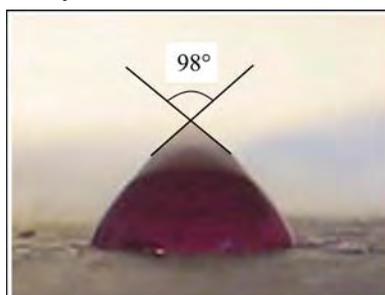
В третьей серии экспериментов непосредственно на верхнем электроде размещалась кап-



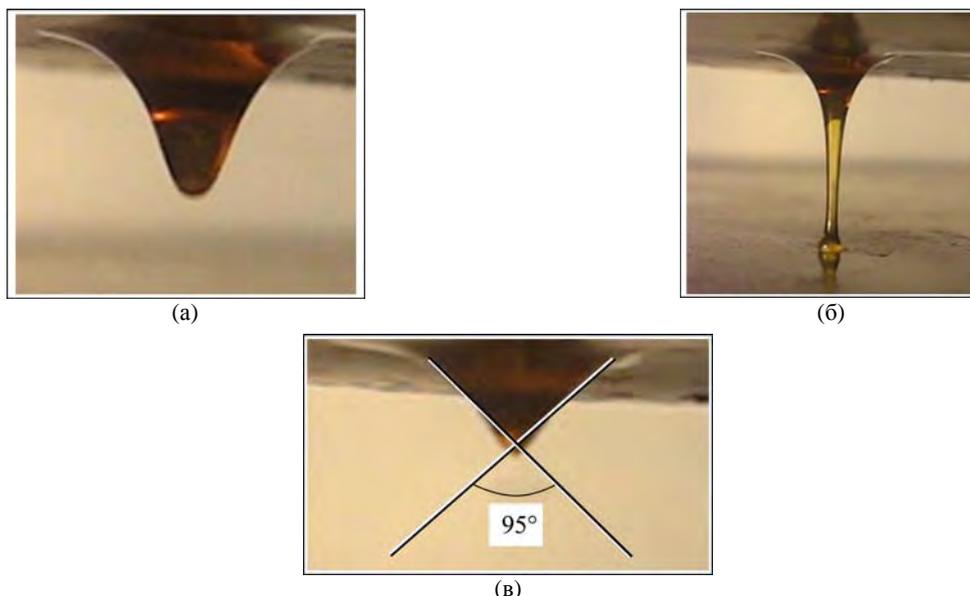
**Рис. 1.** Схема размещения капель на электродах. Формы капель получены с помощью компьютерного моделирования: (а) – капля, висящая на полностью смачиваемой поверхности; (б) – капля, лежащая на полностью не смачиваемой поверхности.



**Рис. 2.** Два разных режима неустойчивости равновесия висящей капли водного раствора поваренной соли: (а) – капельный режим неустойчивости; (б) – конусный режим неустойчивости.



**Рис. 3.** Конусный режим неустойчивости капли водного раствора, лежащей на несмачиваемой поверхности.



**Рис. 4.** Капельный (а, б) и конусный (в) режимы неустойчивости висящей капли трансформаторного масла.

ля трансформаторного масла. При подаче и увеличении напряжения ее равновесные формы также становились неустойчивыми: для относительно больших капель реализовывался капельный механизм неустойчивости (рис. 4а, начало развития неустойчивости при напряжении 7 кВ),

однако в отличие от воды после потери устойчивости капля образовывала струю, соединяющую оба электрода (рис. 4б). Затем струя обрывалась, образуя на электродах две капли. Такой механизм диспергирования можно объяснить относительно большой вязкостью трансформаторного

масла, он характерен для вязких жидкостей и в [4] указан как «капельный с длинной перетяжкой». Для относительно малых капель реализовывался конусный механизм неустойчивости (рис. 4в, напряжение 13 кВ). При этом из вершины конуса вырывалась тонкая струйка масла.

