Ф.П. Гросу*, М.К. Болога**

К ВОПРОСУ ОБЪЕМНОЙ ЭЛЕКТРИЗАЦИИ СЛАБОПРОВОДЯЩИХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

*Государственный аграрный университет Молдовы,
ул. Мирчешть, г. Кишинев, MD-2049, Республика Молдова
**Институт прикладной физики АН РМ,
ул. Академией, 5, г. Кишинев, MD-2028, Республика Молдова

1. Вводные замечания. Электризация слабопроводящих диэлектрических сред является одной из наиболее давних проблем учения об электричестве. Особенно актуальной она становится в связи со стремительным развитием новых электротехнологий, связанных с полупроводниковой техникой, электронно-ионной технологией, электрогидродинамикой (ЭГД), техникой высоких напряжений, электрическими пробоями и т.д.

Несмотря на существование множества механизмов и теорий, посвященных вопросам электризации, все же во многих случаях нет полной ясности в процессах, происходящих сначала на поверхности контакта среды с электрически заряженным электродом, затем распространяющихся в глубь диэлектрической среды.

В настоящее время исследования в области электризации проводятся в основном применительно к электрогидродинамике [1] – подобласти электрофизики жидких диэлектриков, в которой принимается во внимание гидродинамическое состояние жидкости, обусловленное потерей ею электронейтральности, затем – электрогидростатической устойчивости и возникновением вследствие этого электроконвективного движения жидкости, или более адекватно – ЭГД-течения. Так как процессы, связанные с электризацией среды, первичны, а сами ЭГД-явления вторичны, то электризация в ЭГД является фундаментальной или ключевой проблемой, решение которой служит предпосылкой решения последующих задач, таких, как устойчивость механического равновесия и возникновение ЭГД-течений, устойчивость этих течений и переход их в турбулентный режим и, наконец, электрический пробой жидкости. Сами ЭГД-течения коренным образом влияют на процессы переноса массы, тепла и, что особенно важно для электроэнергетики, количества электричества посредством электроконвективного тока $\vec{j}_{ê} = \rho\vec{\upsilon},$ где ρ – плотность объемных зарядов, $\vec{\upsilon}$ – их электроконвективная скорость. Проблема электризации корректно ставится в рамках электрогидростатики $\left(\vec{\upsilon} \equiv 0\right)$, хотя возможны исключения, когда движение, то есть $\vec{\upsilon} \neq 0$, является необходимым условием электризации (см. ниже).

Авторами предложен [2] ряд механизмов, объясняющих некоторые наблюдаемые на практике случаи электризации, вернее, распределение электрического потенциала $\varphi\left(x\right)$ в поперечном направлении (Ox) плоскопараллельного слоя диэлектрика между обкладками конденсатора. Более сложные теории по этим вопросам [3–6] также не в состоянии охватить экспериментально наблюдаемые кривые $\varphi(x)$, однозначно определяющие, согласно уравнению $\rho = -\varepsilon\varphi''\left(x\right)$, объемную электризацию.

Ниже предлагается механизм объемной электризации диэлектрика, который, надеемся, с пользой дополнит арсенал уже имеющихся. Предполагается, что диэлектрик обладает бинарной ионной проводимостью

$$\sigma = \kappa^{+}\rho^{+} + \kappa^{-}\rho^{-}, \tag{1}$$

где $\kappa^{\pm}$, $\rho^{\pm}$ – подвижности и плотности положительных и отрицательных объемных зарядов соответственно. Плотность же нескомпенсированного искомого заряда определяется формулой

$$\rho = \rho^{+} - \rho^{-}, \tag{2}$$

из которой следует, что причина потери диэлектрической средой электронейтральности – это появление избытка зарядов одного типа по сравнению с другими. Следовательно, причиной такого перевеса заряда должна быть асимметрия в электрических свойствах носителей зарядов, например в подвижностях или скоростях электрохимических реакций [2] (способности электронейтрализации) и др. В более глубоких теоретических изысканиях учет этих аспектов приводит к весьма громоздким расчетам, содержащим множество неизвестных кинетических параметров типа интегралов столкновений, труднообозримых в физическом плане и сложно приспосабливаемых для практических целей.

Вместе с тем цель может быть достигнута на основе самых общих классических уравнений электродинамики, апробированных многочисленными опытами.

Действительно, три простейших уравнения

$$\rho = \nabla\left(\varepsilon\vec{E}\right), \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}, \quad \nabla\vec{j} = 0 \tag{3}$$

приводят к изящной формуле для плотности зарядов:

$$\rho = \vec{j} \cdot \nabla\tau, \tag{4}$$

где $\vec{j}$ – плотность тока, $\tau = \varepsilon / \sigma$ – время электрической релаксации (ε – абсолютная диэлектрическая проницаемость) и прозрачного с физической точки зрения механизма зарядки – это результат пронизывания электрическим током неоднородной по электрофизическим параметрам (ε и/или σ) диэлектрической (слабопроводящей) среды.

Формула (4) хорошо объясняет возникновение поверхностного заряда на границе раздела сред с различными τ, а также электризацию термически неоднородной среды ввиду $\varepsilon = \varepsilon(T)$, $\sigma = \sigma(T) \Rightarrow \tau = \tau(T) \Rightarrow \nabla\tau \sim \nabla T$. Однако опыт показывает, что совершенно однородный по составу диэлектрик, заключенный между плоскопараллельными пластинами конденсатора, подключенного к постоянному напряжению, заряжается; распределение потенциала φ (x) вместо линейного оказывается криволинейным, что свидетельствует о $\rho(x) \neq 0$.

2. Гипотеза о зависимости удельной электропроводности от напряженности электрического поля $\sigma = \sigma(E)$ и ее несостоятельность. Для преодоления указанной трудности предположим, что источником неоднородности σ может служить само поле ввиду зависимости $\sigma(E)$, например, по формуле [4–6]:

$$\sigma = \sigma_* e^{\alpha(E - E_*)} \cong \sigma_* \left[1 + \alpha\left(E - E_*\right)\right], \tag{5}$$

где представлено и первое приближение (линейное) ряда Тейлора, а E_* – критическая напряженность, при которой вступает в силу зависимость (5). Эта формула действительно спасает положение, но если только речь идет о “геометрически” неоднородных полях, например, цилиндрического конденсатора. Нас же принципиально интересует зарядка плоскопараллельного слоя диэлектрика, ибо если бы нашлось объяснение этому случаю, то оно, очевидно, с не меньшим успехом пригодилось бы и для любого (неоднородного) поля. Но, к сожалению, гипотеза о зависимости $\sigma(E)$ как о причине зарядки диэлектрика в плоскопараллельном конденсаторе оказывается несостоятельной. Действительно, дифференциальный закон Ома для плоского случая можно записать как

$$\sigma(E) \cdot E = j = \text{const} \tag{6}$$

ввиду $div\,\vec{j} = 0$. Но уравнение (6) есть конечное (алгебраическое или трансцедентное), его решение есть тоже величина постоянная E = const, и, следовательно,

$$\rho = j\frac{d\tau}{dE}\cdot\frac{dE}{dx} = 0,$$

из-за $dE/dx = 0$, например, при линейном варианте зависимости $\sigma(E)$ в (5), уравнение (6) дало бы два постоянных корня для *E*. Если же поле неоднородно, то в (6) $j = j(\vec{r}) \neq \mathrm{const}$, тогда $E = E(\vec{r}) \Rightarrow \rho \neq 0$, и в неоднородных полях зависимость $\sigma(E)$ может объяснить зарядку, однако, подчеркиваем, этот механизм представляется несостоятельным, так как не объясняет зарядку в случае однородного поля.