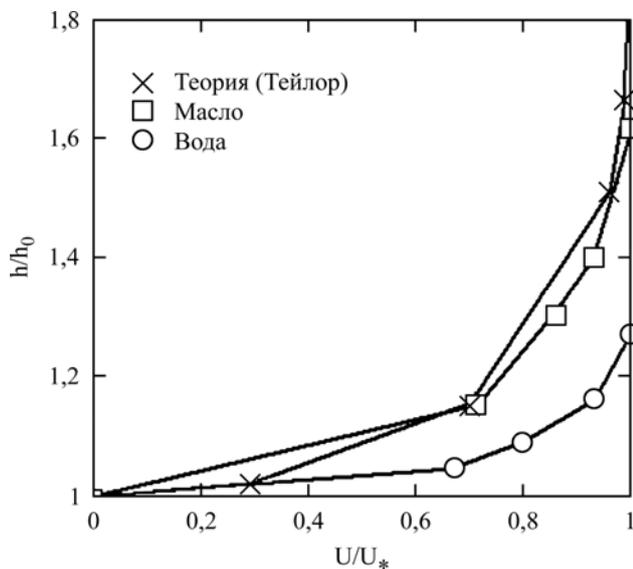


Рис. 5. Зависимости вертикального размера висящих капель от приложенного напряжения. Единицы измерения по осям относительные.

При плавном увеличении напряжения велась видеосъемка капли. Путем сравнения на видеокадрах капли с деталью установки известных размеров определялся вертикальный размер капли  $h$ . На рис. 5 показаны графики зависимости в безразмерных единицах вертикального размера капель от приложенного напряжения. За единицу вертикального размера выбирался начальный размер  $h_0$ , за единицу напряжения – критическое напряжение  $U_*$ , соответствующее началу развития неустойчивости. Кружки соответствуют экспериментальным результатам с каплями водного раствора, у которой  $h_0 \approx 2,1$  мм, критическое напряжение  $U_* \approx 13$  кВ (конусный режим неустойчивости). Квадратики соответствуют экспериментальным данным для масла  $h_0 \approx 1,3$  мм, критическое напряжение  $U_* \approx 7$  кВ (капельный режим неустойчивости). Крестики соответствуют теоретическим расчетам Тейлора [7]. При этом по оси ординат отложено отношение полуосей сфероиды, которым моделировалась форма капли в [7]. Для критической напряженности поля Тейлор теоретически получил соотношение (использована система единиц СГС)

$$E_* = 1,625 \sqrt{\frac{\alpha}{R}}. \quad (1)$$

Принимая для капли масла  $R = h_0 = 1,3$  мм,  $d = 1,4$  см,  $\alpha = 30 \cdot 10^{-3}$  Н/м и переходя в систему единиц СИ, для критического напряжения по (1)

получим оценку  $U_* \approx 10$  кВ, близкую к найденной экспериментально. То обстоятельство, что деформация и неустойчивость капли диэлектрика (масла) по параметрам близки к таковым для проводящей капли, которая рассматривалась в [7], вероятно, связано, во-первых, с поверхностной проводимостью неочищенного масла [5], во-вторых – с близостью формы капли масла при развитии неустойчивости к половине сфероиды. Форма капли водного раствора существенно отличалась от сфероидальной, поэтому соответствующая кривая смещена вниз (рис. 5).

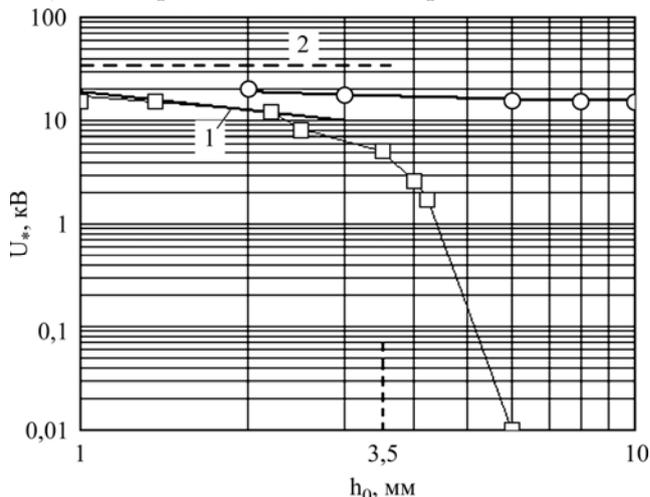


Рис. 6. Зависимости критического напряжения от характерного начального размера висящих (квадратики) и лежащих (кружки) капель водного раствора. Прямая 1 – расчет по формуле (3), прямая 2 – критическое напряжение для плоской поверхности жидкости в электрическом поле.