3. Выделение “заряженной” составляющей в удельной электропроводности. В предыдущем пункте показано, что предположение $\sigma = \sigma(E)$ не приводит к цели, так как уравнение (6) – конечное с решением $E = \mathrm{const}$. Однако для жидкой среды, введя плотность тока конвекции ($\vec{\upsilon} = \vec{i}\,\upsilon$), получим

$$j = \sigma\cdot E + \rho\upsilon = \sigma E + \varepsilon E'\cdot\upsilon = \mathrm{const},$$

а это – уже уравнение дифференциальное и решение будет функцией координат, следовательно, как отмечалось выше, допущение о движении, в принципе, может быть привлечено для объяснения явлений электризации, однако, говоря о жидкостях, принципиально ищем решение в рамках электрогидростатических условий, движение – уже вторичный эффект.

Возвращаемся к уравнению (6), но несколько с других позиций. А именно, если σ зависит от *E*, но не есть функция, то остается допустить, что она есть функционал, то есть зависит от *E* через оператор, скорее всего дифференциальный. Тогда $\sigma = \sigma(E') = \sigma(\rho)$ и в линейном приближении

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha E' = \sigma_0 + \kappa\rho,\ \ \kappa \equiv \alpha/\varepsilon. \tag{7}$$

Пришли к простому результату (7), к которому можно прийти и из простых физических соображений, так как из любой системы неравновесных зарядов (в смысле $\rho^+ \neq \rho^-$) можно выделить “заряженную” составляющую электропроводимости $\sigma_e \equiv \kappa\rho$. Для этого достаточно из (1) с помощью (2) исключить одну из парциальных плотностей, например ρ^+, и получим выражение типа (7):

$$\sigma = \left(\kappa^+ + \kappa^-\right)\rho^- + \kappa^+\rho,$$

из которого выясняется, что *κ* есть подвижность избыточных зарядов.

4. Решение задач. Подчеркиваем, что наличие ρ в (7) носит принципиальный характер, ибо в этом случае удается учесть сам процесс зарядки.

В дальнейшем опустим индекс при σ_0, подразумевая $\sigma_0 \to \sigma = \mathrm{const}.$ С учетом этого вместо уравнения (6) будем иметь уже дифференциальное уравнение

$$\sigma E + \kappa\varepsilon E'E = j = \mathrm{const}. \tag{8}$$

Кстати, в этом уравнении в более сложных теоретических моделях σ может рассматриваться и как функция от *E*, например типа (5); здесь ограничимся случаем $\sigma = \mathrm{const}.$ Кроме того, заметим, что в нестационарной постановке уравнение типа (8) встречается и в других работах [7] при $j = 0$.

Уравнение (8) решено [8] и имеет вид

$$\frac{j}{\sigma}\ln\left|\frac{j - \sigma E}{j - \sigma E_0}\right| = -\frac{x - x_0}{\kappa\tau} - \left(E - E_0\right),$$

однако из этого равенства нельзя найти плотность зарядов ρ. Поэтому составим уравнение именно для ρ. Имея в виду случай произвольных полей, применим операцию *div* к уравнению

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma + \kappa\rho} \Rightarrow \varepsilon\kappa\vec{j}\nabla\rho = -\rho\left(\sigma_0 + \kappa\rho\right)^2, \tag{9}$$

что полностью согласуется с формулами (4) и (7).

Для плоскопараллельного конденсатора получим уравнение

$$\rho' = -\frac{\rho\left(\sigma + \kappa\rho\right)^2}{\varepsilon\kappa j} \tag{10}$$

с неявным решением

$$\ln\frac{\rho(1+\alpha\rho_0)}{\rho_0\left(1+\alpha\rho\right)} + \frac{1}{1+\alpha\rho} = \frac{1}{1+\alpha\rho_0} - \frac{x - x_0}{\delta}, \tag{11}$$

где обозначено

$$\alpha \equiv \frac{\kappa}{\sigma};\;\; \delta \equiv \frac{\tau\kappa j}{\sigma}. \tag{12}$$

Рассмотрим два предельных случая исходя непосредственно из уравнения (10), так как анализ (11) оказывается сложнее.

Случай слабой наэлектризованности $\kappa\rho << \sigma$.

Из (10) получим

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{x - x_0}{\delta}}. \tag{13}$$

Плотность зарядов экспоненциально падает от электрода ($x = x_0$) в глубь слоя по мере приближения к противоэлектроду. Кстати, этот случай показывает, что зарядка среды проявляется и при малой “заряженной” составляющей проводимости $\kappa\rho$.

Случай сильной наэлектризованности $\kappa\rho >> \sigma$.

Из того же уравнения

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 + 2\kappa\rho_0^2\left(x - x_0\right)/\varepsilon j}}. \tag{14}$$

Плотность также падает с ростом x.

Убывание заряда по мере удаления от электрода очевидно из уравнения (10), показывающее, что $\rho' < 0$. Если $\rho > 0$ (как предполагаем до сих пор), то более активными (подвижными и склонными к обменным реакциям) являются отрицательные носители, которые быстрее электронейтрализуются на положительном электроде. В противном случае ($\rho < 0$) меняются ролями электроды и носители зарядов.

Заметим, что автоматически выполняется условие возникновения электроконвекции [2] $\vec{E} \cdot \nabla\rho < 0$. Об эволюции ρ со временем см. работу [7].

5. Экспериментальная проверка полученных результатов. Распределение $\rho\left(x\right)$ можно определить и сопоставить с теоретическими зависимостями на образцах твердого диэлектрика различных длин. В соответствии с формулой (4) (E = const)

$$\rho_i = \frac{\varepsilon I_i}{S} \cdot \frac{\Delta\chi_i}{\Delta x_i}, \tag{15}$$

где $\chi \equiv \sigma^{-1}$ – удельное сопротивление,

$$\Delta\chi_i = \chi_{i+1} - \chi_1;\quad \Delta x_i = x_{i+1} - x_i \tag{16}$$

$i = 0, 1, 2, \ldots$ – номер измерения (образца).

Из закона Ома

$$\chi = \frac{U \cdot S}{I \cdot x} \Rightarrow \chi_i = \frac{US}{I_i x_i} = \xi_i \cdot US; \quad \xi_i = \left(I_i x_i\right)^{-1}. \tag{17}$$

Из (15) и (17)

$$\rho_i = \varepsilon U I_i \cdot \frac{\Delta \xi_i}{\Delta x_i}, \tag{18}$$

где x_i – длина i-го слоя (образца).

Заметим, что при $\rho = 0$ было бы $Ix = \mathrm{const}$. Несоблюдение этого равенства (закона Ома) и будет характеризовать величину заряда. Кроме того, методика не предусматривает введения зондов в межэлектродное пространство, чем выгодно отличается от общепринятых. Все сводится к измерению токов в зависимости от длин при данном напряжении U. Аналогично можно находить и другие распределения (φ, E).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М., 1979.
2. *Бологa М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев, 1977.
3. *Голосов В.В., Полянский В.А., Семенова И.П., Якубенко А.Е.* // ПММ. 1969. 33. № 2. С. 232.
4. *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л., 1989.
5. *Апфельбаум М.С., Полянский В.А.* Об образовании объемного заряда в слабопроводящих средах // Магнитная гидродинамика. 1982. № 1.
6. *Zhakin A.I.* Eletrohydrodynamics. Kursk University Press. 1996. P. 133.
7. *Цырлин Л.А.* О нестационарных полях и токах с малой собственной проводимостью // Вопросы математической физики. Л., 1976.
8. *Гросу Ф.П.* Стационарное распределение электрического поля в одномерном ЭГД-течении заряженной диэлектрической жидкости // Электронная обработка материалов. 2004. № 5. С. 21–25.

Поступила 23.08.05

Summary

The assumption that a specific electric conductivity depends evidently on space charge density is substantiated. The equation of charge density, which was obtained by separating of charged component of the electric conductivity, is solved. The limiting cases are considered. It is shown that the distribution of electric conductivity ρ is unstable. The technique of the experimental investigation of the space charge density distribution in the plane-parallel layer of dielectric is given.