На рис. 6 в логарифмическом масштабе показаны графики зависимости критического напряжения (в смысле потери устойчивости равновесия капель) от начального вертикального размера висящих капель водного раствора или горизонтального размера лежащих капель (у них вертикальный размер слабо меняется с изменением объема). Квадратики соответствуют висящим каплям, кружки – лежащим. Значение напряжения 0,01 кВ принято за ноль. Участки кривых с пологим наклоном соответствуют конусному режиму неустойчивости, крутой участок – капельному режиму неустойчивости. По измерениям коэффициент поверхностного натяжения использованного водного раствора оказался равным  $\alpha \approx 62 \cdot 10^{-3}$  Н/м, поэтому капиллярная постоянная выглядит как  $\sqrt{2\alpha/\rho g} \approx 3,5$  мм. Соответствующее значение показано на графике. Видно, что капельный режим реализуется при вертикальных размерах висящей капли порядка или более капиллярной постоянной.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

В работе [9] для расчета критической напряженности поля для капель воды была предложена полуэмпирическая формула:

$$E_* = \frac{3,875}{\sqrt{R}} \text{ кВ/см}, \quad (2)$$

где  $R$  – радиус соответствующей сферической капли в сантиметрах. Формула справедлива в диапазоне  $0,085 \leq R \leq 0,254$  см. В нашем случае расстояние между электродами  $d = 1,4$  см, поэтому для критического напряжения (2) дает

$$U_* = 1,4 \cdot \frac{3,875}{\sqrt{R}} \text{ кВ}. \quad (3)$$

Принимая  $R = h_0$ , получим зависимость, показанную линией 1 на рис. 6. Видно, что она практически ложится на экспериментальные точки. Для сравнения на графике показана также линия 2, соответствующая значению критического напряжения для плоской поверхности проводящей жидкости [3, 5]:

$$U_* = d \sqrt{\frac{2\sqrt{\alpha g \rho}}{\varepsilon_0}} \approx 33 \text{ кВ}. \quad (4)$$

Расчет выполнен для использовавшегося водного раствора.

Сделаем краткое теоретическое пояснение существования капельного и конусного режимов неустойчивости висящей капли. Принимая за характерный размер капли  $h_0$ , приближенно можем записать баланс давлений на поверхности висящей капли в форме:

$$\frac{\alpha}{h_0} = c_1 \varepsilon_0 E^2 + c_2 \rho g h_0, \quad (5)$$

где  $c_{1,2}$  – некоторые постоянные. В безразмерном виде это равенство можно записать так:

$$W = \frac{c_3}{\sqrt{\text{Bo}}} (1 - c_4 \text{Bo}^2)^{1/2}, \quad (6)$$

$$W = \left( \frac{\varepsilon_0 E^2}{\sqrt{\alpha \rho g}} \right)^{1/2}, \quad \text{Bo} = \frac{h_0}{\sqrt{2\alpha / \rho g}},$$

где  $c_{3,4}$  – новые постоянные. В уравнение вошли два безразмерных параметра: электрический параметр  $W$  и число Бонда  $\text{Bo}$ , характеризующие влияние электрического и гравитационного полей соответственно. Этими двумя параметрами и будет определяться момент наступления неустойчивости равновесной формы висящей капли. Однако при малых числах Бонда (малых размерах капли) можно пренебречь отрицательным слагаемым в скобках. Тогда наступление неустойчивости будет определяться одним параметром:

$$\text{Ne} = W \sqrt{\text{Bo}} = \left( \frac{\varepsilon_0 E^2 h_0}{2\alpha} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Для сравнения с экспериментом запишем уравнение (6) в виде

$$U_* = \frac{a}{\sqrt{h_0}} (1 - b h_0^2)^{1/2}, \quad (8)$$

где  $a, b$  – постоянные. Зависимость (8) при  $a = 18 \text{ кВ}\cdot\text{мм}^{1/2}$ ,  $b = 0,045 \text{ мм}^{-2}$  показана на графике с экспериментальными данными (рис. 7) штриховой линией. Видно, что при таких параметрах  $a, b$  она близка к экспериментальной зависимости.

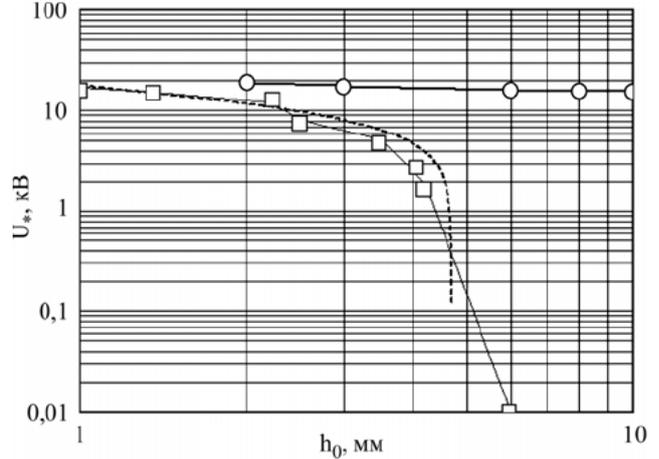


Рис. 7. Зависимости критического напряжения от характерного начального размера висящих (квадратики) и лежащих (кружки) капель водного раствора. Штриховая кривая – расчет по формуле (8).

Таким образом, параметром, определяющим переход от капельного режима неустойчивости к конусному, для висящих капель можно считать число Бонда, у водного раствора переход к конусному режиму реализуется при  $\text{Bo} \leq 0,8$ , у масла – при  $\text{Bo} \leq 0,5$ .

В случае лежащей капли давление на ее верхней поверхности складывается только из капиллярного и электростатического (исключая атмосферное), и неустойчивость обусловлена в основном их конкуренцией. Гидростатическое давление посредством реакции опоры определяет форму капли, тем самым слабо влияя на порог возникновения неустойчивости и характер диспергирования.

## ВЫВОДЫ

Экспериментально установлено, что диспергирование и неустойчивость равновесия висящих и лежащих капель в электрическом поле реализуются по-разному. У висящих капель наблюдаются два режима неустойчивости: капельный и конусный. При капельном режиме в момент развития неустойчивости от основной капли отрывается более мелкая. Порог неустойчивости в этом случае определяется конкуренцией капиллярных, электростатических и гравитационных сил и, как результат, двумя безразмерными параметрами. При конусном режиме в момент наступления неустойчивости на конце капли

формируется конус Тейлора и с него могут развиваться либо искровой пробой, либо эмиссия мелких капелек, либо тонкая непрерывная струйка. В этом случае гравитационные силы практически не влияют на порог неустойчивости, и он определяется конкуренцией двух сил, соответственно одним безразмерным параметром, являющимся комбинацией двух вышеупомянутых параметров. Ответственным за смену режимов неустойчивости является размер висящей капли или число Бонда: при малых размерах (числа Бонда) реализуется конусный режим, при числах Бонда порядка и больше 1 – капельный режим. В случае лежащих капель всегда реализуется конусный режим неустойчивости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Основы электродинамики дисперсных систем*. Под ред. И.П. Верещагина. М.: Энергия, 1974. 480 с.
2. Григорьев А.И., Ширяева С.О., Жаров А.Н. *Нелинейные осцилляции заряженной капли*. Ярославль: ЯрГУ, 2006. 280 с.
3. Саранин В.А. *Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях*. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 332 с.
4. Ширяева С.О., Григорьев А.И., Святченко А.А. *Классификация режимов работы электрогидродинамических источников жидкокапельных пучков*. Препринт ИМ РАН, 1993. 118 с.
5. Жакин А.И. Электрогидродинамика заряженных поверхностей. *УФН*. 2013, **183**(2), 153–177.
6. Жакин А.И., Белов П.А. Экспериментальные исследования заряженных менисков. *ЭОМ*. 2013, **49**(2), 52–58.
7. Саранин В.А., Иванов Ю.В. *Равновесие жидкостей и его устойчивость*. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 172 с.
8. Taylor G.J. Disintegration of Water Drops in an Electric Field. *Proc. Roy. Soc. London*, 1964, **A 280**, 383–397.
9. Macky W.A. Some Investigations on the Deformation and Breaking of Water Drops in Strong Electric Field. *Proc. Roy. Soc. London*. 1931, **A 133**, 565–587.

Поступила 19.09.14

После доработки 13.10.14

#### Summary

The phenomenon of the dispersion the drops, hanging on the upper electrode lying on the bottom one, is experimentally investigated as, resulting from the instability of their equilibrium in an electric field. The existence of two modes of instability of hanging drops is established: drop-shaped and cone one. In case of a drop mode at the moment of approach of instability, a smaller drop comes off the basic drop; in a case of a cone mode. On the drop end a Taylor cone is formed accompanied either by small drops, or trickles, or a spark breakdown. In case of lying drops, always the cone mode is realized. Semi-empirical estimations are given that are in good agreement with experimental results.

*Keywords: dispersion of drops, instability of drop in electric field.*